

## NÄKÖKOHTA SISÄISEN KORKOKANNAN LASKEMISESTA

MATTI KÄRKKÄINEN

Summary

NOTE ON THE CALCULATION OF THE INTERNAL RATE OF RETURN

Saapunut toimitukselle 26. 11. 1982

Tutkimuksessa kehitetään kaavoja, joita käyttäen voidaan yhden investointikustannuksen ja tuoton tapauksessa kätevästi laskea sisäinen korkokanta ja sen muuttuminen tuoton ja kustannuksen muuttuessa. Esimerkein selvennetään kaavojen käyttöä.

### 1. JOHDANTO

Lukuisissa taloustieteen oppikirjoissa on esitetty yhtenä investoinnin edullisuuden tarkastelutapana sisäisen korkokannan menetelmä. Ajatuksena on laskea, minkä korkokannan mukaan investoinnin k loppuarvoksi tulee K investoinnin pitoaikana (kestoaikana) t, kun investoinnille lasketaan korkoa korolle. Kaavana voidaan kirjoittaa

- (1)  $K = ka^t$   
 jossa  
 k = investointi (alkuarvo)  
 K = loppuarvo  
 a =  $1 + p/100$ , jossa p on korkokanta, %  
 t = investoinnin pitoaika  
 (ks. esim. Lehtonen ym. 1980, s. 63)

Usein tarvitaan eri aikana tapahtuvia investointeja  $k_i$ ,  $i = 1, 2 \dots n$ . Niiden pitoajat  $t_i$  vaihtelevat. Monena ajankohtana toteutuvia menoja ja tuloja käsittävän investoinnin sisäisen korkokannan analyttinen ratkaiseminen saattaa tuottaa suuria matemaattisia vaikeuksia (Hämäläinen 1973, s. 50). Näin ollen joudutaan kokeillen selvittämään (simuloimaan), mikä sisäinen korkokanta toteuttaa polynomiyhtälön.

Mahdollisesti yleisen analyttisen ratkaisun vaikeudesta johtuu, ettei taloustieteiden oppikirjoissa ole lähdetty kehittämään kaavaa (1) helppokäyttöisempään suuntaan. Yleensä on tyydytty toteamaan, että sisäinen korkokanta voidaan laskea riittävällä tarkkuudella kokeilemalla ja väliarvoja interpoloiden (Kivikoski 1959, s. 19, Riis-tama ja Jyrkkiö 1971, s. 239, Honko 1979, s. 85).

Koska yhden alku- ja loppuarvon tapauksessa on hyödyllistä tuntea kaavan (1) käyttömahdollisuudet tarkemmin, tässä työssä on kehitetty lisäkaavoja käytännön laskentatarpeita varten. Julkisuuteen sinänsä yksinkertaiset kaavat on haluttu siksi, ettei ainoassakaan tekijän tuntemassa finanssimatematiikan oppikirjassa kaavaa (1) ole kehitetty tasulaskimelle sopivaan muotoon sisäisen korkokannan ja sen muutosherkkyyden laskemista varten.

Työtä ovat kommentoineet Jouko Hämäläinen, Matti Keltikangas, Pekka Kilkki ja Päiviö Riihinen. Kiitän saamistani lausunnoista. Tekijä ottaa yksin vastuun artikkelin julkistamisesta.

## 2. PERUSKAAVAN KEHITTELYÄ

Kaava (1) on helposti kirjoitettavissa logaritimuunnoksen avulla muotoon, josta saadaan suoraan sisäinen korkokanta  $p$ . Saadaan

$$(2) \ln k = t \ln a + \ln k$$

$$(3) \ln a + (\ln K - \ln k)/t$$

$$(4) a = 1 + p/100 = \exp((\ln K - \ln k)/t)$$

$$(5) p = 100 \exp((\ln K - \ln k)/t) - 100$$

Edellä merkintä  $\exp$  tarkoittaa luvun  $e$  potenssia. Esim.  $\exp(z) = e^z$ .

Kaava (5) samoin kuin jäljempänä esitetävät kaavat ovat helposti ratkaistavissa tasulaskimella, jossa on mahdollisuus korottaa luku mielivaltaiseen potenssiin.

Kaava (1) voidaan kirjoittaa myös muotoon

$$(6) K/k = a^t$$

Toisin sanoen sisäinen korkokanta määräytyy loppu- ja alkuarvon suhteen perusteella investoinnin pitoajan ollessa  $t$ . Tästä myös seuraa, että loppu- ja alkuarvon muuttuessa mielivaltaisen  $q$  % sisäinen korkokanta ei muutu.

Kiintoisaa on, miten sisäinen korkokanta muuttuu, kun loppu- ja alkuarvon suhde

muuttuu. Olkoon uusi loppuarvo  $K_1$  ja alkuarvo  $k_1$  ja  $K_1/k_1 = xK/k$ , ts.  $x$  on kerroin, jolla suhde muuttuu. Olkoon vastaava tekijän  $a$  (eli  $1 + p/100$ ) kerroin  $y$ . Saadaan

$$(7) xK/k = (ya)^t$$

$$(8) \ln(xK/k) = t(\ln y + \ln a)$$

$$(9) \ln x + \ln K - \ln k = t(\ln y + \ln a)$$

$$(10) \ln y = (\ln x + \ln K - \ln k)/t - \ln a$$

$$= \ln x/t + \ln a - \ln a = \ln x/t$$

$$(11) y = \exp(\ln x/t)$$

Jos halutaan kertoimen  $y$  sijasta tarkastella uutta sisäistä korkokantaa prosenttiyksiköinä, kaava voidaan johtaa seuraavasti. Olkoon  $a = 1 + p/100$  alkuperäistä korkokantaa vastaava tekijä ja  $a_1 = 1 + p_1/100$  uutta korkokantaa vastaava tekijä. Saadaan

$$(12) a_1 = ya$$

$$(13) 1 + p_1/100 = y(1 + p/100)$$

$$(14) p_1 = 100y + yp - 100 \\ = y(100+p) - 100 \\ = \exp(\ln x/t)(100+p) - 100$$

## 3. ESIMERKKEJÄ

1. Karsintainvestointi puuta kohti on 2 mk ja tuotto 45 vuoden kuluttua 28,45 mk. Mikä on sisäinen korkokanta?

Sijoitetaan kaavaan (5)

$$k = 2$$

$$K = 28,45$$

$$t = 45$$

Saadaan  $p = 6,1$  %

2. Tehdään herkkyysoanalyysi: paljonko on sisäinen korkokanta, jos tuotot ovatkin kaksinkertaiset edelliseen esimerkkiin verrattuna?

Sijoitetaan kaavaan (14)

$$x = 2$$

$$p = 6,1$$

$$t = 45$$

Saadaan  $p_1 = 7,7$  %.

Vastaavasti jos tuotot putoavat puoleen, sijoitetaan kaavaan (14)

$$x = 0,5$$

$$p = 6,1$$

$$t = 45$$

Saadaan  $p_1 = 4,5$  %.

## KIRJALLISUUTTA

HONKO, J. 1979. Investointien suunnittelu ja tarkkailu. 5. painos. WSOY. Porvoo-Helsinki-Juva. 263 s.  
HÄMÄLÄINEN, J. 1973. Profitability comparisons in timber growing: underlying models and empirical applications. Commun. Inst. For. Fenn. 77(4): 1-178.

KIVIKOSKI, E. 1959. Finanssimatematiikan oppikirja. Toinen uudistettu painos. Helsinki. 136 s.  
LEHTONEN, T., NIEMI, E. & WOIVALIN, P. 1980. Johdatus finanssimatematiikkaan ja indeksilukuihin. 2. korjattu painos. Helsinki. 102 s.  
RIISTAMA, V. & JYRKKIÖ, E. 1971. Operatiivinen laskentatoimi. Weilin & Göös. Helsinki 336 s.

## SUMMARY

### NOTE ON THE CALCULATION OF THE INTERNAL RATE OF RETURN

In forestry, a classical method of evaluating the profitability of an outlay is to calculate the internal rate of return. If there are many outlays and returns over a period, analytical determination of the internal rate is difficult and requires simulation methods. However, if there is only one outlay and one return, the computation is easy.

Some new formulae were developed here for practical purposes. The symbols are.

$k$  = outlay

$K$  = end value (return)

$p$  = internal rate of return, per cent

$p_1$  = new internal rate of return, per cent

$a = 1 + p/100$

$a_1 = 1 + p_1/100$

$t$  = time, years

$x$  = multiplication factor for ratio  $K/k$

$y$  = corresponding factor for  $a$

### Examples

The outlay  $k$  is 2, return  $K$  is 28,45 and time 45 years. What is the internal rate of return?

According to Eq. (5)  $p = 6,1$  %

Assuming double the ratio  $K/k$  in the foregoing example, what is the new internal rate of return?

We insert in Eq. (14)

$$x = 2$$

$$p = 6,1$$

$$t = 45$$

which gives  $p_1 = 7,7$  %

If the ratio  $K/k$  is halved,

$$x = 0,5$$

$$p = 6,1$$

$$t = 45$$

and internal rate is  $p_1 = 4,5$  %.

ODC 721.4+95

ISSN 0037-5330

RIIHINEN, P. 1982. Roundwood market: A source of stagnation of the forest industries. Seloste: Kaakapuunmarkkinat ja metsätöteollisuuden kasvun pysähtymisen. Silva Fenn. 16(4): 335-342.

Certain trends in the sales behaviour of private non-industrial forest owners suggest that the forest industries will have to rely on a rawmaterial supply much less than the allowable cut. This paper deals with several factors responsible for the changes in sales behaviour during the last 20-25 years. These changes are caused by social change, a multi-face process which is led by industrialization. It is manifested in an increasing division of labour, a more pronounced strive for efficiency, a change in social values for the benefit of the adoption of innovations and thus of further changes.

Certain forest policy measures conducive to increasing the forest owners' willingness to sell timber are suggested. Among the most promising seems to be an adjustment of the present area-based yield taxation so as to take into account the age class distribution of the growing stock.

Author's address: University of Helsinki, Unioninkatu 40 B, SF-00170 Helsinki 17, Finland.

ODC 811.156:176.1 *Alnus glutinosa*

ISSN 0037-5330

HAARLAA, R. & KÄRKKÄINEN, M. 1982. Tervalepän kuitujen pituus. Summary: Fibre length in black alder. Silva Fenn. 16(4): 343-350.

A material consisting of 21 trees from 11 stands was collected. From each stem disks were sawn by 2 m interval. From disks samples were taken from various distances from the pith. They were macerated and the average fibre length was based on 50 observations.

The fibre length increased significantly from the pith to the disk surface. The increase was about similar at various heights of the tree. The tree characteristics had only a minor effect. However, near the pith the increase in fibre length was higher in trees with wide growth rings than in other trees. Near the disk surface the growth rate had no effect. In typical pulpwood bolts the average length was 800...950  $\mu\text{m}$  which corresponds well to the data given in the literature.

Authors' address: University of Helsinki, Department of Logging and Utilization of Forest Products, Unioninkatu 40 B, SF-00170 Helsinki 17, Finland.

ODC 160.2:174.7 *Pinus oocarpa*; 174.7 *Pinus caribaea*

ISSN 0037-5330

LÖYTTYNIEMI, K., LÖYTTYNIEMI, R., HILTUNEN, R. & RÄISÄNEN, S. 1982. Monoterpene composition of needle oil of *Pinus oocarpa* and *Pinus caribaea*. Seloste: *Pinus oocarpa*- ja *Pinus caribaea*-mäntyjen neulasöljyn monoterpeenikoostumus. Silva Fenn. 16(4): 351-355.

The monoterpene composition of the needle oil of *Pinus oocarpa* and *P. caribaea* growing in Zambia was screened. Nine compounds were positively identified in the monoterpene fraction of *P. oocarpa* and eight in *P. caribaea*. The sample trees were grouped on the basis of the tree-to-tree variation of these compounds.

Authors' addresses: Löytyniemi, K. & Löytyniemi, R.: The Finnish Forest Research Institute, Unioninkatu 40 A, SF-00170 Helsinki 17, Finland (Formerly: Division of Forest Research, P.O. Box 22099, Kitwe, Zambia). Hiltunen: University of Helsinki, School of Pharmacy, Fabianinkatu 35, SF-00170 Helsinki 17, Finland. Räisänen: University of Helsinki, Instrument Centre for Chemistry, Meritullinkatu 1 A, SF-00170 Helsinki 17, Finland.

ODC 145.7×14.06 *Aradus cinnamomeus*;

453:561.1:174.7 *Pinus sylvestris*

ISSN 0037-5330

HELIÖVAARA, K. 1982. The pine bark bug, *Aradus cinnamomeus* (Heteroptera, Aradidae) and the height growth rate of young Scots pines. Seloste: Punalaitikka, *Aradus cinnamomeus* (Heteroptera, Aradidae) ja männynaitaimien pituuskasvu. Silva Fenn. 16(4): 357-361.

Relationships between densities of the pine bark bug, *Aradus cinnamomeus* Panzer and the height growth of young Scots pines, *Pinus sylvestris* L., were studied in several habitats, including a highly infested area in South Finland. The slower the growth of the pines was, the greater was the height up to which bugs were found. On the average the maximum bug density was noted at a height corresponding to a fifth of the height of the tree. In stand restocked by natural generation, the greatest bug densities were noted in pines about three metres high and over twenty years old. Bug densities in trees whose height growth had been decelerating for five years were twice those in trees whose growth was accelerating. A significant negative correlation was found between the bug density and the latest-year length increment.

Author's address: University of Helsinki, Department of Agricultural and Forest Zoology. SF-00710 Helsinki 71, Finland.

ODC 646

ISSN 0037-5330

KÄRKKÄINEN, MATTI 1982. Näkökohta sisäisen korkokannan laskemisesta. Summary: Note on the calculation of the internal rate of return. *Silva Fenn.* 16(4): 373-375.

New practical equations were developed for calculating the internal rate of return when there is one outlay and one return. The equations also show how the return changes as the ratio between the return and outlay changes. Examples elucidate the use of the equations.

Author's address: University of Helsinki, Department of Logging and Utilization of Forest Products, Unioninkatu 40 B, SF-00170 Helsinki 17, Finland.

ODC 237.4+161.32+174.7 *Pinus sylvestris*

ISSN 0037-5330

KELLOMÄKI, S., PUTTONEN, P., TAMMINEN, H. & WESTMAN, C. J. 1982. Effect of nitrogen fertilization on photosynthesis and growth in young Scots pines - Preliminary results. Seloste: Alustavia tuloksia typpilannoituksen vaikutuksesta nuorten mäntyjen fotosynteesiin ja kasvuun. *Silva Fenn.* 16(4): 363-371.

Application of nitrogen at levels of 200, 400 and 600 kg ha<sup>-1</sup> resulted in an increase of 35, 18 and 12 per cent in the photosynthetic rate in young Scots pines (*Pinus sylvestris* L.) during the first year after fertilization. Number of buds, degree of branching, and needle size were positively related to the amount of nitrogen applied. A 10-40 per cent increase in the average needle area was found. Positive correlation was found between total photosynthesis and stem growth.

Authors' addresses: *Kellomäki*: University of Joensuu, Faculty of Chemistry and Biology, Unit for Forestry, PL 111, SF-80101 Joensuu 10, Finland. *Puttonen, Tamminen & Westman*: University of Helsinki, Department of Silviculture, Unioninkatu 40 B, SF-00170 Helsinki 17, Finland.

## KIRJOITUSTEN LAATIMISOHJEET

Silva Fennica-sarjassa julkaistaan lyhyitä metsätieteellisiä tutkimuksia ja kirjoituksia kotimaisilla kielillä tai jollakin suurella tieteellisellä kielellä. Julkaistavaksi tarkoitettu käsikirjoitus toimitetaan kahtena kappaletena seuran sihteerille painatuskelpoisessa asussa. Seuran hallitus ratkaisee asiantuntijoita kuultuaan, hyväksytäänkö kirjoitus painettavaksi.

Kirjoitusten laadinnassa noudatetaan Silva Fennica 4 (3):ssa (1970) annettuja sekä toimittajan erikseen antamia ohjeita. Suureissa, yksiköissä, symboleissa ja kaavoissa sekä oikoluvussa noudatetaan suomalaisia standardeja SFS 2300, 3100, 3101 ja 2324.

Kirjoitusten alkuun tulee julkaisun kielellä lyhyt tiivistelmä tutkimuksen tuloksista (ladottuna korkeintaan 20 riviä). Samoin laaditaan lyhyt mutta riittävä englanninkielinen summary ja myös englanninkielinen kirjastokortti, joka pituudeltaan on korkeintaan 18 konekirjoitusriviä. Sisällysluetteloa ei käytetä. Mahdolliset kiitokset esitetään johdannon lopussa ja ne ladotaan normaalia pienemmällä kirjasimella.

Kuvat on laadittava mieluiten yhdelle palstalle sopiviksi (lev. n. 6,5 cm). Kuvien sisällä olevat tekstit on kirjoitettava siirtokirjaimin, tekstityslaitteella tai muuten siististi. Useita osakuvia sisältävät kuvat tai monen kuvan sarjat on suunniteltava siten, ettei taitto vaikeudu. Kuvaoriginaalien tulee olla korkeintaan kokoa A4. Mikäli isompia kuvia joudutaan käyttämään, on asiasta sovittava toimittajan kanssa. Valokuvien on oltava teknisesti moitteettomia, kiiltävälle paperille vedostettuja. Värikuvia ei yleensä hyväksytä. Kuvien otsikko-tekstejä ei missään tapauksessa saa kirjoittaa kuvaoriginaaleihin, vaan ne kirjoitetaan erilliselle liuskalle. Taulukkotekstit kirjoitetaan kuitenkin ao. taulukon yläosaan, eikä niistä erillistä luetteloa tarvita.

Taulukot laaditaan mahdollisimman paljon lopullista painatusasuaan muistuttaviksi. Taulukoiden viivoituksen on oltava yhdenmukainen ja harkittu, yleensä pari johtoviivaa riittää. Vain pienet, yhdelle palstalle sopivat asetelmat ovat sallittuja, suuremmista tulee tehdä taulukko. Taulukot ja kuvat numeroidaan juoksevasti ja sijoitetaan tekstiosasta erilleen kukin omalle liuskalleen. Kuvien ja taulukoiden toivotut paikat merkitään käsikirjoituksen marginaaleihin. Jos vieraskielisessä summaryssä viitataan kuviin ja taulukoihin, tulee viitatuissa kuvissa ja taulukoissa olla vieraskieliset otsikot ja selitykset. Muut kuvat ja taulukot saavat olla yksikieliset.

Matemaattiset kaavat, ylä- ja alaindeksit sekä erikoismerkit on kirjoitettava selkeästi, niin että jokainen merkki on yksiselitteinen. Matemaattiset kaavat on muokattava sellaisiksi, että ne mahtuvat palstan leveydelle (n. 6,5 cm). Leveämmät kaavat on katkaistava soveltuvasta kohdasta ja jatkettava seuraavalle riville.

Tekstin lähdeviittaukset kirjoitetaan aikaisemmasta poiketen pieniin kirjaimin. Milloin tekijöitä on kolme tai useampia, mainitaan tekstissä vain ensimmäinen (esim. Heikurainen ym. 1961). Jos julkaisulla on kaksi tekijää, pannaan nimien väliin ja-sana painatuskielellä. Sulkeiden sisässä olevat viittaukset erotetaan toisistaan pilkulla (esim. Aho 1976, Elo ja Virtanen 1979, Suk ym. 1980).

Kirjallisuusluettelossa julkaisujen tekijät kirjoitetaan isoin kirjaimin, milloin tekijänä on henkilö. Jos tekijöitä on useita, nimet erotetaan pilkulla, paitsi kaksi viimeistä, jotka erotetaan &-merkillä. Tekijäin etunimistä käytetään vain alkukirjaimia. Mikäli sama ensimmäinen tekijä on kirjoittanut useampia julkaisuja, nimeä ei toisteta vaan se korvataan yhtäläisyysmerkillä. Toisen tekijän suhteen ei näin kuitenkaan tehdä. Tutkimusten nimet kirjoitetaan lyhentämättä. Tavallisista julkaisusarjoista käytetään lyhenteitä, jotka on painettu Silva Fennica 5(2):ssa (1971). Harvinaisia tai poikkeuksellisia sarjoja ei lyhennetä. Julkaisun numeron yhteydessä ei mainita vol.- tai n:o -sanoja. Sivunumerot erotetaan kaksoispisteellä volyymin tai julkaisun numerosta. Esimerkkejä:

GUSTAVSEN, H. G. 1976. Miten puut reagoivat lannoitukseen varttuneissa metsiköissä? *Metsä ja Puu* 4: 15–18.

— & LIPAS, E. 1975. Lannoituksella saatavan kasvunlisäyksen riippuvuus annetusta typpimäärästä. Summary: Effect of nitrogen dosage on fertilizer response. *Folia For.* 246: 1–20.

SMOLANDER, H., RÄSÄNEN, P. K. & KOSTAMO, J. 1981. Maan tiiviyn vaikutus männynntaimien haihduntaan ja pituuskasvuun istutuksen jälkeen. Summary: Effect of soil compaction on transpiration and height increment on planted Scots pine seedlings. *Silva Fenn.* 15(3): 256–266.

Sääsähkeohjeet 1982. Ilmatieteen laitos. Helsinki.

Englanninkielisten tekstien kääntämisestä ja pätevän kieliasiantuntijan tekemästä tarkastamisesta huolehtii kirjoittaja. Seura voi maksaa tarkastamiskustannukset valtionvarainministeriön antamien ohjeiden mukaisesti.

Lähempiä tietoja antaa seuran julkaisujen toimittaja.

## KANNATTAJAJÄSENET – SUPPORTING MEMBERS

CENTRALSKOGSNÄMNDEN SKOGSKULTUR  
SUOMEN METSÄTEOLLISUUDEN  
KESKUSLIITTO  
OSUUSKUNTA METSÄLIITTO  
KESKUSOSUUSLIKE HANKKIJAT  
SUNILA OSAKEYHTIÖ  
OY WILH. SCHAUMAN AB  
OY KAUKAS AB  
KEMIRA OY  
G. A. SERLACHIUS OY  
KYMI KYMMENE  
KESKUSMETSÄLAUTAKUNTA TAPIO  
KOIVUKESKUS  
A. AHLSTRÖM OSAKEYHTIÖ  
TEOLLISUUDEN PUUYHDISTYS  
OY TAMPELLA AB  
JOUTSENO-PULP OSAKEYHTIÖ  
KAJAANI OY  
KEMI OY  
MAATALOUSTUOTTAJAIN KESKUSLIITTO  
VAKUUTUSOSAKEYHTIÖ POHJOLA

VEITSILUOTO OSAKEYHTIÖ  
OSUUSPANKKIEN KESKUSPANKKI OY  
SUOMEN SAHANOMISTAJAYHDISTYS  
OY HACKMAN AB  
YHTYNEET PAPERITEHTAAT OSAKEYHTIÖ  
RAUMA REPOLA OY  
OY NOKIA AB, PUUNJALOSTUS  
JAAKKO PÖYRY CONSULTING OY  
KANSALLIS-OSAKE-PANKKI  
SOTKA OY  
THOMESTO OY  
SAASTAMOINEN YHTYMÄ OY  
OY KESKUSLABORATORIO  
METSÄNJALOSTUSSÄÄTIÖ  
SUOMEN METSÄNHOITAJALIITTO  
OY KYRO AB  
SUOMEN 4H-LIITTO  
SUOMEN PUULEVYTEOLLISUUSLIITTO R.Y.  
OULU OY  
OY W. ROSENLEW AB  
METSÄMIESTEN SÄÄTIÖ