TUTKIMUKSIA TUKKIPUURUNKOJEN JA SAHATUKKIEN VÄLISESTÄ KUUTIOSUHTEESTA

ILMARI VUORISTO

INVESTIGATIONS OF THE REGRESSION BETWEEN THE CUBIC CONTENT OF TRUNKS AND THAT OF LOGS

HELSINKI 1935

HELSINKI 1935

SUOMALAISEN KIRJALLISUUDEN SEURAN KIRJAPAINON OY.

Sisällys.

Alkusanat.

Metsätieteellisessä tutkimustyössä, samoin käytännöllisessä toiminnassa metsätalouden alalla, tarvitaan usein muuntolukuja, joiden avulla muunnettuina tunnetut tosiasiat voidaan ilmaista uudessa muodossa, jossa ne alkuperäistä paremmin soveltuvat käytettäviksi tai vasta muuntamisen kautta tulevat käyttökelpoisiksi. Mainitut muuntoluvut ovat tarpeellisia esim. eri tavoin suoritettujen puiden mittaustulosten yhdenmukaistuttamiseen. Samoin ovat muuntoluvut tarpeen määrättyyn argumenttiin perustuvien tutkimus- tai toimintatulosten muuntamiseen jostakin toisesta argumentista riippuviksi. Sekä tutkimustyössä että käytännössä määrää toiminnan laatu sen argumentin tai toiminnan kohteen, jonka vaihtelun vaikutusta tuloksiin tarkkaillaan. Haluttaessa saavuttaa lopullinen yhteistulos useammista, eri argumentteihin perustuvien tutkimusten tai toiminta-sarjojen tuloksista, täytyy yksityistulokset yhdistämistä varten muuntaa samasta argumentista riippuviksi. Tätä varten täytyy tuntea eri argumenttien väliset suhteet.

Metsäteknologian alalla, sahateollisuutta ja sen raaka-aineen hankintaa silmällä pitäen, joudutaan usein tarkkailemaan toiminnan tuloksia seuraavaan argumenttisarjaan perustuen: tukkipuu, sahatukki ja valmis sahatavara. Yhtenäisen tuloksen saavuttamiseksi, esim. koko sahateollisuuden toiminnan työnhankaluuden riippuvaisuuden määräämiseksi tukkipuiden suuruudesta, täytyy tuntea, mitkä riippuvaisuussuhteet vallitsevat tukkipuun, sahatukin ja valmiin sahatavaran välillä. Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää tukkipuurunkojen ja niistä valmistettujen sahatukkien välistä suuruussuhdetta.

Aineisto tutkimusta varten on koottu 7:n sahateollisuutta harjoittavan puutavarayhtiön metsäkonttorien arkistoista eri puolilla maatamme. Pyydän tässä lausua parhaat kiitokseni mainittujen yhtiöiden metsäkonttorien johtajille, metsänhoitajille I. Ebelingille, O. Heikinheimolle,

J. HILLOKSELLE, A. ROSSANDERILLE, E. SIMOLALLE ja P. KARTTUSELLE sekä isännöitsijä T. VESALLE. Pyydän myös samalla lausua parhaat kiitokseni opettajalleni, prof. E. LÖNNROTHille, jonka ohjeita olen tutkimusta tehdessäni saanut hyväkseni käyttää.

Nuppulinna 1. 9. 35.

ILMARI VUORISTO.

I. Johdanto.

A. Tukkipuu ja sahatukki.

Tässä tutkimuksessa tarkotetaan tukkipuulla sellaista puuta, jota kokonsa puolesta käytetään sahateollisuuden raaka-aineena. Puun minimikoko on tässä suhteessa ratkaiseva. Eri aikoina on sahapuun minimikoko huomattavasti vaihdellut. Yleensä on suunta tässä vaihtelussa ollut sen laatuinen, että yhä pienemmistä puista on ruvettu valmistamaan sahatukkeja. Viime vuosisadan lopulla kaadettiin sahapuiksi yleisesti ainoastaan sellaisia runkoja, jotka neljän sylen korkeudelta täyttivät 9 tuumaa. Vähitellen oltiin kuitenkin pakotettuja tyytymään yhä pienempiin puihin ja nykyään tehdään sahatukkeja jo rungoista, jotka 18 jalan korkeudelta täyttävät 5 tuumaa. Pienimmän sahatukeiksi kelpaavan puun koon pienentyessä on sahatukeiksi tehtävien puiden keskikokokin luonnollisesti pienentynyt (PÖNTYNEN 1931, SAARI 1932). Huolimatta puiden ja sahatukkien keskikoon pienenemisestä, esiintyy metsissämme vielä kuitenkin huomattavasti kookkaitakin puita. Käsite »sahapuu» on siis entisestään huomattavasti laajentunut käsittäen nykyään kooltaan sangen suuresti vaihtelevia puita.

Koska puun runko on muodoltaan pyörähdyskappale, voidaan sen kuutiosisältö määrätä pituuden ja läpimitan perusteella. Rungon eri korkeuksilla vaihtelee läpimitta kuitenkin sangen monimutkaisesti, joten puiden kuutioiminen on vaikea tehtävä. Mitä sahapuiden kuutioimiseen tulee, on käytäntö johtanut siihen, että rungot kuutioidaan siten, että ne ajatellaan katkotuiksi valmiiksi sahatukeiksi ja rungon kuutiosisältönä pidetään siitä valmistettujen sahatukkien yhteenlaskettua kuutiomäärää. Sahatukit taas kuutioidaan pituuden ja latvaläpimitan perusteella. Tällainen sahatukkien kuutioimistapa ei luonnollisesti anna tulokseksi tukkien todellista kuutiosisältöä, vaan tulos on sellaisen lieriön kuutio, jolla on tukin pituus ja tukin latvan mukainen halkaisija. Syynä siihen, että tukkien mittaus on kehittynyt edellämainitunlaiseksi, on se, että sahateollisuuden raaka-aineeksi käytetyn tukin koon mukaisen arvon määrää lähinnä tukin latvaläpimitta. — Sahatukin kuutiolla tarkotetaan tässä tutkimuksessa aina latvamittaukseen perustuvaa kuutiomäärää ja tukkipuurungon kuutiolla rungosta valmistettujen sahatukkien yhteenlaskettua kuutiomäärää. Mainitunlaisesta tukin kuutiosta käytetään nimitystä *latvakuutio* ja rungon kuutiosta *tukeiksi tehty latvakuutio*. Aineistossa esiintyvät kuutiomäärät perustuvat käytännöllisessä toiminnassa suoritettuihin mittauksiin ja on läpimitat mitattu puolin tuumin alaspäin pyöristäen, kuten metsämittauksessa on yleensä tapana.

B. *Tukkipuurungon ja sahatukin välisestä kuutiosuhteesta.*

Sahatukkien keskipituus maassamme on noin 16—18 engl. jalkaa. Pituus vaihtelee tosin melkoisesti, yleisimmin noin 14—26 jalkaan, mutta keskipituutta lähenteleviä pituuksia on kuitenkin aina eniten. Tavallista lyhyempiä tai pitempiä tukkeja tehdään ainoastaan silloin, kun siihen on jokin erikoinen syy. Tukin pituus on rungon tukeiksi kelvollisen osan pituuteen verraten melkoisen suuri. Usein tuottaa vaikeuksia rungon sahatukeiksi katkaiseminen siten, että koko rungon tukeiksi kelvollinen osa määrättyyn minimiläpimittaan voitaisiin edullisesti käyttää tukkipuuna. Tehtävien tukkien pituutta vaihdellen voidaan tavallisesti kuitenkin päästä tyydyttäviin tuloksiin. Ainoastaan lyhyissä rungoissa, joiden pituus on sellainen, että niistä juuri ei tule kahta tukkia, mutta yksikään tukki ei vie koko runkoa, voi tässä suhteessa esiintyä hankaluuksia. Rungon sahatukeiksi tehtävän osan minimiläpimittana pidetään maassamme nykyään yleensä 5″ (VUORISTO 1935). Poikkeuksia on kuitenkin olemassa. Kuusipuista tehdään latvatukit usein paperipuiksi, joten kuusitukin minimimitta voi olla jopa 8:kin″. Mäntymetsässäkin voi yleinen minimimitta usein nousta melkoisesti yli 5″:n siinä tapauksessa, että puiden latvus on lyhyt ja oksikas, jolloin latva kapenee nopeasti ja katkaisu toimitetaan tavallisesti oksien alapuolelta. Tällaisia metsiä esiintyy runsaasti Perä-Pohjolassa. Jos latvuksien paperipuiksi-tekomahdollisuus jätetään huomioon ottamatta ja edellytetään, kuten tämän tutkimuksen aineistossa on asian laita, että rungot pölkytetään yksinomaan sahatukkien valmistusta silmällä pitäen, voidaan kaikista yksityistapauksissa esiintyvistä poikkeuksista huolimatta edellyttää, että runko tulee käytetyksi tukkipuuksi minimiläpimittaa lähentelevään mittaan saakka. Jos tukkipuurungon kuutio ilmaistaan tukeiksi tehtynä latvakuutiomääränä, jää kuutiomäärän ulkopuolelle siis jokaisesta rungosta latvaosa, jonka suuruus riippuu sangen vähän rungon suuruudesta. Päinvastoin voi sattua, että latvaosa pienessä puussa on suurempi kuin isossa. Prosentuaalisesti on siis rungon tukeiksi tehtävä osa koko rungon kuutioon verraten sitä suurempi mitä kookkaampi runko on (Aro 1935). Mitä rungon tukeiksi tehtävän osan suuruus vaikuttaa siitä valmistettavien sahatukkien kokoon, riippuu lähinnä kahdesta tekijästä, nimittäin rungon tukeiksi tehtävän osan pituudesta, toisin sanoen montako tukkia rungosta saadaan, sekä rungon paksuudesta. Jos tarkastetaan kahta runkoa, joiden kuutiosisältö on sama, voi toisen pituus olla huomattavasti suurempi kuin toisen, jos läpimitat ovat päinvastaisessa suhteessa. Tällaisia pituuden ja läpimitan vaihteluita esiintyykin luonnossa aivan yleisesti. Yksityisten puiden pituuden ja läpimitan väliseen suhteeseen vaikuttavat sangen monet tekijät. Pääasiallisimpina tekijöinä on huomattava puun ikä, maanlaatu, metsän tiheys ja puun asema metsikössä. Pisimpiä ovat parhaiden metsätyyppien tiheiden metsiköiden valtapuut. Käytäntöä ja yleisluontoisia tutkimuksia silmällä pitäen ei puiden pituuden ja läpimitan välisen suhteen määräämiseksi voida kuitenkaan edellämainittuja tekijöitä ottaa huomioon, vaan on tyydyttävä keskiarvoihin. Keskiarvojen käyttöön joudutaan myös siitäkin syystä, että kuutioltaan saman kokoisista puista valmistettujen sahatukkien luku vaihtelee yksityistapauksissa siksi suuresti, että ainoastaan suurempaa puumäärää tarkastettaessa voidaan saavuttaa tuloksia, jotka osottavat, miten tukkien suuruus keskimäärin riippuu runkojen suuruudesta. Keskiarvoiset tulokset ovat myös useassa tapauksessa helpoimmin käytäntöön sovitettavissa, koska ainoastaan harvoin on käytettävissä riittävän yksityiskohtaisia tietoja kysymykseen vaikuttavista tekijöistä.

II. Tutkimusmenetelmä.

A. Aineisto ja sen käsittely.

Tukkipuun rungon ja siitä valmistettavien sahatukkien välisen suuruussuhteen selvittämiseen käytetään tässä tutkimuksessa aineistoa, jonka muodostavat h a k a t t u j e n l e i m i k o i d e n mittaustulokset. Aineistossa ei siis esiinny yksityisten runkojen ja siitä valmistettujen sahatukkien mittaukseen perustuvia lukuja, vaan kunkin leimikon keskiarvoiset luvut. Jokaisesta leimikosta on aineistoon saatu siis ainoastaan yksi lukusarja. Rungon keskikuution ja sahatukkien keskikuution lisäksi on aineistossa vielä otettu huomioon, montako tukkia keskimäärin on saatu rungosta. Tukkien ollessa suurin piirtein keskipituudeltaan saman pituisia kuvaa rungosta saatu keskimääräinen tukkiluku siis puiden pituutta. Jokaisesta yksityisestä leimikosta saatua lukusarjaa on tutkimuksessa pidetty saman painoisena huolimatta leimikon suuruudesta. Näin on menetelty sen vuoksi, että pienetkin leimikot, joiden puusto helpoimmin voi poiketa tavallisuudesta, vaikuttaisivat lopputulokseen yhtä voimakkaasti kuin suuretkin leimikot ja tulosten käyttökelpoisuus erikoistapauksissakin tulee täten varmemmaksi.

Aineistoa on koottu eri puolilta maata syystä, että tutkimuksen avulla voitaisiin selvittää myös se, miten rungon ja sahatukin kuutiosuhde vaihtelee eri puolilla maata. Pohjois-Suomessa ovat puut yleensä lyhytkasvuisempia kuin Etelä-Suomessa, joten samankokoisista rungoista valmistetut tukit Pohjois-Suomessa ovat suurempia kuin Etelä-Suomessa (SAARI 1932). Tukkien suuruuteen vaikuttaa myös huomattavasti metsän ikä, josta tukkeja hakataan. Puiden pituuskasvun päätyttyä määrätyllä iällä vaikuttaa jatkuva paksuuskasvu suoraan verrannollisesti tukkien suurentumiseen, koska rungosta valmistettavien tukkien luku pysyy rungon suurenemisesta huolimatta entisellään.

Tutkimusaineisto käsittää seuraavilta seuduilta vv. 1929—33 hakattujen valtion ja yksityismetsien leimikoiden mittaustuloksia: Jokioisten

seudut, Riihimäen ympäristö, Päijänteen vesistön pohjois-osa, Kallaveden seudut, Pielisjärven vesistö, Kainuu ja Perä-Pohjola.

Kunkin alueen aineisto käsitellään tutkimuksessa aluksi erillään. Täten saadaan selvyys siitä, onko olemassa oleellista eroa rungon ja tukin kuution suhteessa eri puolilla maatamme. Tämän alustavan yksityiskohtaisen käsittelyn jälkeen voidaan yhdistää ne alueet yhdeksi, joissa suhde on siinä määrin sama, ettei eroavaisuuden voida katsoa aiheutuvan asiaan vakinaisesti vaikuttavista tekijöistä.

Aineistoa koottaessa ei ole kiinnitetty huomiota leimikkojen kokoon eikä laatuun, vaan on aineistoon otettu kaikki leimikot, joista tiedot ovat olleet saatavissa. Täten edustaa aineisto umpimähkäistä näytettä kyseessä olevien yhtiöitten hakkauttamista leimikoista. Kun lisäksi on erittäin vähän todennäköistä, että määrätty yhtiö joutuisi hakkauttamaan laadultaan erikoisia leimikoita, voidaan aineiston katsoa edustavan tutkimusalueiden leimikkojen yleistä laatua tutkittavaan kysymykseen nähden.

Yleensä on pyritty siihen, että aineistoon kultakin alueelta olisi saatu noin 200—300 leimikkoa. Lisäaineistona tutkimustulosten tarkistukseksi on käytetty kirjallisuudessa esiintyviä lukuja rungon ja sahatukin välisestä kuutiosuhteesta.

Tutkimusaineistoa esitettäessä on mainittu, että aineistona on käytetty leimikoiden mittaukseen perustuvia keskiarvolukuja. Koska mainittujen keskiarvojen käyttö on kuitenkin mahdollista ainoastaan määrätyin edellytyksin, tarkastetaan seuraavassa, millä edellytyksillä tukkipuurungon ja sahatukin kuutioiden välistä suhdetta voidaan tutkia leimikoiden mittaukseen perustuvia keskiarvolukuja aineistona käyttäen. Jotta tällainen mahdollisuus olisi olemassa, täytyy tutkimuksessa huomioon otettujen tekijöiden riippua toisistaan siten, ettei ominaisuuksien epäsymmetrinen jakautuminen aiheuta vaihteluita laskettuihin keskiarvoihin. Tällainen on tilanne ainoastaan silloin, kun ominaisuuksien välillä on suoraviivainen tai ainakin suurin piirtein suoraviivainen korrelatio. Tutkimustuloksia selostettaessa nähdään, että kysymyksessä olevassa tapauksessa poikkeavat korrelatiot suoraviivaisuudesta siksi vähän, ettei se vaikuta häiritsevästi tutkimustuloksiin. Lisäksi on vielä huomattava, että kussakin tapauksessa esiintyy aineistossa ominaisuuden keskiarvoa lähenteleviä arvoja eniten, joten keskiarvosta paljon poikkeavien arvojen vaikutus on korrelation vähäisestä käyräviivaisuudesta huolimatta melkein olematon.

B. *Tutkimuksessa käytetyt tilasto-matemaattiset menetelmät.*

Tutkimuksen päätarkoituksena on saada selville, miten sahatukkien suuruus riippuu metsikön järeydestä. Kuten edellä on esitetty riippuu sahatukkien koko lähinnä puiden koosta sekä niiden pituudesta. Sahatukkien suuruus riippuu näin ollen kahdesta tekijästä, jotka voivat samanaikaisesti toisiinsa verraten huomattavasti vaihdella. Jos tällaisessa tapauksessa halutaan selvittää, miten määrätty ominaisuus, esim. sahatukkien koko, riippuu kahdesta muusta ominaisuudesta, rungon kuutiosta sekä rungon pituudesta, voidaan tämä riippuvaisuus määrätä useamman ominaisuuden korrelation avulla. Useamman ominaisuuden korrelatiolaskenta perustuu siihen, että pyritään määräämään yhtälö, joka ilmaisee, millaisia poikkeuksia ominaisuuden keskiarvosta (Mx) kahden muun ominaisuuden poikkeukset keskiarvoista (My ja Mz) aiheuttavat. Matemaattisesti esittää yhtälöä seuraava lauseke:

$$1) \qquad (x_\mu - M_x) = \alpha (y_\mu - M_y) + \beta (z_\mu - M_z),$$

jossa

x_μ, y_μ ja z_μ = ominaisuuksien mielivaltaiset vastaavat arvot.
M_x, M_y ja M_z = ominaisuuksien keskiarvot
α ja β = osittaisregresiokertoimet.

Osittaisregresio-kertoimet (α ja β) mittaavat siis kahden ominaisuuden (y:n ja z:n) vaikutuksen kolmanteen ominaisuuteen (x:ään). Tosin juuri koskaan ei voida olettaa, että x:n arvot riippuvat y:n ja z:n arvoista täsmälleen siten, kuin edellä oleva yhtälö osoittaa, vaan on tyydyttävä siihen, että koetetaan määrätä α ja β arvot siten, että ne tekevät yhtälön molemmat puolet mahdollisimman suuressa määrin yhtäsuuriksi. Tämän ehdon täyttävät α ja β arvot sangen hyvin silloin, jos ne tekevät summan

$$2) \qquad \Sigma [\alpha (y_\mu - M_y) + \beta (z_\mu - M_z) - (x_\mu - M_x)]^2$$

minimiksi. Toisin sanoen tulee edellä esitetyn lausekkeen arvojen neliöiden summan olla minimi. Mainittu ehto toteutuu silloin kun lausekkeen ensimmäinen derivaatta on $= 0$. Osittaisregresio-kertointen määräämiseksi on siis lauseke derivoitava α ja β suhteen ja merkittävä derivaatat $= 0$. Tällöin saadaan lausekkeet

$$3) \qquad \begin{cases} \Sigma 2 [\alpha (y_\mu - M_y) + \beta (z_\mu - M_z) - (x_\mu - M_x)] (y_\mu - M_y) = 0 \\ \Sigma 2 [\alpha (y_\mu - M_y) + \beta (z_\mu - M_z) - (x_\mu - M_x)] (z_\mu - M_z) = 0. \end{cases}$$

Edellisistä yhtälöistä saadaan sievistämällä yhtälöt:

$$4) \qquad \begin{cases} \alpha \Sigma (y_\mu - M_y)^2 + \beta \Sigma (z_\mu - M_z) (y_\mu - M_y) = \Sigma (x_\mu - M_x) (y_\mu - M_y) \\ \alpha \Sigma (y_\mu - M_y) (z_\mu - M_z) + \beta \Sigma (z_\mu - M_z)^2 = \Sigma (x_\mu - M_x) (z_\mu - M_z). \end{cases}$$

Edellä saadut yhtälöt voidaan kirjoittaa vieläkin yksinkertaisempaan muotoon, kun otetaan huomioon, että termeissä esiintyvät summatekijät ovat todennäköisyyslaskennossa yleisesti käytettyjä perustunnuslukuja (karakteristika) (LINDEBERG 1927). Tunnuslukujen kaavamääritelmät ovat seuraavat:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum (x_\mu - M_x)^2; \quad \sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum (y_\mu - M_y)^2; \quad \sigma_z^2 = \frac{1}{n} \sum (z_\mu - M_z)^2.$$

$$p_{xy} = \frac{1}{n} \sum (x_\mu - M_x) (y_\mu - M_y); \quad p_{xz} = \frac{1}{n} \sum (x_\mu - M_x) (z_\mu - M_z):$$

$$p_{yz} = \frac{1}{n} \sum (y_\mu - M_y) (z_\mu - M_z).$$

Asettamalla edelliset tunnusluvut niiden arvojen paikalle yhtälöryhmään (4) sekä supistamalla yhtälöt n:llä saadaan ne muotoon

$$5) \qquad \begin{cases} \sigma_y^2 \, \alpha + p_{yz} \, \beta = p_{xy} \\ p_{yz} \, \alpha + \sigma_z^2 \, \beta = p_{xz}. \end{cases}$$

Yhtälöryhmästä (5) voidaan ratkaista α ja β arvot. Ratkaisua varten on aluksi määrättävä tutkimusaineiston muodostaman tilaston ne perustunnusluvut, jotka esiintyvät edellisissä yhtälöissä (5). Tätä varten muodostetaan aineistosta aluksi korrelatiotaulukot, joista jokainen taulu esittää kahden ominaisuuden välistä korrelatiota. Koska tutkittavia ominaisuuksia on kolme, voidaan ominaisuudet parittain ryhmitellä kolmella tavalla, joten taulukoita muodostuu kolme kappaletta.

Kun aineisto lisäksi on jaettu alueittain, muodostuu jokaisen alueen aineistosta oma, kolme taulukkoa käsittävä ryhmänsä. Taulukoista lasketaan jokaisen kolmen ominaisuuden keskiarvot (M_x, M_y ja M_z) sekä niiden hajonnat (σ_x, σ_y ja σ_z) samoin p_{xy}, p_{xz} ja p_{yz}. Mainittujen tunnuslukujen tultua määrätyiksi sijoitetaan niiden arvot yhtälöryhmään (5) ja ratkaistaessa yhtälöt saadaan α ja β arvot määrätyiksi.

Kuten jo edellä on mainittu voidaan α:n ja β:n arvot määrätä ainoastaan siten, että yhtälö (1) vain suurin piirtein esittää x:n, y:n ja z:n välisen riippuvaisuuden. Missä määrin saatujen yhtälöiden antamat arvot poikkeavat aineiston todellisista arvoista, voidaan tarkistaa siten, että yhtälöön sijoitetaan kahden aineistossa esiintyvän ominaisuuden, esim. rungon kuution ja rungosta saadun tukkiluvun arvot ja ratkaistaan yhtälö tukin kuutioon nähden sekä lasketaan saadun tuloksen ja aineistosta otetun tukinkuution eroitus. Suorittamalla sama laskutoimitus kaikkiin aineiston arvoryhmiin nähden voidaan erotusten perusteella nähdä, miten oikeita arvoja osittaisregresio-kertointen avulla muodostettu yhtälö antaa. Tutkimustulosten tarkistamiseksi onkin edellä mainitut laskut suoritettu. Keskimääräisten erotusten määräämiseksi ovat rungot suuruutensa perusteella luokitetut yhden j³:n luokkavälein ja määrätty erotukset kussakin rungon suuruusluokassa. Erotuksen kuvaamiseen on käytetty seuraavia tunnuslukuja. Aluksi on laskettu + ja — suuntaisten erotusten keskiarvo. Tätä keskiarvoa laskettaessa on + ja — suuntaisten poikkeuksien summat vähennetty toisistaan ja erotus jaettu tapausten kokonaiskappaleluvulla. Saadut arvot voivat olla joko + tai — merkkisiä, ja osottavat ne, mihin suuntaan kaavan antama tulos keskimäärin poikkeaa oikeasta arvosta. Toiseksi on määrätty keskimääräinen poikkeus (δ), joka on erotusten itseisarvojen keskiarvo. Tämän lisäksi on vielä määrätty hajonta (δ), jona on pidetty kaavan antamasta tuloksesta luettujen poikkeusten neliöitten keskiarvon neliöjuurta. Mainittujen tunnuslukujen avulla voidaan jo sangen hyvin arvostella saavutettujen tulosten pätevyyttä.

Tutkimuksessa huomioon otettujen ominaisuuksien, rungon kuution, tukin kuution ja tukkiluvun välisiä riippuvaisuussuhteita tarkastettaessa on edellä esitetyn lisäksi kiinnitettävä huomiota seuraavaan seikkaan. Jos tarkastettavana on kolme ominaisuutta, joiden välinen riippuvaisuussuhde on määrättävä ja tämän riippuvaisuuden määräämiseen käytetään osittaisregresio-kertoimia, jää tulos jossain määrin riippuvaksi siitä, minkä kahden ominaisuuden vaihtelun vaikutusta kolmanteen tarkastetaan. Toisin sanoen, mitä ominaisuutta pidetään funktiona ja mitä argumenttina. Jos otaksutaan, että toinen argumenteista pidetään hetkeksi vakiona, on regresio-suora se suora, johon nähden aineiston pisteiden pystysuora hajaantuminen on pienin. Jos tarkastetaan pisteiden vaakasuoraa hajaantumista, ei hajaantuminen edellä mainittuun suoraan nähden ole pienin mahdollinen. (Ainoastaan poikkeustapauksissa tämä voisi olla mahdollista, nimittäin silloin, kun aineiston kaikki pisteet olisivat samalla suoralla.) Vaakasuoraan hajaantumiseen nähden antaa parhaan tuloksen eräs toinen suora, jonka määräämiseksi ominaisuudet ovat funktiona ja argumenttina päinvastaisessa järjestyksessä kuin edellä. Koska tarkastettavia ominaisuuksia on kolme, voidaan ominaisuudet järjestää funktioksi ja argumenteiksi kolmella tavalla. Ominaisuuksien välistä riippuvaisuutta määrättäessä saadaan täten kolme tulosta, jotka jossain määrin poikkeavat toisistaan, ja on siis tarkastettava, mikä tuloksista on käyttökelpoisin. Tätä varten verrataan ensin toisiinsa kaikkien kolmen ominaisuuden parittaisia regressioita. Asettamalla ominaisuusparit peräkkäiseen järjestykseen alenevan korrelatiokertoimen (r) arvojen mukaisesti, tulee järjestys Etelä-Suomen alueella olemaan seuraava: rungon kuutio — tukin kuutio, rungon kuutio — tukkiluku rungosta ja viimeisenä tukin kuutio — tukkiluku rungosta.

Tukin kuution ja rungon kuution välillä on siis kiintein riippuvaisuussuhde. Mainittujen ominaisuuksien välistä korrelatiota häiritsee kuitenkin se, että määrätyn kokoisesta rungosta saatu tukkiluku vaihtelee. Jos tämä vaihtelu otetaan myös huomioon, saadaan ominaisuuksien välinen korrelatio huomattavasti parannetuksi. Tukin kuutio voidaan siis määrätä hyvin, tuntemalla rungon kuutio ja rungosta saatu tukkiluku. Tutkimustuloksia selostettaessa nähdään, että käyttämällä funktiona tukin kuutiota sekä argumentteina rungon kuutiota ja rungosta saatua tukkilukua, saadaan Etelä-Suomen alueella parhaat mahdolliset tulokset.

Pohjois-Suomessa, Kainuun ja Perä-Pohjolan alueilla poikkeavat korrelatiokertointen arvot jonkun verran vastaavista Etelä-Suomen arvoista. Rungon kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välinen korrelatio vahvistuu näet muiden ominaisuuksien korrelatioihin verraten. Kainuussa on mainittua suhdetta esittävän korrelatiokertoimen arvo suunnilleen sama kuin rungon kuution ja tukin kuution välinen korrelatiokertoin, ja Perä-Pohjolassa se on suurempi. Tämä korrelatiosuhteissa tapahtuva muutos aiheuttaa, että Perä-Pohjolassa saadaan parhaat arvot käyttämällä funktiona rungon kuutiota ja argumentteina tukin kuutiota ja rungosta saatua tukkilukua.

Mikä mainitun korrelatiosuhteitten muutoksen aiheuttaa, on vaikea sanoa. Voidaan kuitenkin olettaa, että yhtenä syynä on se, että Pohjois-Suomessa, jossa metsät ovat huomattavasti harvempia kuin etelämmässä, on erikokoisten runkojen pituus suhteellisesti vähemmän vaihteleva kuin Etelä-Suomen tiheämmissä metsissä. Samaan suuntaan vaikuttaa myös Pohjois-Suomen puiden keskimäärää pienempi pituus ja erilainen luontainen harventaminen kuin Etelä-Suomessa (AALTONEN 1934).

Koska rungon ja sahatukin välinen kuutiosuhde joudutaan usein määräämään silloinkin, kun ainoastaan jompikumpi edellä mainituista kuutioista tunnetaan, on tutkimusaineiston perusteella selvitelty myös näiden ominaisuuksien välinen riippuvaisuus. Koska rungon suuruus ainoastaan osittain ratkaisee siitä valmistettujen sahatukkien suuruuden, on luonnollista, että tietojen supistuessa ainoastaan kuutiolukujen tuntemiseen, ei päästä yhtä tarkkoihin tuloksiin, kuin jos lisäksi tunnettaisiin rungosta saatu tukkiluku. Puheena olevissa tapauksissa on tavallisesti kuitenkin aina kyseessä suuret puumäärät, joten kaikki ominaisuudet lähenevät suurten lukujen lain perusteella keskiarvojaan ja tulokset täten tulevat tyydyttäviksi. Rungon ja sahatukin välisen kuutiosuhteen määräämiseksi on mainittujen ominaisuuksien muodostamasta korrelatiotaulusta määrätty ensimmäisen ja toisen regresio-suoran yhtälöt. Merkitsemällä x:llä tukin kuutiota ja y:llä rungon kuutiota ja M_x:llä ja M_y:llä vastaavia keskiarvoja sekä σ_x:llä ja σ_y:llä vastaavia hajonnoita ja r:llä korrelatiokertointa, ovat ensimmäisen ja toisen regresio-suoran yhtälöt seuraavat:

6) $$\frac{y - M_y}{\sigma_y} = r\frac{x - M_x}{\sigma_x}$$

7) $$\frac{x - M_x}{\sigma_x} = r\frac{y - M_y}{\sigma_y}$$

korrelatiokertoin (r) on määrätty kaavalla

8) $$r = \frac{p}{\sigma_x\ \sigma_y}.$$

Paitsi edellä esitettyjä ensimmäistä ja toista regresiosuoraa, on rungon kuution ja tukin kuution välisen korrelatiosuhteen selvittämiseksi määrätty vielä tasoitus-suora, johon nähden aineiston arvojen k o h t i s u o r a hajaantuminen on pienin (WIRTH 1920).

Aineiston arvojen poikkeusten kohtisuorasta mittaustavasta on se etu, edellä esitettyihin tasoitustapoihin verraten, että menetelmä määrää poikkeuksen yksikäsitteisesti.

Seuraavassa tarkastetaan lyhyesti mainitunlaisen tasoitussuoran n.s. k e s k u s s u o r a n yhtälöä ja sen johtoa. Tätä varten otaksumme aluksi, että korrelatiotaulun keskipisteen ko-ordinaatit ovat M_x ja M_y, ja keskussuora, joka kulkee mainitun keskipisteen kautta, kuten tasoitussuorat yleensä, tekee x-akselin kanssa kulman φ_m. Tarkastetaan sitten yhden pisteen x_μ, y_μ:n poikkeusta keskussuoralta ja lausutaan se napako-ordinaattien avulla. Merkitään vaihtelevaa taulun keskipisteestä lähtevää radiusvektoria ϱ:llä ja vektorin tekemää kulmaa x-akselin kanssa φ:llä, jolloin aineiston pisteiden napako-ordinaatit ovat φ_1, ϱ_1; φ_2 ϱ_2 . . . φ_n, ϱ_n. Määrätyn pisteen poikkeukselle keskussuorasta (V_μ) saadaan lauseke

9) $$v_\mu = \varrho_\mu \sin(\varphi_m - \varphi_\mu).$$

Jotta keskussuora täyttäisi sen ehdon, että sitä vastaan kohtisuoraan mitattujen poikkeusten neliöiden keskiarvo olisi mahdollisimman pieni, täytyy kulman φ_m olla siten valittu, että lauseke

10) $$\frac{1}{n}\sum v_\mu^2 = \frac{1}{n}\sum [\varrho_\mu \sin(\varphi_m - \varphi_\mu)]^2$$

saa minimiarvon. Jos lausekkeen (10) ensimmäinen derivaatta kirjoitetaan $= 0$, toteutuu tämä ehto. Tällöin saadaan lausekkeet

11) $$2\Sigma\varrho_\mu \sin(\varphi_m - \varphi_\mu)\cos(\varphi_m - \varphi_\mu) = 2\Sigma\varrho_\mu^2 \sin(2\varphi_m - 2\varphi_\mu) = 0$$

edelleen

$$\Sigma\varrho_\mu^2 \sin 2\varphi_m \cos 2\varphi_\mu + \varrho_\mu^2 \cos 2\varphi_m \sin 2\varphi_\mu) = 0$$

josta

12) $$\operatorname{tg} 2\varphi_m = \frac{\Sigma\varrho_\mu^2 \sin 2\varphi_\nu}{\Sigma\varrho_\mu^2 \cos 2\varphi_\nu} = \frac{\Sigma 2\varrho_\mu^2 \sin\varphi_\mu \cos\varphi_\mu}{\Sigma\varrho_\mu^2 \cos^2\varphi_\nu - \Sigma\varrho_\mu^2 \sin\varphi_\mu^2}.$$

Viimeisessä lausekkeessa esiintyy osottajan ja nimittäjän tekijöinä $\varrho_\mu \sin\varphi_\mu$ ja $\varrho_\mu \cos\varphi_\mu$. Edellä esitettyjen merkintöjen mukaan ovat lausekkeet havaintopisteen suorakulmaiset poikkeukset keskipisteestä (M_x, M_y) napako-ordinaateissa lausuttuina. Jos napako-ordinaateissa lausuttujen poikkeusten sijasta käytetään suorakulmaisia ko-ordinaatteja, saadaan

$$(x_\mu - M_x) = \varrho_\mu \cos\varphi_\mu$$
$$(y_\mu - M_y) = \varrho_\mu \sin\varphi_\mu.$$

Jos nämä arvot sijoitetaan edelliseen lausekkeeseen (12) saadaan

13) $$\operatorname{tg} 2\varphi_n = \frac{2\Sigma(x_\mu - M_x)(y_\mu - M_y)}{\Sigma(x_\mu - M_x)^2 - \Sigma(y_\mu - M_y)^2}.$$

Jos edellisen yhtälön (13) oikea puoli jaetaan tapausten lukumäärällä (n) saa se muodon

14) $$\operatorname{tg} 2\varphi_n = \frac{2\frac{1}{n}\Sigma(x_\mu - M_x)(y_\mu - M_y)}{\frac{1}{n}\Sigma(x_\mu - M_x)^2 - \frac{1}{n}\Sigma(y_\mu - M_y)^2}.$$

Lausekkeen oikean puolen muodostavat termit, jotka ovat samat kuin sivulla 13 esitetyt tunnuslukujen σ_x, σ_y ja p_{xy}:n kaavamääritelmät. Lyhyyden vuoksi sijoitetaan lausekkeiden sijalle vastaavat tunnuslukujen merkit, jolloin lauseke saadaan muotoon

15) $$\operatorname{tg} 2\varphi_n = \frac{2p}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}$$

tai edelleen

16) $$r = \frac{p}{\sigma_1\, \sigma_2}$$

17) $$\operatorname{tg} 2\varphi_m = \frac{2r\,\sigma_1\,\sigma_2}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}.$$

Keskussuoran kaltevuuskulma x-akselin kanssa (φ_n) voidaan siis määrätä edellisen kaavan (17) mukaan. Kun lisäksi tiedetään, että keskussuora kulkee kaikkien taulukon arvojen keskipisteen (M_x, M_y) kautta, on suora täysin määrätty.

Koska puiden pituus- ja paksuuskasvu vaihtelee eri ikäkausilla huomattavasti, ja tämä vaihtelu vaikuttaa rungon ja tukin väliseen kuutiosuhteeseen, on mahdollista, ettei regresio mainittujen ominaisuuksien välillä ole suoraviivainen. Asiaa on tutkimuksen yhteydessä lähemmin tarkastettava. Arvosteltaessa, voidaanko regresiota pitää suoraviivaisena, käytetään apuna korrelatio suhdetta (correlation ratio $= \eta$) ja on se laskettu kaavasta

18) $$\eta_{xy}^2 = r^2 + \frac{\frac{1}{n}\Sigma N_\mu (x_\mu - z_\mu)^2}{\sigma_x^2},$$

jossa

η = korrelatiosuhde.
r = regresiokertoin.
n = tapausten kokonaismäärä.
N_μ = tapausten luku y_μ-luokassa.
z_μ = regresiosuoran antama arvo y_μ-luokassa.
σ_x = hajonta.

Jos ominaisuuksien välinen regresio on täysin suoraviivainen on $\eta_{xy} =$

$\pm r$. Näin ei kuitenkaan ole asian laita tämän tutkimuksen aineistossa, vaikkakin poikkeukset ovat sangen pienet. Mittana regresion suoraviivaisuudelle käytetään yleensä seuraavia suureita: $\zeta = \eta^2 - r^2$; $\vartheta = \eta - r$ $w = \log_2 \frac{n}{r}$ (BLAKEMAN 1905). Mitä enemmän regresio poikkeaa suoraviivaisuudesta, sitä suurempi on mainittujen suureitten arvo. Suureen arvo ei kuitenkaan vielä sinänsä todista regresion poikkeamista suoraviivaisuudesta, sillä aineiston epähomogeenisuus ja niukkuus voi huomattavasti vaikuttaa sen arvoon. Vasta laskemalla suureen keskivirhe ja vertaamalla suureen ja sen keskivirheen arvoja toisiinsa voidaan päättää, poikkeaako regresio todella suoraviivaisuudesta. Tässä tutkimuksessa käytetään regresion suoraviivaisuuden mittana suuretta ζ ja on sen keskivirhe laskettu kaavasta

19) $$\varepsilon(\zeta) = 2\sqrt{\frac{\zeta}{N}}\sqrt{(1-\eta^2)^2 - (1-r^2)^2 + 1}.$$

Jos ζ:n arvo on sen keskivirheen arvoon verraten pieni, osoittaa se, ettei regresio poikkea sanottavasti suoraviivaisuudesta. Tutkimustuloksia selostettaessa tullaankin näkemään, että ζ:n arvot ovat keskivirheen arvoja pienemmät, joten rungon kuution ja tukin kuution välistä regresiota voidaan erittäin hyvällä syyllä pitää suoraviivaisena (YULE 1919, BLAKEMAN 1905).

Koska seuraavassa tutkimuksessa käytetään hajontaa (σ) tutkimustulosten varmuuden mittana, täytyy kysymystä tässä hiukan lähemmin tarkastella. Jotta hajontaa voitaisiin käyttää mahdollisesti esiintyvien poikkeusten mittana, täytyy havaintoarvojen todennäköisyyslaki olla likipitäen normaalinen, toisin sanoen se saa poiketa ainoastaan vähän Gaussin laista. Jos teoreettisesti tarkastetaan kysymystä, missä määrin on todennäköistä, että määrätyn kokoisesta tukkipuurungosta saadaan keskimäärin määrätty luku määrätyn kokoisia tukkeja, on huomio aluksi kiinnitettävä puiden biologisiin kasvulakeihin. Mainittuja lakeja ovat metsätieteilijät Suomessakin paljon tutkineet, ja tutkimusten tuloksina on voitu määrätä puiden kasvusuhteet määrätyissä olosuhteissa (vert. esim. ILVESSALO 1920, LÖNNROTH 1925). Koska puiden kasvu määrätyissä olosuhteissa siis aina pyrkii määrättyjä lakeja noudattaen muodostumaan samanlaiseksi, saadaan määrätyn kokoisesta rungosta myös aina suunnilleen määrätynlaisia tukkeja. Ainoastaan puiden kasvuun vaikuttavien tekijöiden vaihtelu kullakin seudulla yleisemmin vallitsevista olosuhteista, aiheuttaa siis poikkeuksia tukkipuurungon ja siitä valmistettujen tukkien välisiin suhteisiin. Puiden kasvuun vaikuttavia tekijöitä esiintyy luonnossa sangen lukuisasti, joten ne aiheuttavat aina poikkeuksia tukkipuurungon ja tukin kuution välisiin suhteisiin, mutta tästä huolimatta on ilmeistä, että poikkeusten yleisyys kasvuedellytysten keskimäärästä vähenee sitä mukaa, mitä suuremmat poikkeukset ovat. Tästä johtuen täytyy myös tukkipuurungon kuution ja tukin kuution välisen suhteen poikkeukset keskiarvosta olla sitä harvinaisempia, mitä suurempia ne ovat. Rungon kuution ja tukin kuution väliset suhdeluvut keskittyvät täten tiheimmin keskiarvon ympärille, ja voi suhdelukujen hajaantuminen täten hyvin vastata normaalikäyrää vastaavaa hajaantumista (DENGLER 1935).

Tutkimustulosten valmistuttua onkin arvojen hajaantumista lähemmin tarkastettu ja todettu, että arvojen jakautumista esittävä käyrä lähentelee normaalikäyrää, ja hajontaa voidaan siis käyttää tutkimustulosten tarkkuuden mittana. Yleisen todennäköisyyslaskentateorian mukaan poikkeaa keskiarvoista $^1/_3$ havainnoita enemmän kuin hajonnan määrän ja $^1/_{20}$ enemmän kuin kaksinkertaisen hajonnan määrän.

III. Tutkimustulokset.

A. Tukkipuurungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun väliset suhteet alueittain.

Kuten edellä on jo mainittu, tarkastetaan tutkimuksen alaista kysymystä, tukkipuurungon ja sahatukin välistä kuutiosuhdetta aluksi alueittain. Kunkin alueen aineistosta muodostetaan korrelatiotaulut, jotka esittävät huomioonotettujen kolmen ominaisuuden välisiä suhteita. Jokaisen alueen taulukot merkitään roomalaisilla numeroilla samassa järjestyksessä siten, että I esittää rungon ja tukin välistä kuutiosuhdetta, II rungon kuution ja rungosta saadun tukkiluvun suhdetta ja III tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun suhdetta. Taulukkojen muodostamista varten on jokaisen ominaisuuden vaihtelu huomioitu sopivaa luokkajakoa käyttäen. Rungon suuruus on luokiteltu 1 j^3:n luokkavälein. Tukin suuruudelle on käytetty luokkaväliä $^1/_2$ j^3, ja rungosta saatu tukkiluku on huomioitu 0.2 kappaleen erotuksin. Jokaisen alueen taulukkoryhmälle on laskettu aluksi perustunnusluvut.

Sen jälkeen on määrätty regresiosuorien yhtälöt, jotka esittävät tukin kuution riippuvaisuutta rungon suuruudesta sekä päinvastoin. Lopuksi on laskettu osittaisregresiokertoimet kolmella tavoin siten, että kunkin ominaisuuden riippuvaisuus on määrätty kahdesta muusta ominaisuudesta riippuen. Tämän jälkeen on suoritettu tulosten tarkastelu sekä alueellisen tarkastelun jälkeen tulosten keskinäinen vertailu.

I alue: Jokioisten seudut.

Tutkimusaineisto Jokioisten seudulla hakattujen runkojen ja tukkien kuution välisestä suhteesta on saatu Jokioisten kartanoiden sahan konttorin arkistosta. Aineisto käsittää 45 leimikkoa, joiden yhteinen runkoluku on 48 961. Se jäi tosin huomattavasti pienemmäksi kuin muiden alueiden aineistot, mutta koska siitä lasketut tulokset kaikesta huolimatta ovat täysin tyydyttävät ja toisten alueiden tuloksiin verrannolliset, ei aineistoa sen pienuudesta huolimatta ole katsottu olevan syytä jättää pois. Aineistossa esiintyvistä puista on huomattava osa hakattu Jokioisten kartanoiden omista metsistä ja loput ympäröivistä yksityismetsistä. Rungot on tehty tukeiksi 5″ latvaläpimittaan, ja on tukkien keskipituus ollut 16.44 jj. Kuusia on tukeista ollut leimikoittain laskien 71 %. Aineisto muodostaa seuraavat korrelatiotaulukot.

I_1

X	1	4	14	11	5	1	3	2	1	—	—	2	—	1	45
6.25														1	1
5.75												2			2
5.25															—
4.75							3	2							5
4.25				3	4	1			1						9
3.75		1	10	7	1										19
3.25	1	3	4	1											9
	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	Y

II_1

Z	1	4	14	11	5	1	3	2	1	—	—	2	—	1	45
2.9	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1	—	1	3
2.7	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—	2
2.5	—	—	—	1	—	—	2	2	—	—	—	—	—	—	5
2.3	—	—	3	5	2	1	1	—	—	—	—	—	—	—	12
2.1	—	1	11	5	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19
1.9	1	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3
1.7	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	Y

III_1

Z	9	19	9	5	—	2	1	45
2.9	—	—	1	—	—	1	1	3
2.7	—	1	—	—	—	1	—	2
2.5	1	—	—	4	—	—	—	5
2.3	1	7	3	1	—	—	—	12
2.1	4	10	5	—	—	—	—	19
1.9	3	—	—	—	—	—	—	3
1.7	—	1	—	—	—	—	—	1
	3.25	3.25	4.25	4.75	5.25	5.75	6.25	X

Taulukoista saadaan päätunnusluvuille seuraavat arvot

$$
\begin{array}{lll}
M_x = 4.01 & M_y = 9.17 & M_z = 2.26 \\
\sigma_x = 0.680 & \sigma_y = 2.749 & \sigma_z = 0.263 \\
p_{xy} = +1.739 & p_{yz} = +0.614 & p_{xz} = +0.121 \\
r_{xy} = +0.9306 & r_{yz} = +0.8486 & r_{xz} = +0.6785
\end{array}
$$

Tunnuslukuryhmää tarkastettaessa on huomattava, että korrelatiokertoimen (r) arvot ovat etenkin kahdesta ensimmäisestä (I ja II) taulukosta laskien huomattavan suuret. Tämä merkitsee sitä, että yhden ominaisuuden tunteminen antaa sangen tarkan tiedon toisesta ominaisuudesta. Korrelatiokertoimen arvo on suurin laskettuna taulukosta I, joka esittää rungon kuution ja tukin kuution välistä suhdetta. Mainitulla seikalla on merkityksensä sen vuoksi, että käytännössä tunnetaan useimmiten ainoastaan jompikumpi tekijöistä, ja toisen arvo on sen avulla määrättävä. Rungon kuution ja tukin kuution välistä suhdetta kuvaamaan saadaan seuraavat kolme lauseketta.

20) I regresiosuora $y_I = 3.76\,x - 5.91$ $[y = f(x)]$
21) II » $y_{II} = 4.35\,x - 8.24$ $[x = f(y)]$
22) keskussuora $y_W = 4.31\,x - 8.10$,

joissa

y = rungon kuutio
x = tukin kuutio

Jo suoran yhtälöistä voidaan nähdä, että II regresiosuora ja keskussuora ovat sangen lähellä toisiaan, mutta I regresiosuora poikkeaa melkoisesti edellisestä. Havainnollisesti käy suorien kulku esiin taulukosta I, johon ne ovat piirretyt. Jos tarkastetaan suorien suuntaa vertaamalla sitä taulukossa esiintyvään luokkakeskiarvoja yhdistävään murtoviivaan, voidaan huomata, että I regresiosuora antaa suurilla rungon kuutioilla liian suuria arvoja tukin kuutioille. Toiset tasoitussuorat antavat sitä vastoin sangen hyviä arvoja kaiken kokoisille rungoille. Jo taulukosta (I) voidaan myös nähdä, että suoraviivainen tasoitus on ilmeisesti paras mahdollinen. Samaa todistaa myös korrelatiosuhteen neliön ja korrelatiokertoimen neliön erotuksen vertaus sen keskivirheeseen $\left(\frac{\zeta}{\varepsilon(\zeta)}\right) = 0.09$). Osamäärän arvo on nimittäin aivan pieni, jos sitä verrataan raja-arvoon, jonka esiintyessä regresiota vielä matemaattis-tilastollisten teoriain mukaan voidaan pitää suoraviivaisena.

Kuten tutkimusmenetelmää selostavassa kappaleessa jo on selitetty, on keskussuoran yhtälön katsottava parhaiten kuvaavan rungon ja siitä valmistettujen tukkien välistä kuutiosuhdetta, joten siinä tapauksessa, että ainoastaan jompikumpi mainituista ominaisuuksista tunnetaan, ilmoittaa lauseke (22) parhaiten toisen ominaisuuden arvon.

Tarkastetaan sitten, millaiseksi tukkipuurungon ja sahatukin välinen kuutiosuhde muodostuu, jos edellisten ominaisuuksien lisäksi vielä tunnetaan, montako tukkia on saatu rungosta. Osittaisregresiokertoimia käyttäen saadaan rungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välistä suhdetta kuvaamaan kolme yhtälöä riippuen siitä, mitä ominaisuuksia pidetään argumentteina, mitä funktioina.

$$23)\quad x = 0.31\, y - 1.02\, z + 3.44 \quad [x = f(yz)]$$
$$24)\quad x = 0.38\, y - 1.58\, z + 4.13 \quad [y = f(xz)]$$
$$25)\quad x = 0.48\, y - 3.16\, z + 6.68 \quad [z = f(xy)]$$

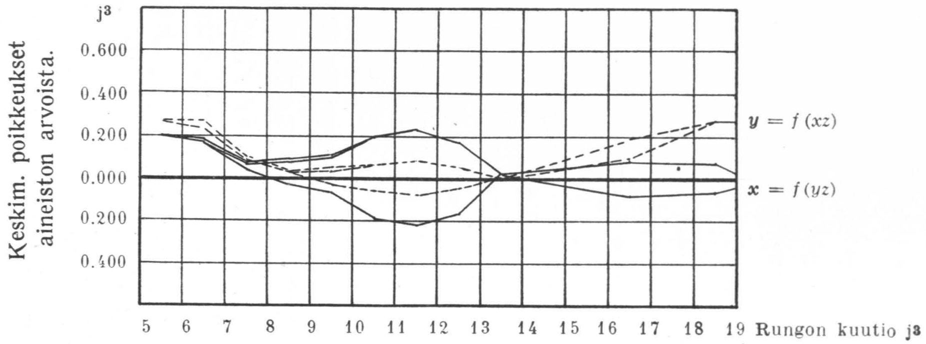
Kuten jo edellä on esitetty (s. 15), on yhtälö 23 paras kuvaamaan rungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välistä suhdetta.

Miten suureksi erotukset yhtälöistä (23 ja 24) laskettujen tukin suuruuksien ja aineiston arvojen välillä muodostuvat, esitetään seuraavassa yhdistelmässä.

Yhdistelmä I

Yhtälöiden 23 ja 24 mukaan laskettujen tukin kuutioiden ja aineiston arvojen keskimääräiset erotukset j³:oina.

Rungon kuutio j³		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
+ ja — poikkeusten erotusten keskiarvo	Yhtälö 23	+ 0.200	+ 0.165	+ 0.043	— 0.036	— 0.066	— 0.190	— 0.223	— 0.170	+ 0.020	—	—	— 0.080	—		— 0.070
Keskimäärien poikkeus (ϑ)	Yhtälö 23	0.200	0.165	0.060	0.073	0.094	0.190	0.223	0.170	0.020	—	—	0.080	—		0.070
Hajonta (σ)	Yhtälö 23	0.200	0.181	0.075	0.092	0.102	0.190	0.224	0.177	0.020	—	—	0.081	—		0.070
+ ja — poikkeusten erotusten keskiarvo	Yhtälö 24	+ 0.270	+ 0.238	+ 0.090	+ 0.024	— 0.036	— 0.060	— 0.080	— 0.050	± 0.000	—	—	+ 0.190	—		+ 0.270
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	Yhtälö 24	0.270	0.238	0.090	0.024	0.036	0.060	0.080	0.050	0.000	—	—	0.190	—		0.270
Hajonta (σ)	Yhtälö 24	0.270	0.270	0.103	0.028	0.046	0.060	0.081	0.050	0.000	—	—	0.199	—		0.270



Kuva 1.

Yhtälöiden 23 ja 24 antamien arvojen ja aineiston arvojen eroitukset. Jatkuvista ja pilkkuviivoista ylin σ, seuraava ϑ ja alin + ja — poikkeusten keskiarvo.

Yhdistelmästä ja kuvasta (1) nähdään, että molemmat yhtälöt antavat liian suuria arvoja pienille puille. Yhtälö 24 antaa lisäksi liian suuria arvoja suurimmillekin puille. Erotukset yhtälöiden antamien ja aineiston arvojen välillä eivät kuitenkaan ole suuria. Rungon kuution vaihdellessa laajoissa rajoissa antaa yhtälö 23 keskimäärin tasaisempia arvoja kuin yhtälö 24, joten sitä on pidettävä käyttökelpoisempana.

2 alue: Riihimäen ympäristö.

Riihimäen ympäristöllä oleva aineisto käsittää kaikkiaan tiedot 353 leimikosta, joiden yhteinen runkoluku on 692 720. Puiden latvat on käytetty tukeiksi 4 $^1/_2$—5″ läpimittaan. Tukkien pituus on leimikoiden keskipituuksien punnitsemattomana keskiarvona laskien 16.67 jj., ja kuusien %-määrä koko tukkikappalemäärästä eri leimikoiden %-lukujen punnitsemattomana keskiarvona 50.7 %.

Aineisto muodostaa seuraavat kolme korrelatiotaulukkoa:

Taulukoista laskien saadaan päätunnusluvuille seuraavat arvot:

$$M_x = 4.79 \qquad M_y = 11.65 \qquad M_z = 2.41$$
$$\sigma_x = 0.85 \qquad \sigma_y = 3.40 \qquad \sigma_z = 0.32$$
$$p_{xy} = +2.630 \qquad p_{yz} = +0.938 \qquad p_{xz} = +0.176$$
$$r_{xy} = +0.9124 \qquad r_{yz} = +0.8646 \qquad r_{xz} = +0.6498$$

I_2

X	1	9	27	51	35	46	47	33	26	29	15	14	5	2	3	3	–	2	3	1	1	353
7.75																				1		1
7.25												1						1	2		1	5
6.75										1			1	2	1	1			1			7
6.25										1	4	5	2		2	2						16
5.75							2	2	3	12	8	7	2					1				37
5.25					1	1	10	12	15	15	3	1										58
4.75				1	8	32	27	19	7													94
4.25			1	26	22	11	8		1													69
3.75		5	21	24	4	2																56
3.25		3	5																			8
2.75	1	1																				2
	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	21.5	22.5	23.5	24.5	25.5	Y

Sekä runkojen että tukkien koko on Riihimäen ympäristöllä ollut melkoista suurempi kuin Jokioisten seuduilla. Samoin on tukkiluku rungosta hieman suurempi Riihimäellä kuin Jokioisissa. Tämän voi etupäässä aiheuttaa runkojen suuruus, mutta osaksi ehkä myös tukkien pienempi minimiläpimitta. Korrelatiokertointen (r) arvot ovat molemmilla alueilla suunnilleen samat. Yleensä ovat ne huomattavan suuret. Koska korrelatiokertointen arvot suuruutensa vuoksi poikkeavat melkoisesti muiden alueiden vastaavista arvoista, on syytä hieman lähemmin tarkastaa asiaa. Korrelatiokertoin (r_{xy}) mittaa rungon ja tukin kuution välisen riippuvaisuuden. Jos kertoimen arvo olisi 1, vastaisi määrättyä rungon suuruutta aina määrätty tukin suuruus. Varsin näin ei tosin aineistojen mukaan ole asian laita, mutta on korrelatiokertoimen arvo kuitenkin siksi suuri, että rungon kuution suurentuessa suurenee myös tukin kuutio sangen säännöllisesti. Jotta tämä olisi mahdollista, täytyy runkojen olla muodoltaan säännöllisiä siten, että niiden pituus ja läpimitta pysyvät suurin piirtein määrätyssä suhteessa toisiinsa. Että näin tosiaan on asian laita, todistavat korrelatiokertoimet r_{yz} ja r_{xz}. Edellinen osoittaa, että runkojen suurentuessa lisääntyy rungosta saatujen tukkien luku sangen kiinteässä suhteessa rungon suurentumiseen. Jälkimmäinen taas osoittaa, että mitä suurempia

II$_2$

Z	1	9	27	51	35	46	47	33	26	29	15	14	5	2	3	3	—	2	3	1	1	353
3.9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1
3.7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3.5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1
3.3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	2	—	—	3
3.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	1	2	—	1	1	1	—	8
2.9	—	—	—	—	—	1	1	—	5	1	2	6	3	1	2	—	—	—	—	—	—	22
2.7	—	—	—	—	—	1	4	14	9	21	10	5	1	1	—	—	—	—	—	—	—	66
2.5	—	—	—	1	4	6	12	11	10	4	2	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	58
2.3	—	—	1	10	14	30	19	6	2	1	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	85
2.1	—	3	19	38	15	8	4	2	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	91
1.9	—	4	7	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15
1.7	1	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3
	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	21.5	22.5	23.5	24.5	25.5	Y

saadut tukit ovat, sitä enemmän niitä on saatu rungosta. Viimeksimainittukin riippuvaisuussuhde on vielä sangen kiinteä. Kaikki mainitut seikat yhdessä todistavat, että kysymyksessä olevilla alueilla täytyy puiden pituuden ja läpimitan kaikenkokoisilla puilla kehittyä sangen säännöllisessä suhteessa toisiinsa. — Millaisia kasvuedellytyksiä sitten tällainen puiden runkomuoto edellyttää ja ovatko sellaiset vallitsevia kysymyksessä olevilla alueilla? Tähän kysymykseen voidaan saada hieman valaistusta Valtakunnan metsien linja-arvioinnin tuloksista. Kysymyksessä olevat alueet kuuluvat linja-arviotulosten vesistöalueittaisen jaoittelun mukaan lounais-eteläiseen rannikkoalueeseen. Tällä alueella on keskinkertaista parempia metsämaita prosentualisesti enemmän kuin millään muulla alueella Suomessa. Rämeitä taas esiintyy vähiten. Toiseksi on alueella yli-ikäisiä (120 v. vanhempia) metsiä vähemmän kuin muilla tämän tutkimuksen alueilla (ILVESSALO 1929). Ottamalla huomioon edellä mainitut näkökohdat on ilmeistä, että puiden pituus Jokioisten ja Riihimäen seuduilla on keskimääräistä suurempi, ja pituuskasvu jatkuu yleensä suunnilleen niin kauan kuin puut saavat nykyään metsässä kasvaa (ILVESSALO 1920 LÖNNROTH 1925). Puiden pituuden kasvaessa lisääntyy keskimäärin rungosta saatava tukkiluku säännöllisesti, mutta samalla myös puiden läpimitan kasvaessa tukkien kuutio. Tukkien koon ja rungosta saatavan tukkiluvun välinen tavallista kiinteämpi korrelatio riippunee juuri mainituista puiden kasvusuhteista.

III$_2$

Z	2	8	56	69	94	58	37	16	7	5	1	53
3.9	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	1
3.7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3.5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1
3.3	—	—	—	—	—	—	—	1	1	1	—	3
3.1	—	—	—	—	—	—	2	2	1	2	1	8
2.9	—	—	1	2	4	4	6	3	2	—	—	22
2.7	—	—	1	4	17	21	16	5	2	—	—	66
2.5	—	—	4	10	21	14	6	3	—	—	—	58
2.3	—	—	11	19	35	15	3	1	—	1	—	85
2.1	1	7	28	31	16	3	3	1	1	—	—	91
1.9	—	1	9	3	1	1	—	—	—	—	—	15
1.7	1	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	3
	2.75	3.25	3.75	4.25	4.75	5.25	5.75	6.25	6.75	7.25	7.75	X

Korrelatiotaulukosta I$_2$ laskien saadaan rungon kuution ja sahatukin kuution välistä riippuvaisuutta kuvaamaan seuraavat kolme yhtälöä:

26) I regresiosuora $y_{\mathrm{I}} = 3.65\,x - 5.83$ $[y = f(x)]$
27) II » $y_{\mathrm{II}} = 4.38\,x = 9.35$ $[x = f(y)]$
28) keskussuora $y_{\mathrm{W}} = 4.34\,x - 9.12$,

jossa $y =$ rungon kuutio, $x =$ tukin kuutio.

Edellisiä yhtälöitä vastaavat tasoitussuorat on piirretty taulukkoon I$_2$. Kuten nähdään esiintyy tässäkin sama ilmiö kuin edellä, nimittäin se, että I-regresiosuora antaa liian suuria arvoja suurille puille. II-regresiosuora sekä keskussuora, jotka nytkin ovat sangen lähellä toisiaan, antavat taas liian suuria arvoja aivan pienille puille. Syynä tähän on se, ettei rungon kuution ja tukin kuution välinen korrelatio ole täysin suoraviivainen. Osamäärä $\frac{\zeta}{\varepsilon(\zeta)} = 0.35$. Sen arvo on siis kaikesta huolimatta siksi pieni, ettei se mitenkään vaadi suoraviivaisesta tasoituksesta luopumaan, pikemmin päinvastoin. Käytännön kannalta katsoen on suureksi eduksi, että tukin kuution ja rungon kuution välinen regresio on suoraviivainen, sillä se tekee mahdolliseksi keskiarvojen käytön mainittua kuutiosuhdetta määrättäessä. Kaavojen mukaan laskettuja tuloksia voidaan myös parantaa siten, että keskikokoa pienemmille puille käytetään I-regresiosuoran yhtälöä ja keskikokoa suuremmille puille II-regresiosuoran tai keskussuoran yhtälöä.

Tarkastetaan sitten rungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välistä riipuvaisuutta. Osittaisregresiokertointen avulla saadaan tällöin seuraavat kolme yhtälöä eri funktio- ja argumenttijärjestystä käyttäen.

$$29)\quad x = 0.35\, y - 1.52\, z + 4.37 \quad [x = f(yz)]$$
$$30)\quad x = 0.41\, y - 2.06\, z + 4.95 \quad [y = f(xz)]$$
$$31)\quad x = 0.48\, y - 3.22\, z + 6.90 \quad [z = f(xy)]$$

Yhtälöt poikkeavat jossain määrin toisistaan, joten on syytä tarkastaa lähemmin asiaa. Tarkastelu supistetaan kuitenkin käsittämään ainoastaan kahden ensimmäisen (29 ja 30) yhtälön antamia tuloksia. Viimeinen yhtälö voidaan ilman muuta jättää tarkastelun ulkopuolelle syystä, että rungosta saadun tukkiluvun ja tukkien suuruuden välinen korrelatio on kaikkiin muihin ominaisuuksiin nähden heikoin, joten tulokset ovat epävarmimmat. Kahden ensimmäisen yhtälön tuloksien vertailun aineiston arvoihin esittää yhdistelmä II.

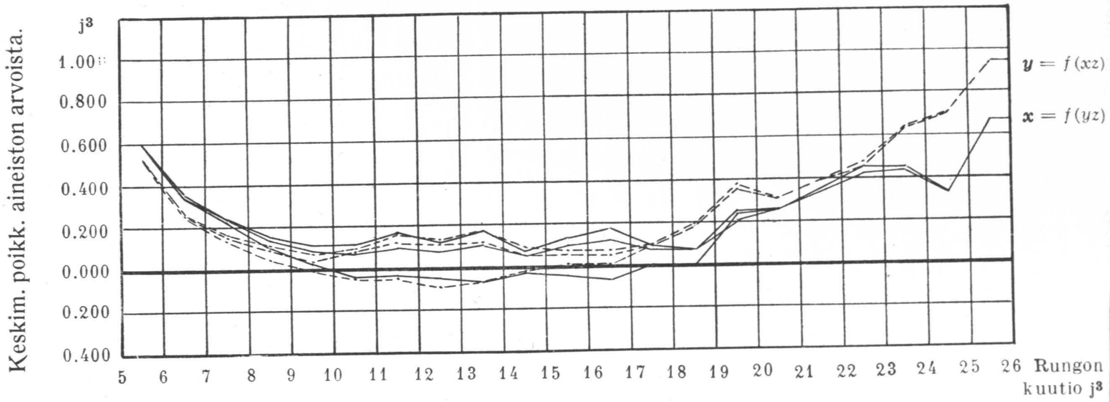
Yhdistelmästä (II) nähdään, että + ja — suuntaan olevien poikkeusten erotusten keskiarvot ovat aivan pienet muissa kuin äärimmäisissä rungon suuruusluokissa. Erotusten keskiarvo on yleensä molemmissa tapauksissa keskikokoisilla rungoilla — suuntainen, toisin sanoen yhtälöt antavat tällöin liian pieniä arvoja. Suurimmilla ja pienimmillä puilla on erotusten keskiarvo taas + suuntainen. Mitään suurempaa eroa ei yhtälöiden välillä ole olemassa, mutta näyttää kuitenkin siltä, että yhtälö (29) antaa parempia arvoja suurille puille ja yhtälö (30) pienille puille. Samaa osoittavat myös keskimääräisen poikkeuksen sekä hajonnan arvot. Havainnollisemman kuvan saamiseksi asiasta esitetään tunnuslukujen arvot graafisesti kuvassa 2.

Kuvasta, kuten yhdistelmästäkin, nähdään, että yhtälö (30) antaa hiukan paremmat arvot noin 10 j³ runkoihin asti, mutta puiden suurentuessa yli 17 j³ ovat yhtälön (29) arvot selvästi paremmat. Yhtälön (29) antamia arvoja on pidettävä sen suurille rungoille antamien parempien arvojen vuoksi yleensä käyttökelpoisempina.

Yhdistelmä II

Yhtälöiden 29 ja 30 mukaan laskettujen tukin kuutioiden ja aineiston arvojen keskimääräiset erotukset j³:oina.

Rungon kuutio j³ ..		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21 22	23	24	25	26
+ ja — poikkeusten keskiarvo	yhtälö 29	+0.600	+0.339	+0.219	+0.101	+0.029	—0.040	—0.039	—0.055	—0.073	—0.038	—0.052	—0.069	±0.000	—0.005	+0.203	+0.247	—	+0.420	+0.433	+0.330	+0.660
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	yhtälö 29	0.600	0.339	0.224	0.134	0.083	0.067	0.095	0.078	0.100	0.053	0.097	0.121	0.076	0.065	0.203	0.247	—	0.420	0.433	0.330	0.660
Hajonta (σ)	yhtälö 29	0.600	0.351	0.229	0.153	0.113	0.110	0.164	0.119	0.167	0.069	0.131	0.177	0.092	0.065	0.251	0.247	—	0.443	0.450	0.330	0.660
+ ja — poikkeusten keskiarvo	yhtälö 30	+0.530	+0.251	+0.135	+0.045	—0.001	—0.054	—0.052	—0.095	—0.069	—0.029	+0.006	+0.003	+0.090	+0.180	+0.347	+0.313	—	+0.450	+0.637	+0.700	+0.930
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	yhtälö 30	0.530	0.251	0.151	0.087	0.033	0.077	0.117	0.108	0.118	0.049	0.058	0.056	0.090	0.180	0.349	0.313	—	0.450	0.637	0.700	0.930
Hajonta (σ)	yhtälö 30	0.530	0.259	0.158	0.116	0.068	0.095	0.158	0.124	0.168	0.087	0.077	0.074	0.096	0.184	0.375	0.316	—	0.472	0.639	0.700	0.930



Kuva 2.

Yhtälöiden 29 ja 30 antamien arvojen ja aineiston arvojen erotukset. Jatkuvista ja pilkkuviivoista ylin σ, seuraava ϑ ja alin $+$ ja $-$ poikkeusten keskiarvo

3 alue: Päijänteen vesistön pohjoisosa.

Tutkimusaineisto Päijänteen vesistön pohjoisosasta käsittää 144 leimikkoa, joiden yhteinen runkoluku on 235 778. Tukit on tehty 5″ latvaläpimittaan ja tukkien keskipituus on 17.35 jj. Leimikoiden kuusi % on 7.8. Molemmat edelliset keskiarvot ovat, kuten aikaisemminkin leimikoittain laskettujen keskiarvojen punnitsemattomia keskiarvoja.

Aineistosta muodostuu seuraavat kolme korrelatiotaulukkoa:

I_3

X	2	12	21	32	21	18	14	8	5	4	2	2	3	144
7.25											2			2
6.75									1			1		2
6.25					1	1		2		2			2	8
5.75				1			2	1	4	1		1	1	11
5.25			3	1	2	6	7	3		1				23
4.75			1	3	4	6	4	2						20
4.25		1	4	16	14	4	1							40
3.75		6	13	11										30
3.25	2	5				1								8
	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	Y

II_3

Z	2	12	21	32	21	18	14	8	5	4	2	2	3	144
2.7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1
2.5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	2	3
2.3	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1	—	—	—	2
2.1	—	—	—	—	—	—	2	3	3	3	—	1	—	12
1.9	—	—	—	3	4	7	9	2	1	—	1	—	—	27
1.7	—	—	1	13	12	8	2	2	1	—	1	—	—	40
1.5	—	1	9	13	3	2	—	—	—	—	—	—	—	28
1.3	1	8	7	3	2	1	1	—	—	—	—	—	—	23
1.1	1	3	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8
	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	Y

III_3

Z	8	30	40	20	23	11	8	2	2	144
2.7	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1
2.5	—	—	—	—	—	1	2	—	—	3
2.3	—	—	—	1	1	—	—	—	—	2
2.1	—	—	1	2	2	4	2	1	—	12
1.9	1	3	8	5	7	2	—	—	1	27
1.7	—	7	15	6	6	2	2	1	1	40
1.5	1	10	11	3	3	—	—	—	—	28
1.3	4	9	3	3	1	1	2	—	—	23
1.1	2	1	2	—	3	—	—	—	—	8
	3.25	3.75	4.25	4.75	5.25	5.75	6.25	6.75	7.25	X

Taulukoista saadaan päätunnusluvuille seuraavat arvot:

$$M_x = 4.62 \qquad M_y = 7.79 \qquad M_z = 1.67$$
$$\sigma_x = 0.88 \qquad \sigma_y = 2.54 \qquad \sigma_z = 0.31$$
$$p_{xy} = +1.810 \qquad p_{yz} = +0.661 \qquad p_{xz} = +0.123$$
$$r_{xy} = +0.8127 \qquad r_{yz} = +0.8282 \qquad r_{xz} = +0.4452$$

Tunnuslukuja tarkastettaessa voidaan todeta, että rungon keskikoko on aineiston mukaan huomattavasti pienempi kuin edellisillä alueilla. Tukin keskikuutio on sitävastoin lähes yhtä suuri kuin Riihimäen seuduilla. Tämä on mahdollista sentähden, että rungosta saatu pölkkyluku on huomattavasti pienempi kuin Riihimäellä. Paitsi runkojen pienuus, vaikuttaa rungosta saatuun pieneen tukkilukuun se, että puiden pituus on keskimäärin sitä lyhyempi, mitä pohjoisemmaksi mennään. Asiaa käsitellään lähemmin eri alueita toisiinsa verrattaessa. Tunnuslukujen ryhmässä on toiseksi kiinnitettävä huomiota tukkien kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välisen korrelatiokertoimen (r_{xz}) huomattavaan pienentymiseen edellisiin alueisiin verraten. Kertoimen pienentyminen osoittaa, että puiden pituus- ja paksuuskasvu eivät ole määrätyssä suhteessa toisiinsa, vaan saman pituisten puiden paksuus vaihtelee melkoisesti enemmän kuin Jokioisten ja Riihimäen seuduilla.

Korrelatiotaulukosta I_3 saadaan rungon kuution ja sahatukin kuution välistä riippuvaisuutta kuvaamaan seuraavat kolme yhtälöä:

32) I-regresiosuora $y_{\mathrm{I}} = 2.35\, x - 3.08$ $[y = f(x)]$

33) II » $y_{\mathrm{II}} = 3.56\, x - 8.67$ $[x = f(y)]$

34) keskussuora $y_{\mathrm{W}} = 3.43\, x - 8.06$

Yhtälöitä vastaavat tasoitussuorat on piirretty, kuten edelläkin korrelatiotaulukkoon. Keskussuora ja II-regresiosuora ovat tässäkin tapauksessa sangen lähellä toisiaan, poiketen melkoisesti I-regresiosuorasta. Osamäärä $\frac{\zeta}{\varepsilon(\zeta)} = 0.42$, joten regresiota erittäin hyvällä syyllä voidaan pitää suoraviivaisena.

Rungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välille muodostuu osittaisregresion kertoimen avulla seuraavat kolme yhtälöä:

35) $x = 0.49\, y - 2.03\, z + 4.09$ $[x = f(yz)]$

36) $x = 0.63\, y - 2.94\, z + 4.67$ $[y = f(xz)]$

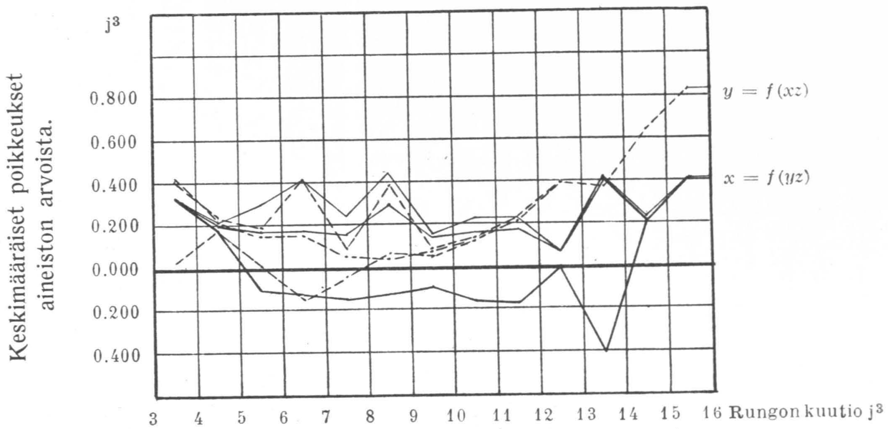
37) $x = 0.71\, y - 4.17\, z + 5.52$ $[z = f(xy)]$

Yhtälöt poikkeavat melkoisesti toisistaan. Edellä esitetyin perustein tarkastetaan, kumpi kahdesta ensimmäisestä yhtälöstä antaa parempia arvoja. Seuraava yhdistelmä III osottaa, millaisia poikkeuksia aineiston mukaisista arvoista kumpikin yhtälö antaa.

Yhdistelmä III

Yhtälöiden 35 ja 36 mukaan laskettujen tukinkuutioiden ja aineiston arvojen keskimääräiset erotukset j³:oina.

		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Rungon kuutio j³															
+ ja — poikkeusten eroitusten keskiarvo	yhtälö 35	+0.325	+0.179	−0.101	−0.136	−0.157	−0.129	−0.096	−0.160	−0.176	±0.000	−0.410	+0.205	+0.410	
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	yhtälö 35	0.325	0.199	0.173	0.168	0.157	0.292	0.139	0.160	0.176	0.070	0.410	0.205	0.410	
Hajonta (σ)	yhtälö 35	0.328	0.214	0.297	0.412	0.240	0.439	0.157	0.222	0.227	0.075	0.413	0.226	0.413	
+ ja — poikkeusten eroitusten keskiarvo	yhtälö 36	0.025	+0.170	+0.011	−0.115	−0.044	+0.062	+0.049	+0.120	+0.212	+0.383	+0.365	+0.635	+0.833	
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	yhtälö 36	+0.405	0.218	0.144	0.145	0.050	0.139	0.076	0.120	0.212	0.383	0.365	0.635	0.833	
Hajonta (σ)	yhtälö 36	0.406	0.237	0.189	0.414	0.086	0.382	0.083	0.139	0.232	0.383	0.366	0.638	0.838	



Kuva 3.

Yhtälöiden 35 ja 36 antamien arvojen ja aineiston arvojen eroitukset. Jatkuvista ja pilkkuviivoista ylin σ, seuraava ϑ ja alin $+$ ja $-$ poikkeusten keskiarvo.

Yhdistelmän arvot esitetään kuvassa (3) graafisesti. Kuvasta nähdään, että molemmat yhtälöt antavat suurin piirtein yhtä hyviä arvoja. Hajonnan arvojen perusteella voidaan kuitenkin päättää, että rungon kuution ylittäessä 11 j³ antaa yhtälö 35 melkoista parempia arvoja kuin yhtälö 36, joten sitä yhdenmukaisesti edellisten alueiden kanssa voidaan pitää parhaana yhtälönä.

4 alue: Kallaveden ympäristö.

Aineisto Kallaveden ympäristöllä käsittää 279 leimikkoa. Puiden latvat on käytetty tukeiksi 5″:n läpimittaan. Tukkien keskipituus on ollut 17.01 ja kuusitukkien %-määrä koko aineiston tukkiluvusta 2.4 %. Aineiston koko runkoluku on 387 357.

Aineisto muodostaa seuraavat kolme korrelatiotaulukkoa I_4, II_4 ja III_4.

Taulukoista saadaan päätunnusluvuille seuraavat arvot

$M_x = 4.49$	$M_y = 7.44$	$M_z = 1.63$
$\sigma_x = 0.916$	$\sigma_y = 2.090$	$\sigma_z = 0.287$
$p_{xy} = +1.466$	$p_{yz} = +0.365$	$p_{yz} = +0.022$
$r_{xy} = +0.7660$	$r_{yz} = +0.6084$	$r_{yz} = +0.0844$

I_4

X	3	4	13	45	55	73	43	17	10	4	2	7	2	1	279
8.25												1		1	2
7.75													1		1
7.25											1		1		2
6.75									1			1			2
6.25						1	3	2	2			2			10
5.75					1	2	3	4	2	3		3			18
5.25				1	4	8	6	8	2		1				30
4.75			1	5	11	12	16	1	3	1					50
4.25			1	19	13	33	12	2							80
3.75		1	6	13	22	17	3								62
3.25		1	5	6	4										16
2.75		2		1											3
2.25	2														2
1.75	1														1
	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	Y

II_4

Z	3	4	13	45	55	73	43	17	10	4	2	7	2	1	279
2.5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	1
2.3	—	—	—	—	—	—	—	—	3	—	1	2	—	—	6
2.1	—	—	—	—	1	2	7	3	1	—	—	2	—	—	16
1.9	1	—	—	1	8	22	15	4	3	1	—	2	2	1	60
1.7	—	—	—	8	13	25	10	8	3	2	1	1	—	—	71
1.5	—	—	2	13	22	16	8	2	—	—	—	—	—	—	63
1.3	—	2	8	16	8	7	3	—	—	—	—	—	—	—	44
1.1	2	2	3	7	3	1	—	—	—	—	—	—	—	—	18
	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	Y

III$_4$

Z	1	2	3	16	62	80	50	30	18	10	2	2	1	2	279
2.5	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	1
2.3	—	—	—	—	—	—	3	1	2	—	—	—	—	—	6
2.1	—	—	—	1	5	6	—	2	1	1	—	—	—	—	16
1.9	1	—	—	3	18	16	10	4	3	1	1	1	1	1	60
1.7	—	—	1	4	16	23	9	5	7	3	1	1	—	1	71
1.5	—	—	—	4	11	20	14	10	2	2	—	—	—	—	63
1.3	—	—	1	4	9	11	7	7	2	3	—	—	—	—	44
1.1	—	2	1	—	3	4	6	1	1	—	—	—	—	—	18
	1.75	2.25	2.75	3.25	3.75	4.25	4.75	5.25	5.75	6.25	6.75	7.25	7.75	8.25	X

Tunnusluvuista huomataan, että ne ovat suurin piirtein samat kuin Jyväskylän seuduilla. Korrelatiokertoimen arvot (r) ovat kuitenkin pienemmät kuin mainitulla alueella. Etenkin on tukin keskikuution ja rungosta saadun tukkiluvun välinen korrelatiokertoin (r_{yz}) aivan pieni. Saman kokoisia tukkeja on siis saatu suuresti vaihtelevan pituisista puista. Jotta tällainen olisi mahdollista, täytyy läpimitaltaan saman paksuisten puiden pituuden vaihdella. Tällaisen puiden pituuden vaihtelun voivat aiheuttaa lähinnä maaperän laadun vaihtelut sekä metsien tiheys. Kysymyksessä olevalla alueella esiintyykin hyvälaatuisten metsämaitten ohella huomattavasti myös huonokasvuisia maita, joten puiden pituuskasvun vaihtelut ovat täten käsitettävissä (ILVESSALO 1929). Toiselta puolen on myös tunnettua, että Savossa on yksityismetsien tila sangen heikko, joten puut usein kasvavat harvoissa metsissä, joka on omiaan vähentämään niiden pituuskasvua ja siten aiheuttamaan puiden pituuden vaihteluita tiheämpinä kasvavien metsien puiden pituuteen verraten.

Korrelatiotaulusta I$_4$ saadaan rungon kuution ja sahatukin kuution välistä riippuvaisuutta kuvaamaan seuraavat yhtälöt:

38) I-regresiosuora $y_{I} = 1.75\,x - 0.41$ $[y = f(x)]$
39) II » $y_{II} = 2.98\,x - 5.94$ $[x = f(y)]$
40) keskussuora $y_{W} = 2.77\,x - 4.99$

Kuten edelläkin ovat II-regresiosuora ja keskussuora sangen lähellä toisiaan ja poikkeavat huomattavasti I-regresiosuorasta. Erotus suorien

Yhdistelmä IV

Yhtälöiden 41 ja 42 mukaan laskettujen tukin kuutioiden ja aineiston arvojen keskimääräiset erotukset j^3:oina.

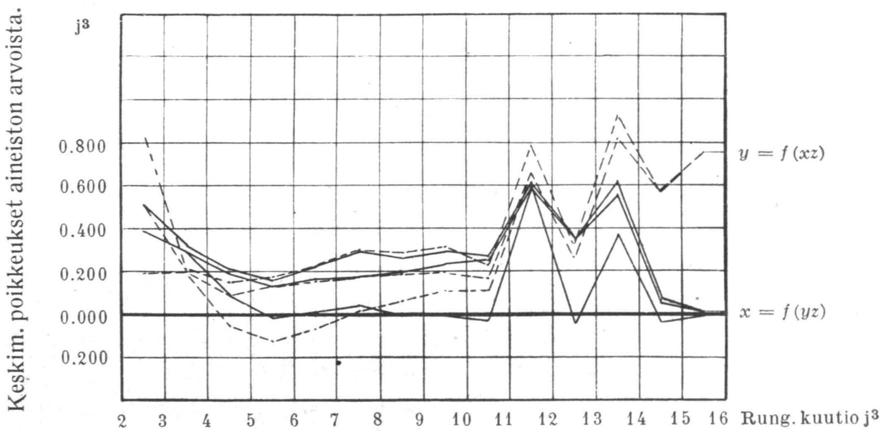
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Rungon kuutio j^3		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
+ ja — poikkeusten erotusten keskiarvo	yhtälö 41	+0.387	+0.293	+0.083	—0.024	+0.012	+0.041	—0.007	+0.009	+0.027	+0.590	—0.055	+0.366	—0.045	—0.010	
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	yhtälö 41	0.387	0.293	0.183	0.126	0.160	0.172	0.196	0.233	0.251	0.590	0.345	0.543	0.045	0.010	
Hajonta (σ)	yhtälö 41	0.518	0.322	0.209	0.155	0.220	0.286	0.261	0.295	0.273	0.606	0.349	0.690	0.064	0.011	
+ ja — poikkeusten rajoitusten keskiarvo	yhtälö 42	+0.190	+0.198	—0.059	—0.130	—0.073	+0.015	+0.060	+0.102	+0.148	+0.645	+0.260	+0.819	+0.565	+0.750	
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	yhtälö 42	0.853	0.198	0.096	0.136	0.157	0.173	0.188	0.195	0.166	0.645	0.260	0.819	0.565	0.750	
Hajonta (σ)	yhtälö 42	0.584	0.219	0.155	0.172	0.224	0.297	0.286	0.318	0.228	0784	0.328	0.938	0.566	0.750	

suunnissa käy selvästi esiin korrelatiotaulukosta (I). Eri suorien antamilla tasoituksilla on sama suunta kuin edelläkin. II-regresiosuora ja keskussuora antavat huomattavasti parempia arvoja kuin I-regresiosuora. Osamäärä $\frac{\zeta}{\varepsilon(\zeta)} = 0.70$ osoittaen siis regresion suoraviivaisuutta.

Rungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välille muodostuu kolme seuraavaa yhtälöä:

$$41)\quad x = 0.50\,y - 1.93\,z + 3.92 \quad [x = f(yz)]$$
$$42)\quad x = 0.61\,y - 2.43\,z + 4.36 \quad [y = f(xz)]$$
$$43)\quad x = 0.62\,y - 3.45\,z + 5.49 \quad [z = f(xy)]$$

Yhtälöistä (41 ja 42) laskettujen ja aineiston arvojen eroja esittää yhdistelmä siv. 39:



Kuva 4.

Yhtälöiden 41 ja 42 antamien arvojen ja aineiston arvojen erotukset. Jatkuvista ja pilkkuviivoista ylin σ, seuraava ϑ ja alin + ja — poikkeusten keskiarvo.

Kuva (4) esittää yhdistelmän (IV) arvoja graafisesti.

Yhtälöiden 41 ja 42 antamat arvot ovat suunnilleen yhtä oikeat. Pieni ero on kuitenkin olemassa yhtälön 41 eduksi, joten yhdenmukaisesti edellisten kanssa voidaan yhtälön 41 katsoa kuvaavan tukkipuurungon, tukin kuution rungosta saadun tukkiluvun välistä riippuvaisuussuhdetta.

5 alue: Pielisjärven seudut.

Aineisto Pielisjärven seuduilta käsittää 323 leimikkoa. Puiden latvat on tehty tukeiksi 5″ läpimittaan. Tukkien keskipituus on ollut 17.96′ ja kuusitukkien määrä 4.1 % koko aineiston tukkiluvusta. Aineiston koko runkoluku on 1 253 745 runkoa.

Aineisto muodostaa seuraavat rungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun väliset korrelatiotaulukot:

I_5

X	5	15	62	94	77	48	7	8	3	1	1	1	1	323
9.25													1	1
8.75														—
8.25														—
7.75								1						1
7.25								1						1
6.75							1	1				1		3
6.25				2	2	4	1		1	1	1			12
5.75				3	3	5	1	6						18
5.25			2	11	15	19	3		1					51
4.75		1	8	34	26	13	1							83
4.25		5	40	36	26	7								114
3.75	3	9	12	8	5									37
3.25	2													2
	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	Y

II_5

Z	5	15	62	94	77	48	7	8	3	1	1	1	1	323
2.1	—	—	—	—	—	1	1	—	2	1	1	1	—	7
1.9	—	—	—	2	12	13	2	5	1	—	—	—	—	35
1.7	—	—	1	14	27	16	3	—	—	—	—	—	1	62
1.5	—	1	9	40	30	17	1	2	—	—	—	—	—	100
1.3	—	7	42	33	7	1	—	1	—	—	—	—	—	91
1.1	5	7	10	5	1	—	—	—	—	—	—	—	—	28
	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	Y

III$_5$

Z	2	37	114	83	51	18	12	3	1	1	—	—	1	323
2.1	—	—	1	1	1	1	2	1	—	—	—	—	—	7
1.9	—	7	13	7	2	5	1	—	—	—	—	—	—	35
1.7	—	7	27	14	11	1	1	—	—	—	—	—	1	62
1.5	—	6	27	35	21	5	3	2	1	—	—	—	—	100
1.3	—	11	39	21	14	3	2	—	—	1	—	—	—	91
1.1	2	6	7	5	2	3	3	—	—	—	—	—	—	28
	3.25	3.75	4.25	4.75	5.25	5.75	6.25	6.75	7.25	7.75	8.25	8.75	9.25	X

Päätunnusluvuille saadaan taulukoista seuraavat arvot:

$$M_x = 4.69 \qquad M_y = 7.01 \qquad M_z = 1.50$$
$$\sigma_x = 0.734 \qquad \sigma_{\mathfrak{z}} = 1.620 \qquad \sigma_z = 0.241$$
$$p_{xy} = +0.838 \qquad p_{yz} = +0.269 \qquad p_{xz} = +0.010$$
$$r_{xy} = +0.704 \qquad r_{yz} = +0.6900 \qquad r_{xz} = +0.055$$

Tunnusluvuista huomataan, että ne ovat suurin piirtein samat kuin Kallaveden seuduilla. Tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välinen pieni korrelatiokertoin ($r_{xz} = -0.055$) osottaa, kuten edelliselläkin alueella, että kuutioltaan saman kokoisten puiden pituus vaihtelee suuresti.

Korrelatiotaulukosta I saadaan rungon kuution ja tukin kuution välistä riippuvaisuutta kuvaamaan seuraavat kolme yhtälöä:

44) I-regresiosuora $y_{\mathrm{I}} = 1.55\,x - 0.28 \quad [y = f(x)]$
45) II » $y_{\mathrm{II}} = 3.13\,x - 7.69$[1] $[x = f(y)]$
46) Keskussuora $y_{\mathrm{W}} = 2.81\,x - 6.161$

II-regresiosuora ja keskussuora ovat jälleen sangen lähellä toisiaan (kts. taulukkoa) ja ovat keskussuoran antamat arvot parhaat. Regresion suoraviivaisuutta kuvaa osamäärä $\frac{\zeta}{\varepsilon(\zeta)} = 0.99$, joten siis regresiota voidaan hyvällä syyllä pitää suoraviivaisena.

Rungon kuution, tukin kuution ja rungoista saadun tukkiluvun välille muodostuu kolme seuraavaa yhtälöä:

47) $x = 0.57\,y - 2.49\,z - 4.43 \quad [x = f(yz)]$
48) $x = 0.75\,y - 3.28\,z - 4.38 \quad [y = f(xz)]$
49) $x = 0.78\,y - 4.35\,z - 5.73 \quad [z = f(xy)]$

[1] Vertaa VUORISTO 1934.

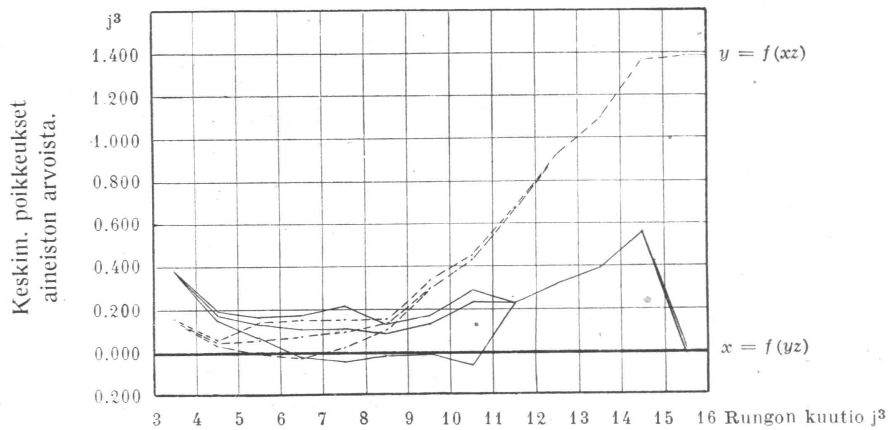
Yhdistelmä V

Yhtälöiden 47 ja 48 mukaan laskettujen tukin kuutioiden ja aineiston arvojen keskimääräiset erotukset j³:oina.

		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
+ ja — poikkeusten erotuksen keskiarvo	yhtälö 47	+0.380	+0.157	+0.070	—0.023	—0.044	—0.024	—0.014	—0.060	+0.230	+0.320	+0.390	+0.560	—0.010	
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	yhtälö 47	0.380	0.168	0.125	0.107	0.111	0.085	0.125	0.229	0.230	0.320	0.390	0.560	0.010	
Hajonta (σ)	yhtälö 47	0.382	0.190	0.161	0.174	0.213	0.124	0.163	0.285	0.230	0.320	0.390	0.560	0.010	
+ ja — poikkeusten erotuksen keskiarvo	yhtälö 48	+0.148	+0.032	—0.008	—0.029	+0.020	+0.106	+0.291	+0.424	+0.660	+0.920	+1.090	+1.360	+1.380	
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	yhtälö 48	0.148	0.041	0.057	0.074	0.090	0.133	0.291	0.424	0.660	0.920	1.090	1.360	1.380	
Hajonta (σ)	yhtälö 48	0.150	0.056	0.138	0.145	0.145	0.151	0.329	0.442	0.667	0.920	1.090	1.360	1.380	

Kuten edelläkin, poikkeaa yhtälö (49), jossa argumentteina ovat rungon kuutio ja tukin kuutio, huomattavasti muista yhtälöistä. Yhtälöistä 47 ja 48 laskettujen arvojen ja aineiston arvojen erotuksia esittää seuraava yhdistelmä.

Yhdistelmästä nähdään, että poikkeukset yhtälöiden antamista arvoista ovat suunnilleen samat kuin Jyväskylän ja Kuopion seutujen yhtälöistä lasketuista arvoistakin. Yhdistelmässä olevat tunnuslukujen arvot esittää kuva 5 graafisesti.



Kuva 5.

Yhtälöiden 47 ja 48 antamien arvojen ja aineiston arvojen erotukset. Jatkuvista ja pilkkuviivoista ylin σ, seuraava ϑ ja alin + ja — poikkeusten keskiarvo.

Kuvasta käy selvästi ilmi, että yhtälö 47 antaa parempia arvoja, rungon kuution laajasti vaihdellessa, kuin yhtälö 48. Yhtälöiden käyttökelpoisuus on siis saman suuntainen kuin edelläkin.

6 alue: Kainuu.

Kainuun aineisto käsittää 197 leimikkoa, joiden yhteinen runkomäärä on 540 339. Rungot on tehty tukeiksi 5″—6″ läpimittaan, ja on tukkien keskipituus 16.74 jj. Kuusitukkeja on aineiston koko tukkimäärästä 1.3 %.

Aineisto muodostaa rungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välille seuraavat korrelatiotaulukot.

I_6

X	1	5	15	25	30	35	16	18	13	14	12	8	4	1	197
9.75													1		1
9.25															—
8.75												1			1
8.25											1	2			3
7.75						1			1		2	1			5
7.25								1	2	3	2	3	2		13
6.75					2	3	2		2	8	3			1	21
6.25					3	5	1	3	4	1	2	1			20
5.75			1	5	6	2	2	9	2		1		1		29
5.25			2	6	6	7	7	3	1	2	1				35
4 75		2	5	4	7	13	4	2	1						38
4.25		1	6	8	6	4									25
3 75		2	1	2											5
3 25															-
2 75	1														1
	3.5	4.5	5.5	6.5	7. 5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	Y

II_6

Z	1	5	15	25	30	35	16	18	13	14	12	8	4	1	197
2.7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1
2.5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	1	3
2.3	—	—	—	—	1	1	—	1	1	1	1	1	—	—	7
2.1	—	1	—	—	1	—	1	3	2	1	3	2	2	—	16
1.9	—	—	—	1	5	6	7	8	5	8	4	2	—	—	46
1.7	—	—	1	2	6	13	4	4	4	3	3	3	1	—	44
1.5	—	—	2	10	8	6	4	2	1	—	—	—	—	—	33
1.3	—	1	7	5	8	7	—	—	—	—	—	—	—	—	28
1.1	1	3	5	7	1	2	—	—	—	—	—	—	—	—	19
	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	Y

III$_6$

Z	1	—	5	25	38	35	29	20	21	13	5	3	1	—	1	197
2.7	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1
2.5	—	—	—	—	—	1	1	—	1	—	—	—	—	—	—	3
2.3	—	—	—	1	3	2	—	1	—	—	—	—	—	—	—	7
2.1	—	—	1	—	2	4	1	1	3	4	—	—	—	—	—	16
1.9	—	—	—	7	6	7	8	6	8	3	1	—	—	—	—	46
1.7	—	—	2	2	12	7	4	3	2	5	2	3	1	—	1	44
1.5	—	—	1	8	7	6	4	3	2	1	1	—	—	—	—	33
1.3	—	—	1	5	4	4	4	6	4	—	—	—	—	—	—	28
1.1	1	—	—	2	4	4	6	—	1	—	1	—	—	—	—	19
	2.75	3.25	3.75	4.25	4.75	5.25	5.75	6.25	6.75	7.25	7.75	8.25	8.75	9.25	9.75	X

Taulukoista saadaan päätunnusluvuille seuraavat arvot:

$M_x = 5.59$ $\quad M_y = 9.22$ $\quad M_z = 1.67$
$\sigma_x = 1.120$ $\quad \sigma_y = 2.800$ $\quad \sigma_z = 0.340$
$p_{xy} = +2.316$ $\quad p_{yz} = +0.642$ $\quad p_{xz} = +0.049$
$r_{xy} = +0.7384$ $\quad r_{yz} = +0.6748$ $\quad r_{xz} = +0.1274$

Tunnusluvut osoittavat, että hakattujen runkojen koko on Kainuussa ollut melkoista suurempi kuin eteläisemmillä Keski-Suomen alueilla. Regresiokertointen (r_{xy} ja r_{yz}) arvot, jotka osottavat rungon kuution ja tukin kuution sekä rungon kuution ja rungosta saadun pölkkyluvun välistä riippuvaisuutta, ovat suunnilleen samat kuin Kallaveden ympäristöllä. Tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välistä suhdetta osottava regresiokertoin (r_{xz}) on jonkin verran suurempi kuin Kallaveden ja Pielisen vastaava kertoin. Sen itseisarvo on siitä huolimatta kuitenkin sangen pieni. Kuten kahdella edellisellä alueellakin, vaihtelee siis Kainuussakin hakattujen kuutioltaan saman kokoisten runkojen pituus huomattavasti, joskaan ei aivan niin voimakkaasti kuin kahdella edellisellä alueella. Syynä ilmiöön lienee etupäässä se, ettei Kainuussa hakata sanottavasti kasvavia metsiä, koska iäkkäiden metsien varasto on suhteellisen suuri.

Korrelatiotaulukosta I$_6$ saadaan rungon kuution ja tukin kuution välistä riippuvaisuutta kuvaamaan seuraavat kolme yhtälöä.

50) I-regresiosuora $y_{\mathrm{I}} = 1.85\, x - 1.10$ $\quad [y = f(x)]$
51) II » $y_{\mathrm{II}} = 3.37\, x - 9.61$ $\quad [x = f(y)]$
52) Keskussuora $y_{\mathrm{W}} = 3.16\, x - 8.46$

Y h d i s t e l m ä VI.

Yhtälöiden 53 ja 54 mukaan laskettujen tukin kuutioiden ja aineiston arvojen keskimääräiset erotukset j³:oina.

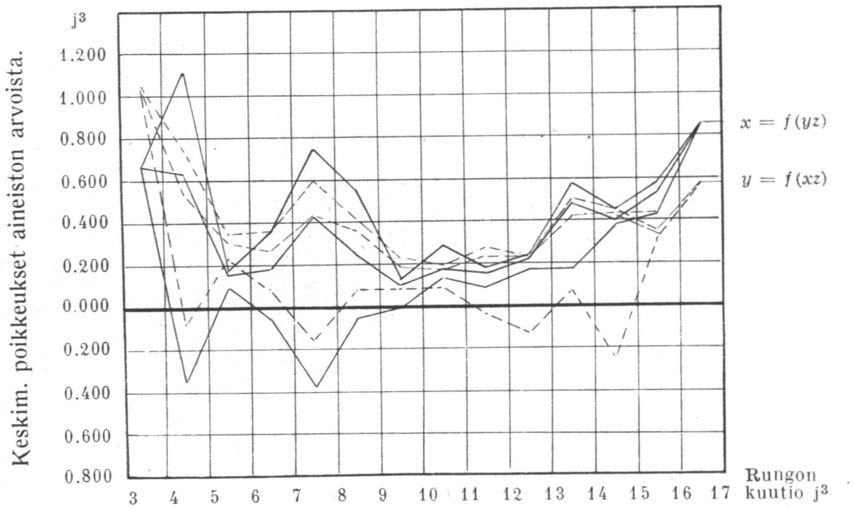
Rungon kuutio j³		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
+ ja — suuntaisten eroitusten keskiarvo	yhtälö 53	+1.050	—0.080	+0.255	+0.091	—0.157	+0.078	+0.083	+0.092	—0.038	—0.129	+0.072	—0.258	+0.318	+0.570	
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	yhtälö 53	1.050	0.526	0.310	0.276	0.419	0.362	0.199	0.167	0.227	0.227	0.418	0.430	0.318	0.570	
Hajonta (σ)	yhtälö 53	1.062	0.738	0.346	0.355	0.597	0.544	0.224	0.190	0.272	0.243	0.503	0.451	0.353	0.570	
+ ja — poikkeusten erotusten keskiarvo	yhtälö 54	+0.670	—0.354	+0.089	—0.064	—0.382	—0.047	—0.007	+0.139	+0.085	+0.178	+0.178	+0.380	+0.428	+0.850	
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	yhtälö 54	0.670	0.634	0.157	0.182	0.431	0.239	0.093	0.167	0.147	0.216	0.483	0.405	0.533	0.850	
Hajonta (σ)	yhtälö 54	0.670	1.119	0.174	0.363	0.749	0.547	0.123	0.290	0.176	0.232	0.580	0.455	0.575	0.850	

Kuten edelläkin poikkeavat regresiosuorat melkoisesti toisistaan. Keskussuora ja II regresiosuora ovat kuitenkin sangen lähellä toisiaan. Regresion suoraviivaisuuden arvostelemiseksi laskettu osamäärä $\frac{\zeta}{\varepsilon(\zeta)} = 0.93$. Se on siis suunnilleen sama kuin edellisellä alueella, mutta ei kuitenkaan läheskään anna aihetta suoraviivaisesta regresiosta luopumiseen.

Rungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välistä riippuvaisuutta kuvaavat osittaisregresiokertointen avulla muodostetut seuraavat kolme yhtälöä:

$$53)\quad x = 0.48\,y - 2.24\,z + 4.92 \quad [x = f(yz)]$$
$$54)\quad x = 0.60\,y - 2.93\,z + 4.93 \quad [y = f(xz)]$$
$$55)\quad x = 0.63\,y - 4.04\,z + 6.56 \quad [z = f(xy)]$$

Yhdistelmä VI esittää yhtälöiden 53 ja 54 mukaan laskettujen arvojen keskimääräiset erotukset aineiston arvoista. Kuvassa 6 esitetään erotuksia kuvaavien tunnuslukujen arvot graafisesti.



Kuva 6.

Yhtälöiden 53 ja 54 antamien ja aineiston arvojen erotukset. Jatkuvista ja pilkkuviivoista ylin σ, seuraava ϑ ja alin + ja — poikkeusten keskiarvo.

Kuten jo tutkimusmenetelmää selostettaessa mainittiin, vahvistuu rungon kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välinen regresio Kainuussa

eteläisempiin alueisiin verraten, ja aiheuttaa tämä sen, että päinvastoin kuin edellisillä alueilla antaa yhtälö 54 parempia arvoja kuin yhtälö 53. Erotus ei tosin ole suuri, mutta kuten kuvasta (6) nähdään, kuitenkin ilmeinen.

7 alue: Perä-Pohjola.

Perä-Pohjolan aineisto käsittää 249 leimikkoa, joiden yhteinen runkoluku on 172 658. Rungot on tehty tukeiksi 5″—6″ läpimittaan, ja on tukkien keskipituus 17.45 jj. Kuusitukkeja on aineiston koko tukkimäärästä 14.2 %.

Aineisto muodostaa rungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välillä seuraavat korrelatiotaulukot.

I_7

X	2	28	34	39	34	31	19	29	12	6	8	1	–	2	2	—	–	1	—	—	—	1	249
10.25																		1				1	2
9.75															1								1
9.25															1								1
8.75														1									1
8.25									1	1	1	1		1									5
7.75			1			1	1		1		4												8
7.25				2	1		1	4	1	4	2												15
6.75		3			2	5	1	4	7	1	1												24
6.25		1	3	5	12	10	10	19	2														62
5.75	1	4	7	9	8	8	5																42
5.25	1	16	10	16	8	7	1	1															60
4.75		1	7	5	3			1															17
4.25		2	6	2																			10
3.75		1																					1
	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	21.5	22.5	23.5	24.5	25.5	26.5	Y

Taulukoista saadaan päätunnusluvuille seuraavat arvot:

$$M_x = 6.00 \qquad M_y = 10.15 \qquad M_z = 1.67$$
$$\sigma_x = 1.017 \qquad \sigma_y = 2.990 \qquad \sigma_y = 0.321$$
$$p_{xy} = + 2.362 \qquad p_{yz} = + 0.754 \qquad p_{xz} = + 0.102$$
$$r_{xy} = + 0.7769 \qquad r_{yz} = + 0.7852 \qquad r_{xz} = + 0.3109$$

Tunnusluvuista nähdään, että rungon kuutio ja tukin kuutio on aineiston mukaan ollut Perä-Pohjolassa suurempi kuin Kainuussa, mutta rungosta saatu tukkiluku on sama. Rungot ovat siis olleet Perä-Pohjolassa lyhyempiä kuin vastaavan kokoiset rungot etelämmässä. Tämä onkin luonnollinen seuraus puiden pituuden yleisestä lyhenemisestä, mitä pohjoisemmaksi mennään. Rungon kuution ja tukin kuution sekä rungon kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välistä riippuvaisuutta osottavat regresiokertoimet (r_{xy} ja r_{yz}) ovat jonkin verran suuremmat kuin Kainuussa. Tukin suuruuden ja rungosta saadun tukkiluvun välistä riippuvaisuutta kuvaava regresiokertoin (r_{xz}) on sitävastoin huomattavasti suurempi kuin Kallaveden ja Pielisen alueilla sekä vielä noin 2 ½ kertaa suurempi kuin Kainuussakin. Jo edellisellä alueella todettu kasvusuhteitten tasaantuminen hakatuissa metsissä jatkuu siis edelleen pohjoiseen päin mentäessä. Onkin luonnollista, että näin on asian laita, koska iäkkäiden metsien suhteellinen määrä on Perä-Pohjolassa siksi suuri, ettei kasvavia metsiä ole syytä hakata tukeiksi.

Rungon kuution ja tukin kuution välistä riippuvaisuutta kuvaavat seuraavat yhtälöt:

II7

Z	2	28	34	39	34	31	19	29	12	6	8	1	—	2	2	—	—	1	—	—	—	1	249
2.7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1
2.5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.3	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	3
2.1	—	—	—	1	1	4	3	14	6	5	7	1	—	2	1	—	—	—	—	—	—	—	45
1.9	—	—	1	3	4	7	10	10	3	—	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	40
1.7	—	2	5	11	11	14	4	4	2	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	54
1.5	—	1	12	18	17	5	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	55
1.3	—	9	14	4	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	29
1.1	2	16	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	22
	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	21.5	22.5	23.5	24.5	25.5	26.5	Y

III7

z	1	10	17	60	42	62	24	15	8	5	1	1	1	2	249
2.7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
2.5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.3	—	—	—	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	1	3
2.1	—	1	1	5	2	15	7	6	4	2	1	1	—	—	45
1.9	—	2	5	5	7	12	6	1	—	1	—	—	1	—	40
1.7	1	5	4	12	10	13	1	5	1	2	—	—	—	—	54
1.5	—	2	6	13	12	13	6	1	2	—	—	—	—	—	55
1.3	—	—	1	15	6	5	1	—	1	—	—	—	—	—	29
1.1	—	—	—	9	5	3	3	2	—	—	—	—	—	—	22
	3.75	4.25	4.75	5.25	5.75	6.25	6.75	7.25	7.75	8.25	8.75	9.25	9.75	10.25	x

56) I-regresiosuora $y_{I} = 2.28\,x - 3.68 \quad [y = f(x)]$
57) II » $y_{II} = 3.78\,x - 12.56 \quad [x = f(y)]$
58) Keskussuora $y_{W} = 3.62\,x - 11.60$

Keskussuora, joka on sangen lähellä II regresiosuoraa, esittää parhaiten rungon kuution ja tukin kuution välistä korrelatiota, kuten taulukosta nähdään. Regresion suoraviivaisuutta kuvaava osamäärä $\frac{\zeta}{\varepsilon(\zeta)} = 0.61$ ja osoittaa siis, että suoraviivaista tasotusta voidaan hyvin käyttää.

Rungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun välistä suhdetta esittävät seuraavat kolme yhtälöä:

$$59) \quad x = 0.47\,y - 2.47\,z + 5.33 \quad [x = f(yz)]$$
$$60) \quad x = 0.58\,y - 3.24\,z + 5.56 \quad [y = f(xz)]$$
$$61) \quad x = 0.61\,y - 4.20\,z + 6.75 \quad [z = f(xy)]$$

Yhtälöiden 59 ja 60 antamat arvot poikkeavat keskimäärin aineiston arvoista seuraavan yhdistelmän (VII) esittämien lukujen mukaan.

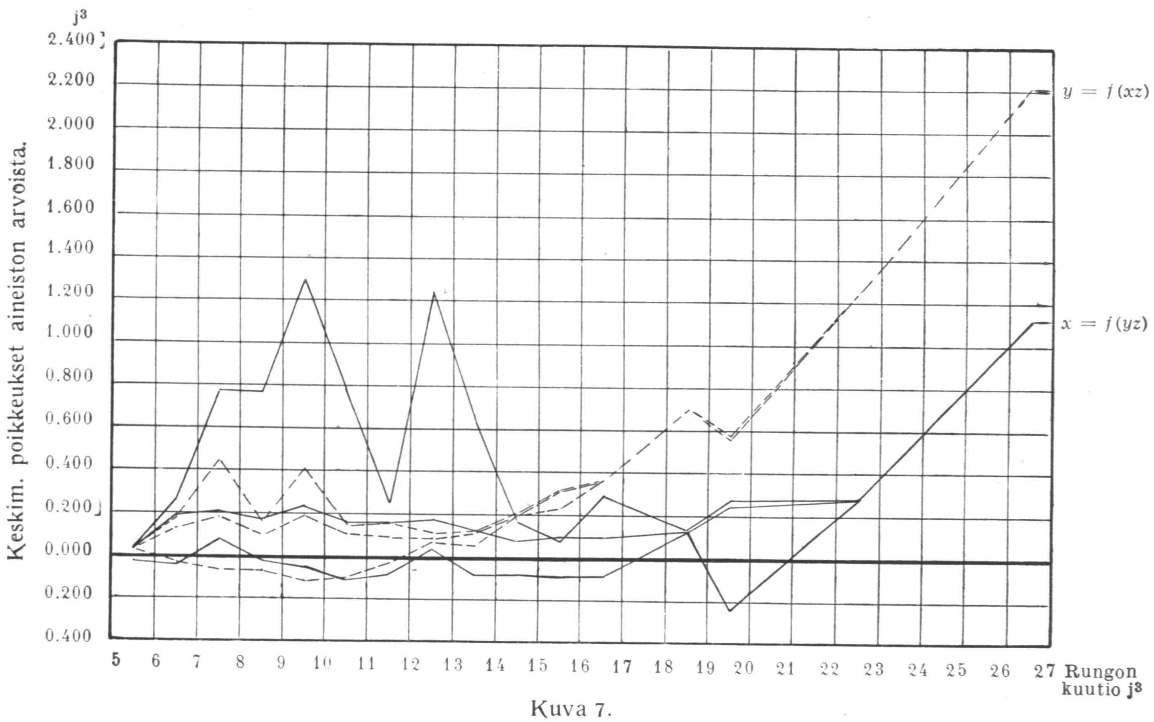
Yhdistelmän arvoja esittää kuva 7 graafisesti. Verrattaessa yhtälöiden 59 ja 60 antamien ja aineiston arvojen erotuksia huomataan, että + ja — suuntaisten poikkeusten erotuksen keskiarvot ovat 14 j³:aa pienemmille rungoille suunnilleen samat, mutta sitä suuremmille rungoille antaa yhtälö 59 parempia arvoja. Keskimääräisen poikkeuksen (ϑ) ja hajonnan (δ) arvojen perusteella arvostellen ovat yhtälön 60 antamat arvot alle 14

Yhdistelmä VII

Yhtälöiden 59 ja 60 mukaan laskettujen tukin kuutioiden ja aineiston arvojen keskimääräiset erotukset j³:oina.

Rungon kuutio j³		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17 18	19	20	22	23	26	27
+ ja — poikkeusten erotusten keskiarvo..	yhtälö 59	—0.025	—0.043	+0.078	—0.023	—0.051	—0.114	—0.079	+0.036	—0.086	—0.080	—0.090	—0.090	—	+0.120	—0.240	—	+0.280	—	+1.120
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	yhtälö 59	0.025	0.194	0.204	0.167	0.237	0.159	0.155	0.168	0.121	0.068	0.090	0.090	—	0.120	0.240	—	0.280	—	1.120
Hajonta (σ)	yhtälö 59	0.034	0.269	0.770	0.765	1.298	0.769	0.249	1.236	0.630	0.161	0.090	0.284	—	0.130	0.278	—	0.281	—	1.120
+ ja — poikkeusten erotusten keskiarvo..	yhtälö 60	+0.030	—0.033	—0.064	—0.074	—0.119	—0.100	—0.032	+0.061	+0.052	+0.192	+0.229	+0.360	—	+0.700	+0.561	—	+1.250	—	+2.210
Keskimääräinen poikkeus (ϑ)	yhtälö 60	0.030	0.122	0.179	0.094	0.192	0.100	0.085	0.081	0.108	0.192	0.309	0.360	—	0.700	0.561	—	1.250	—	2.210
Hajonta (σ)	yhtälö 60	0.036	0.180	0.453	0.161	0.410	0.144	0.158	0.116	0.118	0.203	0.311	0.360	—	0.700	0.573	—	1.250	—	2.210

j³:n rungoille huomattavasti paremmat kuin yhtälön 59 antamat arvot. Käytännön kannalta katsoen on yhtälöä 60 pidettävä käyttökelpoisimpana, syystä että 14 j³:aa suurempia runkoja hakataan nykyään jo sangen vähän.



Kuva 7.

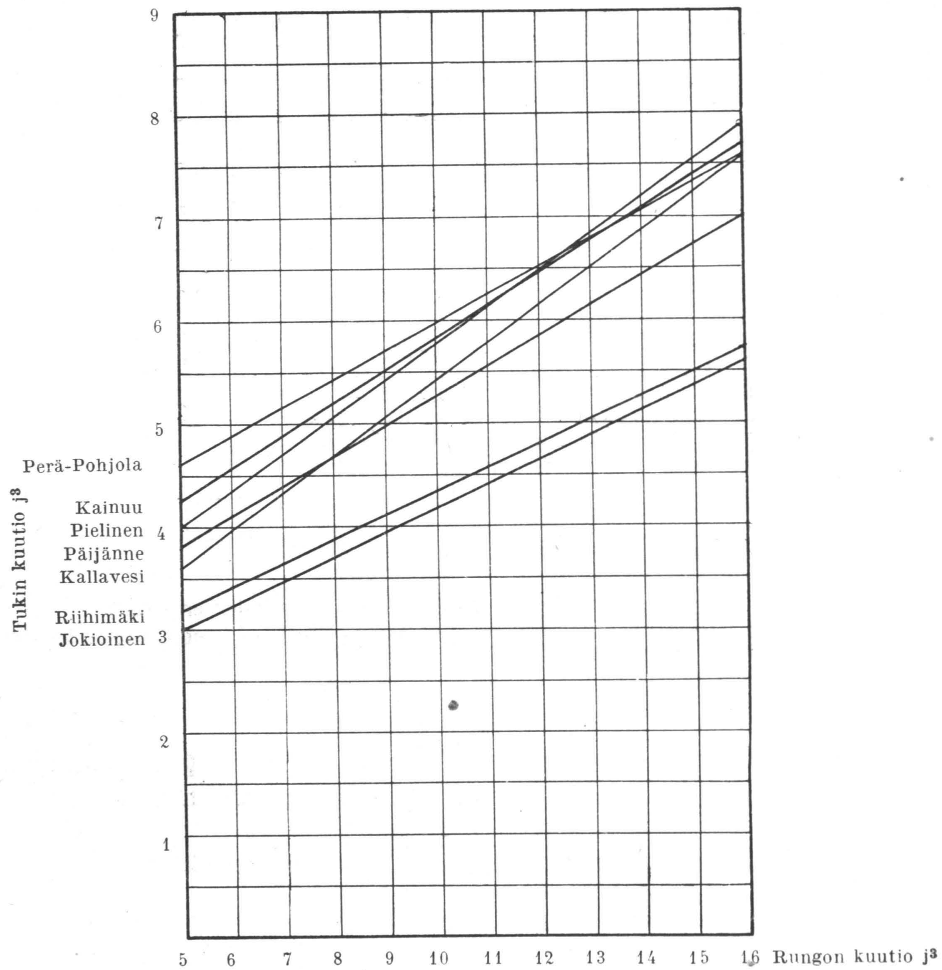
Yhtälöiden 59 ja 60 antamien ja aineiston arvojen erotukset
Jatkuvista ja pilkkuviivoista ylin σ, seuraava ϑ, ja alin + ja — poikkeusten keskiarvo.

B. Tukkipuurungon ja tukin kuution sekä rungosta saadun tukkiluvun alueittaisten suhteitten keskinäinen vertailu.

I. Tukkipuurungon ja tukin kuution väliset suhteet.

Edellä on käsitelty alueittain tukkipuurungon ja tukin välisiä suuruussuhteita. Seuraavassa tarkastetaan, missä määrin mainitut suuruussuhteet vaihtelevat eri puolilla maata, ja mitkä syyt vaihtelun todennäköisesti aiheuttavat. Tarkastelua varten esitetään tukkipuurungon ja tukin kuution välinen riippuvaisuus alueittain keskussuoran yhtälöin sekä graafisesti kuvassa 8.

Jokioisten seudut	$x = 0.23\,y + 1.88$
Riihimäen ympäristö	$x = 0.23\,y + 2.10$
Päijänteen ves. pohjoisosa	$x = 0.29\,y + 2.35$
Kallaveden ympäristö	$x = 0.36\,y + 1.80$
Pielisjärven seudut	$x = 0.36\,y + 2.20$
Kainuu	$x = 0.32\,y + 2.68$
Perä-Pohjola	$x = 0.28\,y + 3.20$



Kuva 8.

Tukin kuution riippuvaisuus rungon kuutiosta.

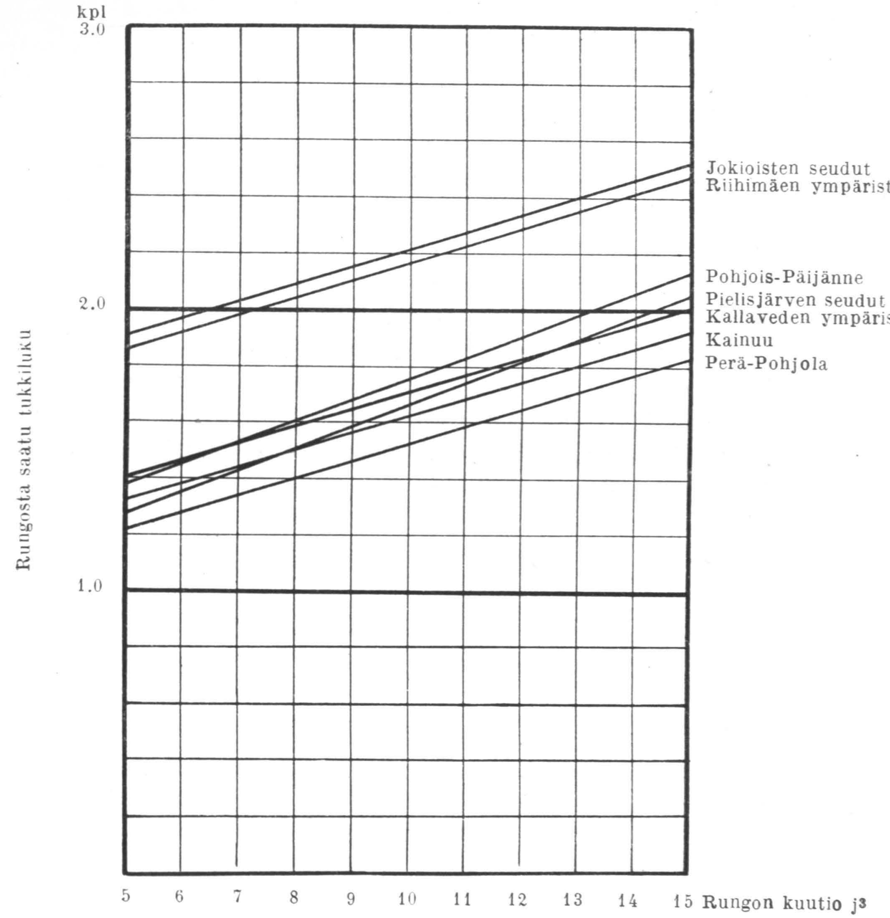
Yhtälöryhmää ja kuvaa (8) tarkastettaessa huomataan, että tukkipuurungon ja tukin kuution välistä riippuvaisuutta esittävien suorien kulmakertoimet sekä sijainti x-akseliin verraten vaihtelee eri alueilla melkoisesti. Seuraavassa tarkastetaan, mitkä ovat tämän vaihtelun syyt. Suorien kulmakertoimen suuruus osoittaa, miten voimakkaasti tukin suuruus riippuu rungon suuruudesta. Suoran sijainnin etäisyys x-akselista taas osottaa, miten suuria tukkeja määrätyn kokoisesta rungosta keskimäärin saadaan. Ottamalla mainitut seikat huomioon voidaan suorien suunnasta ja sijainnista tehdä eräitä päätelmiä. Suorien kulmakertointen arvot ovat suurin piirtein yhtä suuret Jokioisten, Riihimäen, Pohjois-Päijänteen ja Perä-Pohjolan alueilla, mutta huomattavasti suuremmat muilla alueilla. Kulmakertoimen samansuuruisuus merkitsee sitä, että määrättyä rungon kuution suurentumista vastaa aina saman suuruinen tukin suurentuminen. Jotta tällainen ilmiö olisi mahdollinen, täytyy puiden pituus- ja paksuuskasvun olla määrätyssä suhteessa toisiinsa. Puun pituus- ja paksuuskasvun suhde riippuu monien vaihtelevien tekijöiden ohella lähinnä puun iästä. Nuorella iällä on puun pituuskasvu huomattava vähentyen iän lisääntyessä loppuakseen kokonaan puun saavutettua normaalipituutensa. Jos tässä valossa tarkastetaan puiden kasvusuhteita, todetaan, että Jokioisten—Riihimäen alueilla hakattujen puiden pituuskasvu jatkuu tavallisimmin aina vielä puiden kaatoaikana, sillä yli-ikäisiä metsiä ei alueilla enää sanottavasti ole. Yli 100-vuotisia puita on valtakunnan metsien linja-arvion mukaan lounais-eteläisellä rannikkoalueella vain 4.6 % puumäärästä, ja on niiden määrä arvion jälkeen todennäköisesti vielä pienentynyt. Yli-ikäisten metsien määrä on verrattain pieni myös Päijänteen alueella. Linja-arvion mukaan on 100 vuotta vanhempien havupuiden osuus 5.4 % puuvarastosta. Tälläkin alueella kohdistuvat hakkaukset pääasiassa ei-yliikäisiin metsiin. Rungon kuution ja tukin kuution välistä suhdetta kuvaavan suoran kulmakertoin on jo kuitenkin hiukan suurempi Päijänteen kuin Jokioisten ja Riihimäen seuduilla johtuen siitä, että yli-ikäisiä, pituuskasvunsa lopettaneita puita esiintyy suurimmissa rungon suuruusluokissa kohottaen suhteellisesti niistä saatujen tukkien kuutiota jonkin verran. Yleensä kulkee Pohjois-Päijänteen tukin kuutiota kuvaava suora huomattavasti korkeammalla kuin Jokioisten-Riihimäen seutujen suorat. Tämä johtuu siitä, että puiden pituus pienenee keskimäärin sen mukaan, mitä pohjoisemmaksi mennään, ja rungosta saatu tukkiluku pienenee samassa suhteessa kohottaen saatujen tukkien kuutiota. Pieni tukkien keskipituuden lisääntyminen vaikuttaa samaan suuntaan. Tarkastettaessa Kallaveden seutujen tukkien kuutiota kuvaavaa suoraa todetaan sen kulmakertoimen olevan melkoisesti suuremman kuin Pohjois-Päijänteen alueen suoran. Tämä johtuu siitä, että alueen yli 100-vuotisten metsien määrä on suurempi kuin Päijänteen alueella, noin 6.5 %, mutta toiselta puolen ovat yksityismetsät suhteellisen nuoria, joten pienet rungot, jotka hakataan etupäässä yksityismetsistä, antavat pieniä tukkeja, jotavastoin järeimmät metsät ovat pituuskasvunsa lopettaneita, ja saadaan niistä suhteellisen suuria tukkeja. Sama ilmiö esiintyy vielä Pielisen alueella, jossa yli-ikäisten metsien määrä on huomattavasti suurempi kuin Kuopion alueella, nimittäin noin 28.9 %. Kainuussa alkaa tukkien kokoa kuvaavan suoran kulmakertoin pienentyä. Tämä johtuu siitä, että hakattavat metsät ovat suurimmaksi osaksi vanhoja, joissa pienienkin runkojen paksuus on pituuteen verraten suhteellisen suuri. Yli 100-vuotisten metsien määrä on noin 50.8 %. Perä-Pohjolassa pienenee tukin kuutiota kuvaavan suoran kulmakertoin vielä edelliseen verraten hiukan, johtuen osaksi yli-ikäisten metsien lisääntymisestä (yli 200-vuotisia Kemijoen vesistöalueen metsiä 14.2 %), osaksi puiden pituuden yleisestä pienentymisestä. Tukkien kuutiota kuvaavien suorien kulmakertoimen suuruuteen nähden on vielä huomattava, että suurimpien, yli-ikäisten puiden latvus on useimmiten paksuoksainen ja nopeasti kapeneva, joten tavallisesti puiden latvatukkeja ei voida juoksuttaa tukin minimiläpimittaan, vaan täytyy katkaisu tehdä aikaisemmin. Latvatukin kuutio tulee täten tavallista suuremmaksi kohottaen rungosta saatujen tukkien keskikuutiota.

2. *Tukkipuurungon kuution ja rungosta saadun tukkiluvun väliset suhteet.*

Metsäteknologiselta kannalta on mielenkiintoista tarkastaa, miten rungosta saatu tukkiluku keskimäärin vaihtelee eri puolilla maata. Tarkastelua varten esitetään yhtälöryhmä, joka esittää mainittua riippuvaisuutta eri alueilla. Yhtälöt on muodostettu alueittaisessa käsittelyssä saatujen tunnuslukujen perusteella ja ovat seuraavat:

Jokioisten seudut	$z = 0.08\,y + 1.52$
Riihimäen ympäristö	$z = 0.08\,y + 1.47$
Pohjois-Päijänne	$z = 0.10\,y + 0.88$
Kallaveden ympäristö	$z = 0.08\,y + 1.00$
Pielisjärven seudut	$z = 0.10\,y + 0.78$
Kainuu	$z = 0.08\,y + 0.92$
Perä-Pohjola	$z = 0.08\,y + 0.82$

Yhtälöryhmästä nähdään, että määrätyn kokoisesta rungosta saatu tukkiluku vaihtelee huomattavasti eri alueilla. Havainnollisemman kuvan asiasta saa kuitenkin kuvasta 9, joka esittää tukkipuurungon ja rungosta saadun tukkiluvun välistä riippuvaisuutta graafisesti.



Kuva 9.
Rungosta saadun tukkiluvun riippuvaisuus rungon kuutiosta.

Kuvasta nähdään, että Länsi-Suomessa, Jokioisten ja Riihimäen seuduilla on määrätyn kokoisesta rungosta saatu tukkiluku melkoisesti suurempi kuin muualla. Osittain on tähän eroon syynä se, että Länsi-Suomessa on tukkien keskipituus hiukan pienempi kuin aineiston mukaan muualla Suomessa. Tukkien keskipituudet ovat nimittäin edellä mainitussa järjestyksessä 16.6 ja 17.3 jj. Pituuserotus on siis noin 4 %. Tämä erotus on kuitenkin sangen pieni verrattuna siihen, että noin 10 j³ rungoista saadun tukkiluvun erotus on vastaavasti suunnilleen 30 %. Rungosta saadun tukkiluvun vaihtelun täytyy aiheutua siis muista tekijöistä. Ratkaisevin näistä on puiden keskimääräisen pituuden pienentyminen sitä mukaa mitä pohjoisemmaksi mennään. Mainittu ilmiö aiheutuu osaksi ilmastollisista seikoista, osaksi siitä, että metsämaat ovat keskimäärin karumpia pohjoisessa kuin etelässä. Verrattaessa Keski- ja Pohjois-Suomen alueiden rungosta saatuja tukkilukuja toisiinsa todetaan, että rungosta saatu tukkiluku tällöinkin yleensä pienenee pohjoiseen päin mentäessä. Päijänteen, Kallaveden ja Pielisen seuduilla on tukkiluku suurin piirtein sama, mutta Kainuussa jo pienempi ja Perä-Pohjolassa edelleen selvästi pienempi kuin Kainuussa. Osittain vaikuttaa tukkiluvun pienentymiseen pohjoiseen mentäessä myös se, että puiden runkomuoto erilaisen oksaisuuden vaikutuksesta on pohjoisessa jonkin verran toinen kuin etelämmässä. Pohjoisessa ovat puiden latvukset usein paksuoksaisia, ja runko kapenee tällöin nopeasti. Latvan katkaisukohta siirtyy tällaisessa puussa tavallista alemmaksi ja usein sattuu, että koko latvatukki jätetään paksuoksaisuuden vuoksi tekemättä.

3. *Tukkipuurungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun väliset suhteet.*

Seuraavassa tarkastetaan, miten tukkipuurungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun väliset suhteet vaihtelevat eri puolilla maata. Tarkastelua varten esitetään mainittua riippuvaisuutta esittävät eri alueiden yhtälöt.

Jokioisten seudut	$x = 0.31\,y - 1.02\,z + 3.44$
Riihimäen ympäristö	$x = 0.35\,y - 1.52\,z + 4.37$
Pohjois-Päijänne	$x = 0.49\,y - 2.03\,z + 4.09$
Kallaveden ympäristö	$x = 0.50\,y - 1.93\,z + 3.92$
Pielisjärven seudut	$x = 0.57\,y - 2.49\,z + 4.43$
Kainuu	$x = 0.60\,y - 2.93\,z + 4.93$
Perä-Pohjola	$x = 0.58\,y - 3.24\,z + 5.56$

Tarkastettaessa yhtälöryhmää, nähdään, että rungon kuution (y) sisältämän termin vakiotekijä, joka määrää rungon suuruuden vaikutuksen tukin suuruuteen (x), vaihtelee suunnilleen samalla tavoin kuin mitä sivulla 55 on esitetty vastaavan tekijän vaihtelusta siinä tapauksessa, ettei rungosta saatavaa tukkilukua (z) oteta huomioon. Rungon suuruudesta riippumaton, tukin suuruuteen vaikuttava vakiotermi osoittaa taipumusta suurentua sitä mukaa, mitä iäkkäämmistä metsistä on kysymys, samoin mitä pohjoisempaan mennään. Ilmiö on seuraus siitä, että kasvavista metsistä tukkeja tehtäessä saadaan sangen pienistäkin rungoista jo minimimittaisia tukkeja ja rungon kuution suurentuessa lisääntyy tukkiluku rungosta melkoisen säännöllisesti, joten rungon kuutio ja tukin kuutio ovat lähempänä suoraan verrannollisuutta kuin iäkkäämmissä metsissä. Iäkkäissä metsissä ovat näet kuutioltaan pienet rungot tavallisimmin lyhyitä verrattuina läpimittaan. Pienistäkin rungoista saadut tukit ovat täten suhteellisen kookkaita. Rungosta saadun tukkiluvun vaikutus tukin kuutioon vahvistuu myös keskimäärin pohjoiseen mentäessä. Syynä tähän on se, että rungosta saatu tukkiluku pienenee säännöllisesti mitä pohjoisemmaksi mennään, yleisestä puiden pituuden pienenemisestä johtuen. Määrätyn kokoisen rungon tukkiluvun määrätyn suuruinen vaihtelu aiheuttaa luonnollisesti sitä voimakkaampia vaihteluita tukin kuutioon, mitä pienempi tukkiluku rungosta keskimäärin on.

C. Tutkimustulosten tarkastelu kirjallisuudessa esiintyvien tukkipuurungon ja tukin kuution sekä rungosta saadun tukkiluvun välisiä suhteita esittävien tietojen perusteella.

Kysymystä tukkipuurungon ja tukin kuution välisestä suhteesta ei kirjallisuudessa ole varsinaisesti käsitelty, mutta mainittuja suhteita esittäviä keskiarvoisia lukusarjoja esiintyy kuitenkin SAAREN tutkimuksessa Suomen sahateollisuuden raaka-ainekustannuksista (SAARI 1932). Teoksessa on esitetty rungon kuution, tukin kuution ja rungosta saadun tukkiluvun suuruutta esittäviä lukusarjoja eri puolilta maata. Luvut perustuvat vv. 1923—26 olevaan aineistoon. Saaren esittämät luvut eivät näin ollen ole täysin verrattavissa tämän tutkimuksen tulosten mukaan laskettuihin lukuihin, jotka perustuvat olosuhteisiin lähes kymmentä vuotta myöhäisemmältä ajalta. Seuraavassa esitetään tästä huolimatta Saaren tutkimuksesta vertaukseen kelvolliset luvut rinnan tämän tutkimusten mukaisten lukujen kanssa. Vertailu tehdään siten, että yhdistelmissä esitetään SAAREN teoksesta tukkien kuutiot ja lasketaan, mitä tukkien vastaava kuutio olisi tämän tutkimuksen mukaan, edellyttäen rungon kuution ja rungosta saadun tukkiluvun olevan saman kuin SAAREN tutkimuksessa. Vertailulukuja esitetään eri alueilta, mutta on huomattava, etteivät molempien tutkimusten alueet vastaa läheskään toisiaan. Tämän tutkimuksen aineisto on nimittäin paljon suppeammilta alueilta kuin SAAREN tutkimuksen aineisto.

Ensimmäinen vertailu tehdään SAAREN tutkimuksen taulukon 1, »Pystymetsänä ostettujen sahapuiden keskikoko hinta-alueittain vv. 1923—26» esittämiin lukuihin.

	Lounainen rannikko	Päijänteen alue	Saimaan alue	Pielisen alue	Oulunjoen alue	Kemijoen alue
Saaren tutkimus	4.95	5.96	5.75	6.09	8.13	8.11
Tämä tutkimus	4.81	5.65	5.55	5.98	7.72	7.62
Erotus	— 0.14	— 0.31	— 0.20	— 0.11	— 0.58	— 0.49

Tämän tutkimuksen mukaan lasketut tukin kuutiot ovat siis kaikki pienempiä kuin SAAREN tutkimuksessa esitetyt tutkimukset. Syytä ilmiöön tarkastetaan myöhemmin.

Toinen vertailu tehdään Saaren tutkimuksen taulukon 2, »Sahojen omista metsistä laskettujen sahapuiden keskikoko hinta-alueittain vv. 1923—26», esittämiin lukuihin.

	Lounainen rannikko	Päijänteen alue	Saimaan alue	Pielisen alue	Oulunjoen alue
Saaren tutkimus..	4.72	5.55	5.76	5.25	6.81
Tämä tutkimus ..	4.63	5.19	5.41	5.29	6.41
Erotus	— 0.09	— 0.36	— 0.35	+ 0.04	— 0.40

Erotukset tämän tutkimuksen lukuja SAAREN lukuihin verrattaessa ovat jälleen — suuntaiset, paitsi Pielisen alueella, jossa luvut ovat käytännöllisesti katsoen samat. Esiintyvien erotusten syitä on tarkastettava lähemmin. Paitsi aineiston satunnaiset vaihtelut, aiheuttaa erotukset lähinnä tehtyjen tukkien pituuden ja pienimmän katkaisuläpimitan muuttuminen Saaren tutkimusaineiston kokoamisajasta tämän tutkimuksen aineiston keräämisaikaan. Tehtyjen tukkien keskipituus on nimittäin osottanut taipumusta pienentyä aivan viime vuosiin saakka. Noin 10 vuotta sitten pidettiin 18 jalan keskimittaa ehdottomana sahatukin pituusvaatimuksena, mutta nykyään tyydytään jo hyvin jalkaa lyhyempään keskimittaan. On selvää, että tukkien lyhentyessä niiden kuutio vastaavasti pienenee. Lisäksi vaikuttaa lyhentynyt tukkien keskipituus hiukan rungosta saatuun tukkilukuun sitä suurentaen ja siten myös osaltaan pienentäen tukkien kuutiota. Mainitulla perusteella on hyvin ymmärrettävää, että tämän tutkimuksen mukaiset tukin kuutiot ovat pienemmät kuin SAAREN esittämät vastaavat luvut. Pielisen seutujen huomattava tukkien pituus, noin 18 j, aiheuttaneekin, että tukkien kuutioiden erotukset tällä alueella ovat melkein olemattomat. Huomattaviin erotuksiin Pohjois-Suomen alueella vaikuttaa voimakkaasti myös se, että tukin pienin katkaisuläpimitta on yleisesti pienentynyt sen jälkeen, miltä ajalta SAAREN tutkimuksen aineisto on.

Loppusanat.

Käsillä oleva tutkimus osottaa, että tukkipuurungon ja tukin kuution sekä rungosta saadun tukkiluvun välillä on siinä määrin vakituiset riippuvaisuussuhteet, että niiden perusteella voidaan metsäteknologisia tutkimuksia varten määrätä tukkipuurunkojen ja niistä valmistettujen sahatukkien väliset keskimääräiset suuruussuhteet. Samoin osottaa tutkimus, että rungon kuution ja siitä valmistettujen tukkien välinen suuruussuhde vaihtelee huomattavasti eri puolilla maata. Tämä vaihtelu riippuu osittain puiden vaihtelevista kasvusuhteista, osittain hakattavien metsien jakautumisesta eri ikäluokkiin. Viimeksi mainitun tekijän vähitellen muuttuessa, yli-ikäisten metsien vähetessä, muuttuvat myös tukkipuurungon ja tukin väliset suuruussuhteet siitä, mitä tämän tutkimuksen tulokset osoittavat. Tulevaisuutta silmällä pitäen voitanee ainoastaan Lounais-Suomen lukuja pitää jatkuvasti suunnilleen oikeaan tulokseen johtavina. Tukkien keskipituuden ja pienimmän katkaisuläpimitan pysyessä nykyisiin arvoihin tultuaan suunnilleen muuttumattomana, tapahtuu tukkipuurungon ja tukin kuution välisen suhteen muuttuminen kuitenkin siksi hitaasti, että tutkimustulosten voidaan lähitulevaisuudessa katsoa kuvaavan mainittua suhdetta.

Tukkipuurungon ja tukin kuution sekä rungosta saadun tukkiluvun huomattava vaihtelu eri puolilla maata aiheuttaa, että tukkien teko- ja ajotyön hankaluus vaihtelee vastaavasti eri osissa maata. Tukkipuiden koon mukainen arvovaihtelu on samasta syystä myös erilainen maan eri osissa.

Kirjallisuusluettelo.

Aaltonen, V. T. 1934. Metsänhoito-opin alkeet. Helsinki.

Aro, P. 1935. Tutkimuksia rinnankorkeus- ja katkaisuläpimitan vaikutuksesta käyttöpuun ja hakkuutähteiden määrään. Metsätieteellisen tutkimuslaitoksen julk. 20 Helsinki

Blakeman, J. 1905. On Tests for Linearity of Regression in Frequency Distributions (Biometrika. Vol. IV. Part III.) Cambridge.

Czuber, E. 1927. Die statistischen Forschungsmethoden. Wien.

Dengler, Alfred 1935. Waldbau auf ökologischer Grundlage. Berlin.

Ilvessalo, Yrjö. 1920. Tutkimuksia metsätyyppien taksatoorisesta merkityksestä nojautuen etupäässä kotimaiseen kasvutaulujen laatimistyöhön. Acta forestalia fennica. 15. Helsinki.

—»— 1920. Kasvu- ja tuottotaulut Suomen eteläpuoliskon mänty-, kuusi- ja koivumetsille. Acta forestalia fennica. 15. Helsinki.

—»— 1929. Suomen päävesistöalueiden metsät. Metsätieteellisen tutkimuslaitoksen julk. 13. Helsinki.

Lindeberg, J. W. 1927. Todennäköisyyslasku ja sen käyttö tilastotieteessä. Helsinki.

Lönnroth, Erik. 1921. Ohjeita ja määräyksiä yliopistollisissa metsänarvioimis- ja harjoitustöissä. (Monistettu.) Osa II.

—»— 1925. Untersuchungen über die innere Struktur und Entwicklung gleichaltriger naturnormaler Kiefernbestände. Acta forestalia fennica. 30. Helsinki.

Pöntynen, V. 1931. Suomen puunjalostusteollisuuden raaka-aineen käyttö vuosina 1911—29. Acta forestalia fennica. 37. Helsinki.

Saari, Eino. 1932. Tutkimuksia Suomen sahateollisuuden raaka-ainekustannuksista. Acta forestalia fennica. 38. Helsinki.

Wicksell, S. D. 1920. Elementen av statistikens teori. Lund.

Wirth, Wilhelm. 1920. Spezielle psychophysische Massmethoden. Berlin. (Handbuch der biologischen Arbeitsmethoden, Abt. VI A. 1.

Vuoristo, I. 1934. Sahatukkien kuorimisvaikeudesta. Suomen Paperi- ja Puutavaralehti. Helsinki.

—»— 1935. Suomen sahateollisuuden kuusitukkien käyttö v. 1934. Suomen Paperi- ja Puutavaralehti. Helsinki.

Yule, G. Udny. 1929. An introduction to the theory of statistics. London.

SUMMARY

Investigations of
the regression between the cubic content of trunks and that of logs.

In forest scientific research work, as well as in practical forestry operations, factors for conversion are often needed by means of which converted old facts can be expressed in a new form that makes them more practical. Some facts become useful only after conversion. The conversion of old facts into a new form assumes actuality e.g. when the results of series of investigations, based on different arguments, are to be presented as dependent on the same argument. In forest-technical research work relating to the sawmill industry, phenomena are often examined on the basis of the following arguments: trunk, log, and sawn timber. In order to be able to present the results of such investigations as dependent on one argument, it is necessary to know the regressions between different arguments. The purpose of this investigations is to explain the regression between the cubic content of the trunk and that of logs bucked from the trunk.

The size of trunks in Finland varies to a great extent. The minimum size of trunk is that which gives a log, 18 feet long with a top diameter of 5″. The cubic content of saw logs is figured in English measurement on the basis of the length and top diameter. In practice the cubic content of a trunk is the sum of the cubic contents of the logs bucked from the trunk. In this investigation the same method is employed. The trunk is bucked into logs down to 5″ top diameter if there is no particular reason for cutting off earlier, e.g. too many knots, decay etc. The average length of logs in Finland is 16—18 feet.

The material for this investigation is collected from different parts of the country, including measuring results of felled groups of marked trees within limited areas of forests. The material includes only the average measuring results from each group of marked trees. The use of average values is correct owing to the fact, that the regression between variables is linear. In the investigation attention has been paid to the regression between the cubic content of the trunk and that of the log as well as to the regression between the cubic content of the trunk and that of the log and the number of pieces of logs obtained from the trunk. The last-mentioned regression has been determined by means of more than one variable.

The investigation has been carried out in the following districts and separately in each district: 1. Jokioinen district, 2. Riihimäki district, 3. Northern Päijänne district, 4. Kallavesi district, 5. Pielisjärvi district, 6. Kainuu district, 7. Perä-Pohjola district.

The following table shows how the cubic content of a trunk and that of the logs bucked from the trunk depend on each other. The regression between the variables

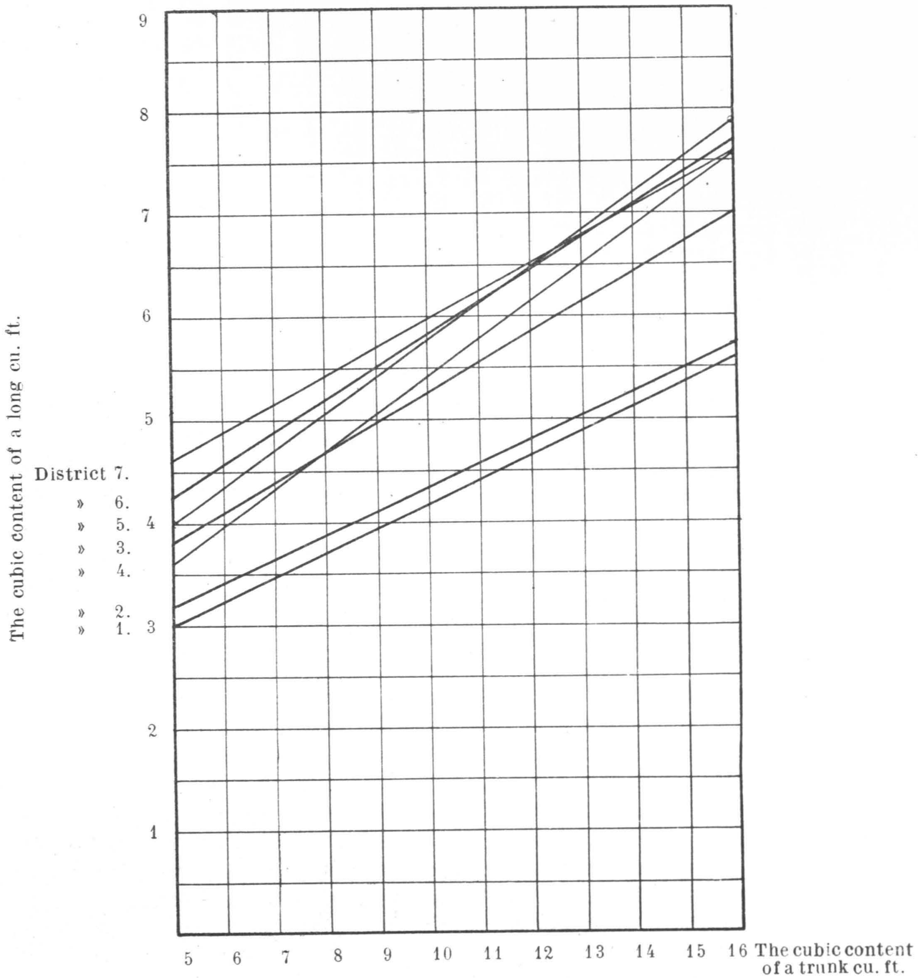
is linear, and this is best indicated by the equation of the central line. The difference between the square of the correlation coefficient and the square of the regression coefficient has been used as a measure to indicate the linearity of the regression. The equations of the central line in different districts are as follows:

District 1. $x = 0.23\, y + 1.88$
» 2. $x = 0.23\, y + 2.10$
» 3. $x = 0.29\, y + 2.35$
» 4. $x = 0.36\, y + 1.80$
» 5. $x = 0.36\, y + 2.20$
» 6. $x = 0.32\, y + 2.68$
» 7. $x = 0.28\, y + 3.20$

This group of equations is graphically illustrated by picture 10.

By examining the group of equations and the picture (10) it is found that the angle coefficient of the line represeting the regression between the cubic content of the trunk and that of the log, as well as the proximity of the lines to the X-axes vary to a great extent in different districts. In the following, the reason for this is examined. The value of the angle coefficient of the lines indicates in what degree the size of the trunk affects the size of the log. The position of the line in regard to X-axes shows again what sized logs may be bucked on an average from a certain trunk size. Taking into consideration the before-mentioned facts, certain conclusions may be drawn on the basis of the direction and the position of the lines. The values of the angle-coefficients are almost equal in the following districts: Jokioinen, Riihimäki, northern Päijänne and Perä-Pohjola, but considerably greater in the other districts. The equality in the angle-coefficients indicates that a certain increase in the size of the trunk corresponds to an equal increase in the size of the log. This is possible only in case there is a certain ratio between the growth of trees lengthwise and radially. This ratio depends on many variable factors particularly on the age of the tree. When a tree is young, the lengthwise growth is considerable, but decreases as the tree grows older, until it stops altogether when normal height has been reached. If the growth conditions of a tree are examined from this point of view, it is found that the lengthwise growth usually continues at the time of felling in Jokioinen and Riihimäki districts owing to lack of overmatured trees in these districts.

According to the strip estimate of the Finnish forests only 4.6 per cent of the trees belong to the age-class over 100 years and since then they have obviously decreased. The amount of overmatured trees is very small also in the Päijänne district. According to the strip estimate, only 5.4 per cent of softwoods belong to the age class over 100 years. Even in this district the felling consists chiefly non-overmatured trees. The angle-coefficient, indicating the regression between the cubic content of the trunk and that of the log, is already slightly smaller than in Jokioinen and Riihimäki districts, owing to the fact that overmatured trees, when their lengthwise growth has ceased, exist in the larger-size trunk classes, thus increasing proportionally the size of the logs obtained from these trunk classes. Generally speaking, the line corresponding to the cubic content of northern Päijänne runs considerably higher than the lines in Jokioinen and Riihimäki districts. The reason for this is that the trees get shorter the more northward they grow and that the number of logs decreases, thus increasing the



Picture 10.

The regression between the cubic content of a trunk and that of logs.

cubic content of logs. A small increase in average log length has the same kind of influence.

By examining the line indicating the cubic content of the logs in Kallavesi district it is found that the anglecoefficient is considerably greater than that of the northern Päijänne district line. The reason for this is, that the amount of overmatured trees is greater here than in Päijänne district, about 6.8 per cent, but on the other hand private forests are relatively young. Consequently, small trunks, which as a rule are cut from private forests, give small logs while big overmatured trees, which have ceased

to grow lengthwise, yield relatively bigger logs. The same applies also to the Pielinen district, where the amount of overmatured forests is considerably smaller than in Kuopio district, viz. about 28.9 per cent. In Kainuu district the angle-coefficient of the line indicating the size of logs begins to decrease. The reason for this is that the forests to be cut are usually old, in which the thickness of even small trunks is relatively great compared with the length. The amount of forests over 100 years of age is about 50.8 per cent. In Perä-Pohjola the angle-coefficient indicating the cubic content of the log decreases a little in comparison with the beforementioned, partly owing to the increase of overmatured forests (forests over 100 years of age about 84.2 per cent), partly to the decrease in the length.

As regards the value of the anglecoefficient, it should be taken into consideration that the crown of the largest overmatured trees often has heavy branches and a short taper, on account of which the top log must be cut off before the minimum diameter has been reached. The cubic content of the log becomes thus larger and increases the average cubic content of logs bucked from the trunk.

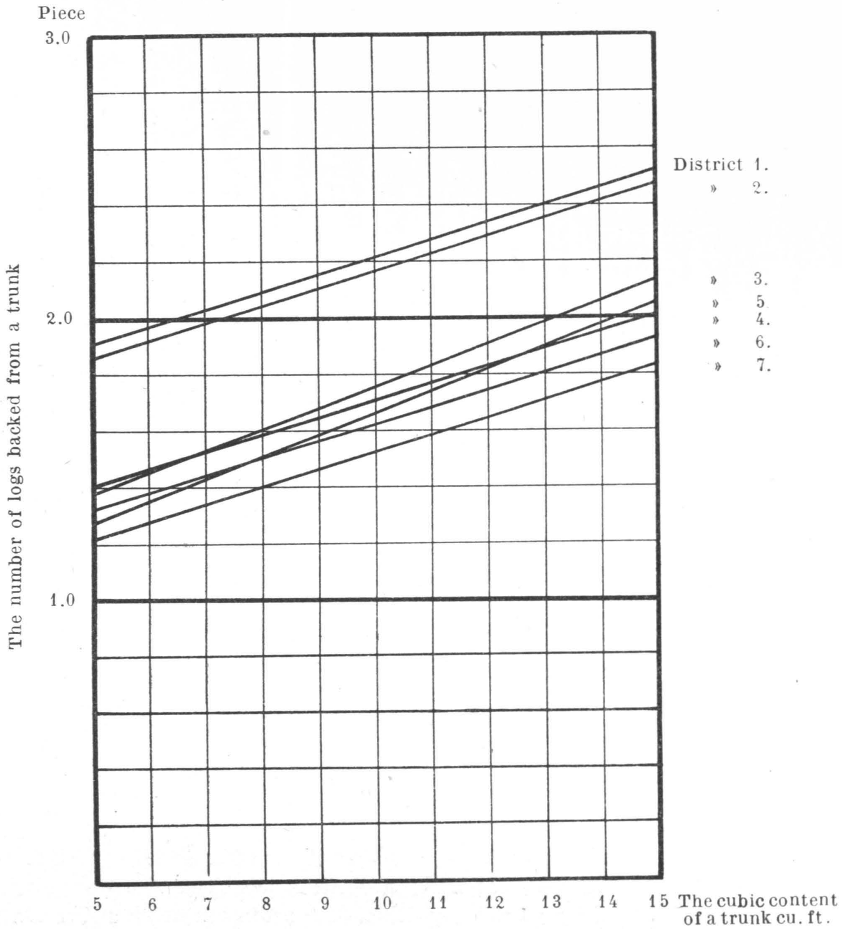
From the point of view of forest technology it is interesting to ascertain how the number of logs bucked from the same trunk varies in the different parts of the country. For this purpose the following group of equations has been prepared to show this regression in the different districts. These equations have been calculated on the basis of facts previously obtained from different districts:

District 1. $z = 0.08\,y + 1.52$
» 2. $z = 0.08\,y + 1.47$
» 3. $z = 0.10\,y + 0.88$
» 4. $z = 0.08\,y + 1.00$
» 5. $z = 0.10\,y + 0.78$
» 6. $z = 0.08\,y + 0.92$
» 7. $z = 0.08\,y + 0.82$

From this equation group will be seen that the number of logs obtained from a certain trunk-size varies to a great extent in different districts. A better idea may be obtained from fig. 9, which graphically depicts the regression between the number of logs and the trunk-size.

This graph shows that in Western Finland in Jokioinen and Riihimäki districts the number of logs derived from a certain trunk-size is considerably greater than in other districts. This is partly due to the fact that, according to this material, the average length of logs in Western Finland is slightly shorter than in other parts of the country. The average length of the logs is, namely, in Jokioinen district 16.6 and in Riihimäki district 17.3 feet. The difference in length is consequently about 4 per cent This difference is, however, very small considering that the difference in the number of logs bucked from logs of 10 cub. ft. content is about 30 per cent.

The variation in the number of logs must depend on other facts. The most important of these is that the average length of trees decreases the more northward one goes. This again is partly due to climatic conditions and partly to poorer soil. The number of logs bucked from a trunk is thus smaller the more northward one goes. In Päijänne, Kallavesi and Pielinen districts the number of logs is about the same, but already in Kainuu it is smaller, and in Perä-Pohjola evidently still smaller than in Kainuu. The



Picture 11.

The regression between the cubic content of a trunk and the number of logs bucked from the trunk.

decrease in the number of logs in the more northern districts is partly due to the fact that the shape of the trunk in Northern Finland, on account of its big branches, slightly differs from that growing in the Southern parts of the country. In the North the crowns frequently have thick branches on account of which there is a distinct taper. For this reason the tree has to be cut lower down, and it frequently happens that owing to its thick branches the top log is left in the forest.

The following table shows how the regression between the cubic content of the trunk, the cubic content of the log and the number of pieces bucked from the trunk varies in different districts:

District 1. $x = 0.31\,y - 1.02\,z + 3.44$
» 2. $x = 0.35\,y - 1.52\,z + 4.37$
» 3. $x = 0.49\,y - 2.03\,z + 4.09$
» 4. $x = 0.50\,y - 1.93\,z + 3.92$
» 5. $x = 0.57\,y - 2.49\,z + 4.43$
» 6. $x = 0.60\,y - 2.93\,z + 4.93$
» 7. $x = 0.58\,y - 3.24\,z + 5.56$

By examining the group of equations it will be noticed that the constant of the term corresponding to the cubic content of the trunk (y), which constant determines the effect of the size of the trunk on the size of the log (X), varies to about the same extent as we have shown above that the corresponding factor varies if no attention is paid to the number of logs bucked from the trunk. That factor, independent of the size of the trunk, which affects the log size shows an inclination to increase as the forests grow older and the more northward they are located. This phenomenon is due to the fact that when cutting young forests minimum-sized logs are obtained also from small trunks and with increasing cubic trunk content there is also a regular increase in the number of logs by which the regression between the cubic content of the trunk and that of the log is closer to linearity than in older forests. In old forests small trunks usually are short in relation to the diameter. The logs obtained from small trunks are thus rather big. The effect that the number of logs obtained from the trunk asserts on the log increases when going up north. The reason for this is, that the number of logs bucked from a trunk decreases at a fixed rate the more northward one goes owing to the decrease in the length of trees. A certain variation in the number of logs of a certain size causes the bigger variation in the cubic log content the smaller the number of logs.

This study shows that there is a certain regression between the cubic content of the trunk, the cubic content of the logs bucked from the trunk and the number of logs, in consequence of which it is possible to determine the average regressions between the trunk and log sizes for forest technical purposes. It further shows that the regression between the cubic trunk and log content varies to a great extent in different parts of the country. This variation depends partly on the varying growing conditions of the trees, partly on the fact that different forests belong to different age classes. The last-mentioned factor gradually changes owing to the decrease of overmatured trees and, consequently, the regression between the cubic trunk and log content changes from what is stated in this study. It is probable that in future only the figures relating to southwestern Finland will remain approximately correct. Because the average length and the minimum top diameter remain about the same as they are now the regression between the cubic trunk and log content changes so slowly that the results of this investigation may be accepted as correct as far as the near future is concerned.

The variation in the cubic trunk and log content and the number of logs bucked from the trunk in different parts of the country causes a variation in felling, bucking and carting of trees. The variation in the value of trunks due to the variation in size is, consequently, different in various parts of the country.