

THEORETISCHES  
ÜBER  
DEN VOLUMZUWACHS UND -ABGANG  
DES WALDBESTANDES

VON

DR. ERIK LÖNNROTH  
PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT  
HELSINKI

**D**er Volumentwicklungsgang des im Naturzustand geschlossen heranwachsenden Waldbestandes umfasst einerseits jährlich einen Zuwachs, eine Zunahme dieses Volumens, und andererseits, infolge des scharfen Stellungskampfes ums Dasein zwischen den unbeweglichen, aber sich stark entwickelnden Baumindividuen, einen entsprechend auch als »kontinuierlich« anzusehenden entgegengesetzten Abgang eines Teils des Volumens.

Diese zweitgenannte, die negative Erscheinungsform des Bestandeslebensganges, der Abgang, d. h. die Stammausscheidung, ist ja, was erstens die Stammzahl betrifft, unter den angedeuteten Verhältnissen insgesamt im allgemeinen geradezu ungeheuer, aber auch bezüglich des totalen Stammvolumens sehr bedeutend. Für den gleichaltrigen, naturnormalen, reinen, dichtgeschlossenen Kiefernbestand des CAJANDER'schen Myrtillus-Waldtyps in der Südhälfte Finnlands beispielsweise<sup>1</sup> beträgt die Stammzahlverminderung, nachdem sie in den ersten Lebensjahren leicht zu Hunderttausenden von kleinen Schösslingen zu rechnen ist, noch in einem Bestandesalter von zehn Jahren normalerweise rund 1 400, im fünfzigsten Lebensjahre desgleichen ca. 60 Stämme, und weitere hundert Jahre später noch einen Stamm pro Jahr und Hektar. Dem Volumen nach berechnet dürfte das so auf natürliche Weise selbstausgeschiedene Stammmaterial — in der grössten Mehrzahl also stehend getrocknetes Holz — z. B. im hundertjährigen Bestandesleben im ganzen rund 50 % von dem am Ende dieses Zeitraumes weiter stehenden und wachsenden totalen Stammholzes ausmachen. Noch viel grösser wird diese

<sup>1</sup> Vgl. E. LÖNNROTH 1925, Untersuchungen über die innere Struktur und Entwicklung gleichaltriger naturnormaler Kiefernbestände, basiert auf Material aus der Südhälfte Finnlands. Acta forestalia fennica, 30, N:o 1 (S. 158).

Verhältniszahl für den mit kräftigen Durchforstungen gepflegten Wirtschaftsbestand, wo die Axt also hauptsächlich wachsende, lebende Bäume trifft.

Es ist somit einleuchtend, dass der Abgang neben dem Zuwachs grundsätzlich, oft auch praktisch, eine sehr wichtige Rolle in bestimmten, allgemein nur als Zuwachsermittlungen bezeichneten Volumentwicklungsuntersuchungen des Waldbestandes, bzw. in Bodenproduktionsuntersuchungen spielt. Dass dieser Abgang jedoch in dergleichen Fällen nicht immer gehörige Beachtung gefunden hat, dürfte allbekannt sein. Man braucht z. B. nur in Lehrbüchern der Holzmesskunde etwas zu blättern, um schon in prinzipieller Hinsicht falsch aufgestellte Untersuchungs- bzw. Berechnungsverfahren zu finden.<sup>1</sup>

Um eine einheitliche, theoretisch begründete Begriffsbestimmung, Nomenklatur und Einordnung der auftretenden verschiedenartigen Zuwachs- bzw. Produktions- und Abgangsgegenstände und der damit verbundenen verschiedenen taxatorischen Untersuchungsaufgaben auf dem Gebiet der Volumentwicklung des Waldbestandes, bzw. der Holzproduktion des Waldbodens zu gewinnen, stellte Verf. vor zehn Jahren eine die Frage durchmusternde Begriffs- und Formelübersicht auf.<sup>2</sup> Seitdem sind einige Plänkler in derselben Hinsicht in der Literatur zum Vorschein gekommen,<sup>3</sup> wie selbstverständlich auch früher geschehen ist, aber auch jetzt doch nicht in dem Umfange, wie es die Sache ihrer Bedeutung nach mit gutem Grunde fordern würde. Es scheint deswegen auch noch weiterhin ein Bedürfnis vorhanden zu sein, diese Frage etwas vollständiger in Regeln, Termini

<sup>1</sup> Vgl. z. B. U. MÜLLER 1923, Lehrbuch der Holzmesskunde. 3. Aufl. Berlin.

<sup>2</sup> E. LÖNNROTH 1919—1920, Ohjeita metsätalouden järjestelyssä. I. II. (Mit der Schreibm. vervielfält. Vorlesungen.) (I, S. 81 ff., 248 ff.)

<sup>3</sup> Vgl. besonders KRUTZSCH 1923, Mitteilungen und Anregungen zur Frage neuer Ertragstafeln für den Gebrauch bei der Sächsischen Forsteinrichtungsanstalt. Tharandter Forstliches Jahrbuch.

und Formeln zu fassen. — In diesem Sinne ist die unten vorgelegte Darstellung zu nehmen. —

Es handelt sich jetzt in erster Linie nur um die Grundbegriffe der in Rede stehenden Frage, — bzw. um den primären Teil der vom Verf., wie erwähnt, schon früher in anderem Zusammenhang vorgelegten Zusammenstellung der verschiedenen Momente dieses Fragenkomplexes.

\*

Um den Wachstumsgang des Bestandes, Gehölzes — hier also hinsichtlich des Charakteristikums Volumen — möglichst anschaulich und einfach darzustellen, ist das nebenstehende schematische Bild nebst entsprechenden Indizes angefertigt.

Das Bild veranschaulicht die Volumentwicklung des im Naturzustand geschlossen wachsenden gleichaltrigen Waldbestandes von einem willkürlich gewählten Zeit- bzw. Alterspunkt bis zu einem anderen, *n* Jahre später liegenden Lebenspunkt des Bestandes. Es handelt sich jetzt also um den einfachsten Fall der verschiedenen Bestandesformen.

Das Bestandesvolumen (lebender Bäume) zu Beginn der in Frage stehenden Wachstumsperiode wird hier der Kürze wegen »Beginnvolumen« genannt; sein Sonderzeichen sei *B*. Im Bilde ist *B* einfacherweise (vgl. auch den Index (1)) durch ein etwas horizontalgestrecktes unten und rechts vollinig, oben punktiert und links gestrichelt markiertes Parallelepiped vertreten. Die wechselnde Grenzmarkierung des Parallelepipedes gibt an, einerseits, dass die zunehmende Parallelepipedhöhe den laufenden Volumzuwachs darstellen soll, d. h. die Punktlinie ist eine sich aufwärts bewegende Linie, — und andererseits, dass die entsprechend allmählich fortschreitende natürliche Stammausscheidung, der laufende Abgang, hier stets von links nach rechts gehend, also durch eine einseitige horizontale Verkürzung des Parallelepipedes veranschaulicht ist. Die dünn ausgezogenen Linien bedeuten ihrerseits festgedachte Grundpositionen in der schematischen Darstellung.

Jetzt stellt man sich also vor, dass der Bestand vom Vorrat  $B$  weiter wächst — d. h. in der Figur, dass die wagerechte punktierte  $B$ -Grenzlinie sich allmählich hebt; es entsteht also ein gewisser Zuwachs. Dabei wird aber auch der erbitterte Wettkampf zwischen den wachsenden Baumindividuen ums Leben weiter fortgesetzt, was naturnotwendig in einer entsprechenden Stamm-ausscheidung, in einen Abgang resultiert — d. h. in der Figur, dass die links lotrecht stehende gestrichelte  $B$ -Grenze sich allmählich nach rechts bewegt. In den in Frage kommenden  $n$  Jahren denkt man sich die (horizontale) Punktlinie von der in der Figur dargestellten unteren zu der oberen Lage verschoben, wie auch entsprechend die (vertikale) gestrichelte Linie um den im Bilde veranschaulichten Schritt von links nach rechts.

Auf das Beginnvolumen, hier also das Parallelepiped  $B$ , wirken also zwei verschiedenartigen Kräfte ein, die eine vergrößernd, die andere verkleinernd. Es muss somit eine diesen Kräften entsprechende Resultante entstehen, die in der Figur also in der oberen linken Ecke, wo die Kräfte figurentechnisch zusammstossen, zum Vorschein kommen wird. Da alle beide Kräfte hier einfacherweise als kontinuierlich und gleichmässig während der verfließenden Zeit  $n$  gedacht sind, so erscheint die Resultante also als die eine gerade Diagonale in dem von den zwei rechtwinklig gegeneinander wirkenden Kräften gebildeten kleinen Kraftparallelepiped. Biologisch bedeutet diese (in der Figur stark ausgezogene) Diagonale also eine beendigte Volumentwicklung, d. h. den Tod derjenigen Bäume, welche zu dem Periodenabgang gehören. — Je früher ein solcher Baum in der in Rede stehenden Periode abstirbt, desto niedriger befindet sich sein Endpunkt auf der »Todesdiagonale«, und umgekehrt, je länger die »Gnadenfrist« des absterbenden Baumes ist, d. h. je länger der Baum noch imstande ist, sich am Leben zu erhalten, zu wachsen, bzw. sein Stammvolumen zu vermehren, desto höher oben liegt sein Schlusspunkt. Der erste derartige Punkt befindet sich theoretisch in der linken unteren Ecke des entstandenen rechtwinkligen Dreiecks, d. h. gleich im Anfang der Periode  $n$ ,

der letzte entsprechend in der Spitze des Dreiecks, also am Ende der Periode. —

Die Bedeutung der verschiedenen Teile der Volumfigur sind hier nach ohne weiteres gegeben.

Alles, was in der Figur oberhalb der unteren punktierten Wagerechten liegt, ist also Zuwachs, d. h. das, was der Boden in der verflössenen in Rede stehenden Periode  $n$  an neuem Stammholz produziert hat, m. a. W. das gesamte periodische Produktionsergebnis oder der Ertrag des Bodens. Abgekürzt wird diesem Charakteristikum hier einerseits der Terminus »Gesamtzuwachs«  $Z_B$  (also der gesamte Periodenzuwachs  $Z$  des Beginnvolumens  $B$ ) und andererseits der Name »Ertrag«  $Z_B$  (also der gesamte periodische Holz-ertrag  $Z$  des Bodens ( $B$ )) gegeben. — Unterhalb der erwähnten (unteren) Punktlinie liegt also das »Beginnvolumen«  $B$  des »Beginnbestandes«. — (Vgl. die Figur und den Index (1).)

Im Gegensatz zu dem ersten Indexbild lässt sich die Volumfigur, gemäss dem obigen Rasonnement, auch in zwei lotrechtgehende Hauptteile, wie es der Index (2) zeigt, teilen, nämlich: in den am Ende des verflössenen Zeitraumes  $n$  weiter stehenden und lebenden »Endbestand«, dessen Volumen »Endvolumen«  $E$  genannt werden kann, — und das Summenvolumen der während der Periode abgegangenen Stämme (des allgemein so genannten »Zwischenbestandes«), den »Gesamtabgang«  $A$ . (Vgl. die Figur und den Index (2).)

Betrachtet man ferner den Zusammenhang zwischen den Indizes (1) und (2) in dem weiter entwickelten Index (3), so wird erstens ersichtlich, dass das Beginnvolumen  $B$  in zwei Teile zerfällt. Der eine dieser Teile ist das Periodengrundvolumen des Gesamtabganges, welchem hier der Name »Grundabgang«  $a$  gegeben wird. Der andere Teil ist entsprechend das Periodengrundvolumen des Endbestandes; ihm könnte man vielleicht als das »Endgrundvolumen«  $e$  bezeichnen.

Zweitens teilt sich ja auch, wie schon oben erkannt wurde, der Gesamtzuwachs, bzw. der Ertrag  $Z_B$  in zwei sachlich verschiedene

Teile. Der eine, der rechts von der zweiten gestrichelten Lotrechten liegende, ist der Periodenzuwachs der am Ende der Periode weiter stehenden und lebenden Stämme. Dieser Teil wird hier, weil er weiter in der Zukunft einen zunehmenden Zuwachs bedeutet, mit dem abgekürzten »Codennamen« »Z u z u w a c h s« charakterisiert. Sein Zeichen sei  $Z_E$ . — Der andere Teil des in Rede stehenden Charakteristikums ist der Periodenzuwachs der während der Periode ausgeschiedenen Bäume, und zwar ist er in der Figur durch das oben erwähnte kleine Dreieck schematisch dargestellt. Er wird im Gegensatz zu dem Zuzuwachs »A b z u w a c h s« genannt, weil er der abgeschlossene Zuwachs des Abganges ist. Sein Zeichen sei  $Z_A$ .

Durch diese zwei Zweiteilungen wird ferner klar, dass auch sowohl das Endvolumen  $E$  wie der Gesamtabgang  $A$  beide, im Sinne unserer Auseinandersetzungen, aus zwei verschiedenartigen Teilen zusammengesetzt sind. Das Endvolumen  $E$  ist nämlich und natürlich die Summe des Endgrundvolumens  $e$  und seines Zuzuwachses  $Z_E$ , wie entsprechend der Gesamtabgang  $A$  die Summe des Grundabganges  $a$  und seines Abzuwachses  $Z_A$  ist.

Betrachtet man hiernach das Volumbild in dem der angeführten Teilung entgegengesetzten Sinne, also im Sinne des Ganzen, so findet man in dem Bilde noch eine weitere Bedeutung. Besonders wichtig wird dieser Gesichtspunkt, wenn der untere Zeitpunkt der in Frage stehenden Periode der Entstehungszeitpunkt des Bestandes ist. Dann repräsentiert nämlich die ganze Figur den gesamten Ertrag des Bodens während der bisherigen Lebenszeit des Bestandes, d. h. das Endvolumen plus der Summe sämtlicher Abgänge. Da aber ist  $B$  gleich Null, wodurch das Bild nur das Charakteristikum  $Z_B$  sachlich veranschaulichen kann und wodurch auch das entsprechende Zeichen für den in Frage stehenden Gesamtertrag weiterhin  $Z_B$  bleibt. Jetzt aber, wo die Periode bei einem später gewählten Zeitpunkt anfängt, muss sachlich ein anderes Totalzeichen, wie auch ein anderer Terminus gewählt werden. Es wird hierbei für  $B + Z_B$ , bzw.  $E + A$  einfacherweise der Name »Gesamtvolument« mit dem Zeichen  $V$  benutzt. (Vgl. die Figur.)

Noch ein oft vielsagendes Charakteristikum ist übrig. Zieht man nämlich das Beginnvolumen  $B$  von dem Endvolumen  $E$  ab, so entsteht ein Rest, der ja kein eigentliches Zuwachscharakteristikum ist, aber doch oft eine bedeutsame Rolle in bestimmten Bestandesvolumenentwicklungsuntersuchungen spielt. Dieser Rest wird hier, wegen seiner zweiten grundwichtigen, von dem Ertrag  $Z_B$  und dem Gesamtabgang  $A$  abhängigen Berechnungsweise »Ertragserest«  $R$  genannt. (Vgl. die Figur und den Index (4), sowie weiter unten.)

\*

Die gegenseitigen Beziehungen der hier beschriebenen zehn Bestandesvolumencharakteristika lassen sich durch eine grosse Menge von Formeln näher illustrieren. Da ja gerade einige dieser Formeln für die Volumentwicklungsuntersuchungen im Bestande überaus wichtig sind, wird hier eine Übersicht der markanteren Formeln gegeben. Es sei dabei auf die Figur nebst den Indizes, sowie auf das Figurenbeispiel hingewiesen. — Es wird mit den  $Z$ -Charakteristika begonnen.

Gesamtzuwachs, Ertrag:

$$Z_B = Z_E + Z_A \quad (1a)$$

$$» = E - B + A \quad (1b)$$

$$» = R + A \quad (1c)$$

Zuzuwachs:

$$Z_E = Z_B - Z_A \quad (2a)$$

$$» = E - e \quad (2b)$$

$$» = R + a \quad (2c)$$

Abzuwachs:

$$Z_A = Z_B - Z_E \quad (3a)$$

$$» = A - a \quad (3b)$$

$$» = e + A - B \quad (3c)$$

## Ertragsrest:

$$R = Z_B - A \quad (4 a)$$

$$\gg = Z_E - a \quad (4 b)$$

$$\gg = E - B \quad (4 c)$$

## Gesamtvolumen:

$$V = B + Z_B \quad (5 a)$$

$$\gg = E + A \quad (5 b)$$

$$\gg = B + R + A \quad (5 c)$$

## Beginnvolumen:

$$B = e + a \quad (6 a)$$

$$\gg = E - R \quad (6 b)$$

$$\gg = E + A - Z_B \quad (6 c)$$

## Endvolumen:

$$E = e + Z_E \quad (7 a)$$

$$\gg = B + R \quad (7 b)$$

$$\gg = B + Z_B - A \quad (7 c)$$

## Endgrundvolumen:

$$e = E - Z_E \quad (8 a)$$

$$\gg = B - a \quad (8 b)$$

$$\gg = E - R - a \quad (8 c)$$

## Gesamtabgang:

$$A = a + Z_A \quad (9 a)$$

$$\gg = Z_B - R \quad (9 b)$$

$$\gg = B + Z_B - E \quad (9 c)$$

## Grundabgang:

$$a = A - Z_A \quad (10 a)$$

$$\gg = B - e \quad (10 b)$$

$$\gg = Z_E - R \quad (10 c)$$

Aus diesen 30 Gleichungen können, wie schon gesagt und wie auch zu sehen ist, noch manche andere Formelvarianten hergeleitet werden. Hier ist die Anzahl der Formeln auf drei für jedes Charakteristikum beschränkt, was für die primäre Formelbildung auch gut ausreicht. —

Einige Erläuterungen über die Formeln können am Platze sein.

Das schematische Bild, welches hier zur Veranschaulichung des Volumentwicklungsganges des Bestandes benutzt ist, könnte in vielfacher Weise, und zwar immer in bezug darauf, welche speziellen biologischen Bestandesverhältnisse oder wirtschaftlichen Massnahmen es jeweils näher darzustellen hätte, verfeinert werden. Eine solche Erweiterung des Bildmaterials ist in der vorliegenden, nur die Grundprinzipien der Frage erörternden Darstellung nicht als notwendig oder zweckmässig erachtet worden, da sie ja nicht grundsätzlich auf die hier zusammengeführten Formeln einwirken würde. Die hier angewandte Figur ist freilich konform mit der Volumentwicklung des gleichaltrigen normalen Naturbestandes schematisiert, — die dabei zusammengeführten Formeln besitzen trotzdem allgemeine Gültigkeit. So denkt man sich z. B. für den Plenterwald das Volumen der Periodenneuanflüge als einen Teil des Ertrages  $Z_B$ , sowie den innerhalb dieser neuen Generationen vorkommenden Abgang als einen Teil des Gesamtabganges  $A$ .<sup>1</sup> —

Die normale Bestandesentwicklung während der eigentlichen Aufwuchszeit des Bestandes bedeutet ja eine Vergrösserung des Bestandesvolumens, d. h., dass  $E$  grösser als  $B$ , bzw. entsprechend, dass  $Z_B$  grösser als  $A$  ist. Ist dies der Fall, so ist ja auch der Ertragsrest  $R$  positiv (vgl. die Formeln (4)). Eine Naturkalamität, bzw. ein starker Hieb oder der allmähliche Zerfall des Bestandes im hohen Alter können ein entgegengesetztes Resultat verursachen;  $A$  wird grösser als  $Z_B$ , und folglich wird  $R$  negativ. In diesem Falle liegt auch die hier als »Plus-Minus-Linie« bezeichnete Linie oberhalb der oberen Punktlinie, — eine Minus-Linie also. In der Figur ist die in Rede stehende Linie als Plus-Linie gezeichnet. In dem normalgezogenen Plenterwald ist drittens  $A = Z_B$ , d. h.  $R = \text{Null}$  und  $E = B$ ; figurentechnisch würde dies bedeuten, dass die zwei in Rede stehenden Linien hier zusammenfallen.

<sup>1</sup> In der bekannten französisch-schweizerischen »Kontrollmethode« beispielsweise ist ja die hier angeführte Formel (1 b) die Hauptformel für die Berechnung des laufenden Ertrages in den Plenterwäldern.



Eine Verwechslung gerade zwischen dem Ertragsrest  $R$  und dem Zuzuwachs  $Z_E$ , ja sogar dem Ertrage  $Z_B$ , kommt immer noch bisweilen vor,<sup>2</sup> und doch ist der Unterschied zwischen  $Z_E$  und  $R$  gleich dem Grundabgang  $a$  und der zwischen  $Z_B$  und  $R$  sogar gleich dem Gesamtabgang  $A$  (vgl. z. B. die Formeln (1 b) und (4 c) miteinander)! Wie verhängnisvoll eine derartige Begriffsverwirrung sein kann, geht ohne weiteres aus dem oben Gesagten hervor.

Nur im Falle, dass im Bestande während der in Frage stehenden Periode kein Abgang erfolgt ist (z. B. kurze Periode in neulich stark durchforstetem gesundem Bestande, wo weder Hiebe noch auch »natürliche Todesfälle« unter den Bäumen vorgekommen sind), ist ein Identitätszeichen zwischen  $Z_B$ ,  $Z_E$  und  $R$  zu setzen; dabei sind auch  $B$  und  $e$  derselbe Gegenstand. —

Der laufende periodische Volumzuwachs bzw. Ertrag kann, wie bekannt, prinzipiell auf verschiedene Weise ermittelt oder geschätzt werden. Von den direkten Verfahren werden die in der Zeit rückwärts, die sog. »Analyse-« oder »Rückwärtskubierungsmethode« und die in der Zeit vorwärts gelenkte, die »Zweizeit-« oder »Vorwärtskubierungsmethode« in den Vordergrund gestellt.

Bei dem Analyseverfahren hat man es also primär mit dem  $E$ -Bestand zu tun. Man ermittelt und analysiert dieses  $E$  und erhält dabei das  $e$ .  $Z_E$  bekommt man dann einfach mittels der Formel (2 b). Will man aber auch Kenntnis über die anderen oben angegebenen Charakteristika erlangen, so muss zuerst nähere Auskunft über  $A$  bzw.  $a$  beschafft werden. Wie leicht oder wie schwer genügender Aufschluss über diese zwei Gegenstände zu gewinnen ist, ist eine Frage, die hier nicht behandelt zu werden braucht; es mag nur angedeutet werden, dass vielleicht eine vorhandene Bestandesbuchführung oder eine Untersuchung von Stöcken oder einfach die Erfahrung (Erfahrungszahlen) eine hinreichende Kenntnis über die Abgangszahlen darbieten kann. Ist dies der Fall, so ergeben sich

<sup>2</sup> Vgl. z. B. U. MÜLLER 1923, I. c. (S. 392).

die fünf noch unbekanntes Volumcharakteristika  $Z_A$ ,  $Z_B$ ,  $R$ ,  $B$  und  $V$  beispielsweise mittels der Formeln (3 b), (1 a), (4 b), (6 a) und (5 b).

Bei der Anwendung des Zweizeitkubierungsverfahrens, wo, wie bekannt, mit grösster Genauigkeit, Folgerichtigkeit, Kommensurabilität und Vorsicht gearbeitet werden muss, bekommt man als erste Hauptresultate die Zahlenwerte der Volumina  $B$  und  $E$ , wobei die zwischenliegende Periodenbuchführung notwendigerweise Auskunft auch über die zwei Charakteristika  $A$  und  $a$  geben muss, wenn eine Untersuchung von der hier in Frage stehenden Art überhaupt einen Sinn haben soll. Besitzt man die Zahlenwerte dieser vier Gegenstände, so ergeben sich die sechs übrigen Charakteristika ohne weiteres. Es heisst nur die Formeln (4 c), (1 c), (2 c), (3 b), (8 b) und (5 b) in Funktion bringen, und man hat die Volumina  $R$ ,  $Z_B$ ,  $Z_E$ ,  $Z_A$ ,  $e$  und  $V$  fertig vor sich.

\*

Es scheint zum Schluss noch Anlass zu sein, etwas auf die Gründe auch der Bildung der Prozentformeln für die oben gegebenen  $Z$ -Charakteristika nebst  $R$ ,  $A$  und  $a$  einzugehen.

Die aktuelle Frage im vorliegenden Zusammenhang ist die Frage, welches oder welche Kapitalien in jedem einzelnen Falle in der Prozentformel in Anwendung zu bringen sind. Wir werden uns auch demgemäss hier nur über diesen Punkt verbreiten. — Es scheint weiter zweckmässig, einerseits die bekannte PRESSLER'sche und andererseits die gewöhnliche Zinseszinsen-Prozentformel in Betracht zu ziehen. Das  $p$ -Prozentzeichen wird hier in gleicher Weise für beide Formelarten angewandt.

Die Formeln werden hier nur in möglichst einfacher Form geschrieben. Wie leicht zu sehen ist, könnte man sonst auch in diesem Falle eine sehr grosse Menge von Formvarianten für die Formeln entwickeln.

Im Hinblick darauf, dass das jeweils in Rede stehende, hier als Zins bezeichnete Charakteristikum einfach als Differenz von zwei entsprechenden Kapitalien aufgefasst ist, haben sich folgende Formeln ergeben (vgl. die Figur nebst den Indizes):

Laufendes Gesamtzuwachs- bzw. Ertragsprozent:

$$p_{Z_B} = \frac{Z_B}{V+B} \cdot \frac{200}{n} \quad (11 a)$$

$$p_{Z_B} = 100 \left( \sqrt[n]{\frac{V}{B}} - 1 \right) \quad (11 b)$$

Laufendes Zuzuwachspr Prozent:

$$p_{Z_E} = \frac{Z_E}{E+e} \cdot \frac{200}{n} \quad (12 a)$$

$$p_{Z_E} = 100 \left( \sqrt[n]{\frac{E}{e}} - 1 \right) \quad (12 b)$$

Laufendes Abzuwachspr Prozent:

$$p_{Z_A} = \frac{Z_A}{A+a} \cdot \frac{200}{n} \quad (13 a)$$

$$p_{Z_A} = 100 \left( \sqrt[n]{\frac{A}{a}} - 1 \right) \quad (13 b)$$

Laufendes Ertragsrestprozent:

$$p_R = \frac{R}{E+B} \cdot \frac{200}{n} \quad (14 a)$$

$$p_R = 100 \left( \sqrt[n]{\frac{E}{B}} - 1 \right) \quad (14 b)$$

Laufendes Gesamtabgangspr Prozent:

$$p_A = \frac{A}{V+E} \cdot \frac{200}{n} \quad (15 a)$$

$$p_A = 100 \left( \sqrt[n]{\frac{V}{E}} - 1 \right) \quad (15 b)$$

Laufendes Grundabgangspr Prozent:

$$p_a = \frac{a}{B+e} \cdot \frac{200}{n} \quad (16 a)$$

$$p_a = 100 \left( \sqrt[n]{\frac{B}{e}} - 1 \right) \quad (16 b)$$

Diese Formelformen scheinen die primären zu sein. Dabei ist es jedoch wohl möglich, dass auch irgendwie anders gebildete Spezialformeln in bestimmten Sonderfällen in Frage kommen können.

In diesem Zusammenhang könnte man ferner das in der Praxis allgemein angewandte Verfahren berühren, nach dem das laufende Zuzuwachspr Prozent  $p_{Z_E}$ , um Arbeitsaufwand zu sparen, durch bestimmte Näherungsprozentformeln berechnet wird. Es liegt ja nämlich eine Möglichkeit vor, auch auf diesem Wege mit den weiter oben gegebenen Volumcharakteristika in Kontakt zu kommen. — Auf die näherungsweise Bestimmung von  $p_{Z_E}$  selbst braucht hier nicht eingegangen zu werden; das ist ein weitläufiges Kapitel für sich, welches nicht in untrennbarer Verbindung mit der vorliegenden Untersuchung steht.<sup>1</sup> Es wird also nur vorausgesetzt, dass  $p_{Z_E}$  auf irgendeine derartige Weise berechnet ist.

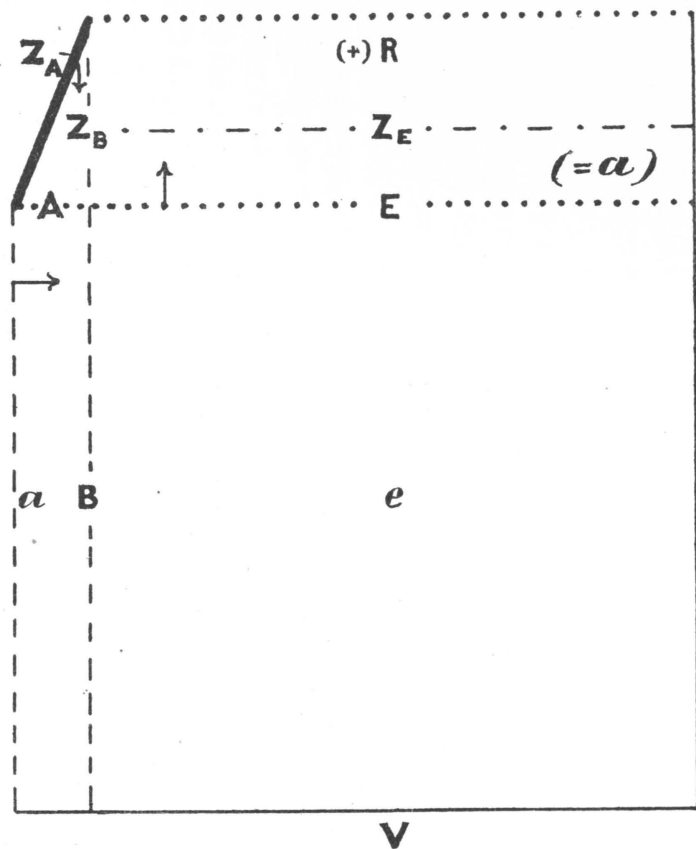
Es gilt nun nach  $p_{Z_E}$  weiter  $E$  zu schätzen, wodurch sich  $Z_E$  (für ein Jahr) mittels der allgemeinen einfachen Rentenformel berechnen lässt. Hierauf erhält man mit Hilfe der Formel (8 a) das Charakteristikum  $e$ . Die weiteren Volumgegenstände kann man, wie auch oben, nur unter der Voraussetzung berechnen, dass wieder  $A$  und  $a$  (bzw.  $p_{Z_A}$ ) geschätzt werden. Kann dies auf irgendeine Weise geschehen, so erhält man die unbekanntenen  $Z_A$ ,  $Z_B$ ,  $R$ ,  $B$ , und  $V$  mittels der Formeln (3 b), (1 a), (4 b), (6 a) und (5 b).

Die zwei übrigen Wege, die hier oft genannten zehn Volumcharakteristika zu ermitteln, zu schätzen oder zu berechnen, die Benutzung von Normalertragstafeln, bzw. des Volumdurchschnittszuwachses als Anfangsgegenstand, ist in diesem Zusammenhang keine Veranlassung näher zu berühren.

<sup>1</sup> Diese Frage hofft Verf. in anderem Zusammenhang eingehend behandeln zu können. Vgl. übrigens E. LÖNNROTH 1919—1920, l. c. (I, S. 266 ff.).

Erik Lönnroth.





FIGURENBEISPIEL

$1 \text{ cm}^2 = 4 \text{ m}^3$

$B = 288 \text{ m}^3$

$Z_B = 85 \text{ m}^3$

$E = 336 \text{ ''}$

$Z_E = 80 \text{ ''}$

$A = 37 \text{ ''}$

$Z_A = 5 \text{ ''}$

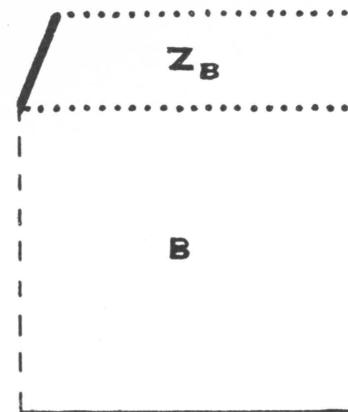
$e = 256 \text{ ''}$

$R = 48 \text{ ''}$

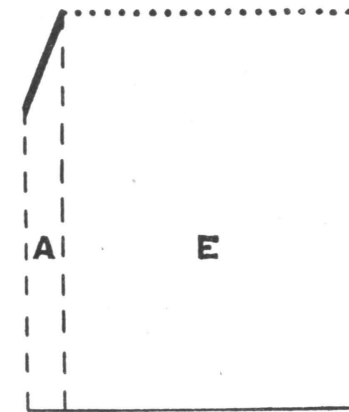
$a = 32 \text{ ''}$

$V = 373 \text{ ''}$

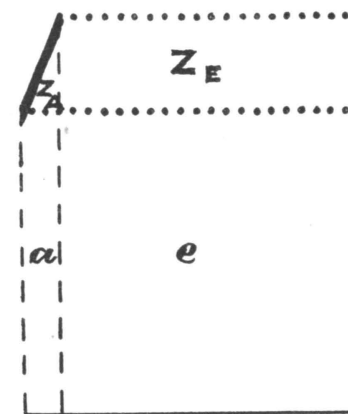
INDIZES



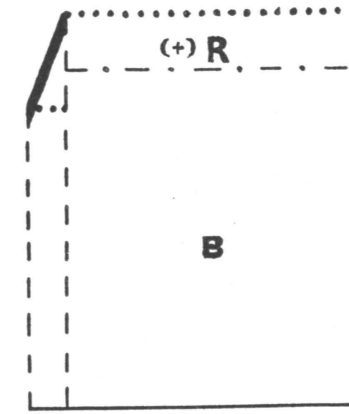
(1)



(2)



(3)



(4)

— FEST

..... ZUNEHMEND

— BEENDIGT

- - - - ABNEHMEND

- . - . PLUS - MINUS - LINIE