# ÜBER DEN EINFLUSS DES SPÄTHOLZ-ANTEILS UND DER ROHWICHTE AUF DIE FESTIGKEITS- UND ELASTISCHEN EIGENSCHAFTEN DES NADELHOLZES

VON

ARVO YLINEN

*HAVUPUUN KESÄPUUMÄÄRÄN VAIKUTUKSESTA PUUN LUJUUS- JA ELASTISIIN OMINAISUUKSIIN*

*SELOSTUS*

HELSINKI 1942

HELSINKI 1942
DRUCKEREI-A.G. DER FINNISCHEN LITERATURGESELLSCHAFT

# Über den Einfluss des Spätholzanteils und der Rohwichte auf die Festigkeits- und elastischen Eigenschaften des Nadelholzes.

## 1. *Die Abhängigkeit der Rohwichte vom Spätholzanteil.*

Wir betrachten einen Holzkörper mit dem Volumen $V$. Der Feuchtigkeitsgehalt des Holzes sei $u_1$, der Spätholzanteil $s$ und der Frühholzanteil $f = 1 - s$. Das Gewicht des Spätholzes ist

$$G_s = r_{su1}\, s\, V\,,$$

wenn $r_{su1}$ die Rohwichte des Spätholzes beim Feuchtigkeitsgehalt $u_1$ bezeichnet. Das Gewicht des Frühholzes bei gleichem Feuchtigkeitsgehalt ist

$$G_f = r_{fu1}\,(1 - s)\, V\,,$$

wobei $r_{fu1}$ die Rohwichte des Frühholzes bedeutet. Das Gewicht des ganzen Holzkörpers ist

$$G = G_s + G_f = [r_{fu1} + (r_{su1} - r_{fu1})\, s]\, V\,.$$

Hieraus ergibt sich für die mittlere Rohwichte $r_{u1} = \frac{G}{V}$ des Holzes beim Feuchtigkeitsgehalt $u_1$:

(1) $$r_{u1} = r_{fu1} + (r_{su1} - r_{fu1})\, s\,.$$

Diese Formel stellt die Abhängigkeit der Rohwichte $r_{u1}$ von dem Spätholzanteil $s$ dar. Wir sehen, dass die Abhängigkeit linear ist. Wenn $s = 0$, so ist $r_{u1} = r_{fu1}$ und wenn $s = 1$, so ist $r_{u1} = r_{su1}$.

## 2. *Die Abhängigkeit der Druckfestigkeit vom Spätholzanteil und von der Rohwichte.*

Wir betrachten einen prismatischen Holzkörper bei einem Feuchtigkeitsgehalt $u_2$. Auf den Körper lassen wir in Faserrichtung eine zentrisch angreifende Druckkraft $P$ wirken. Durch die Kraft werden in dem Körper

solche Zusammendrückungen bewirkt, dass die ihnen entsprechenden inneren Druckspannungen die äussere Kraft $P$ im Gleichgewicht halten. Diese inneren Spannungen sind im Spätholz und im Frühholz verschieden gross und vorläufig unbekannt. Um dieselben bestimmen zu können, müssen wir die elastischen Eigenschaften des Spät- und Frühholzes je gesondert für sich in Betracht ziehen. Der aus Spät- und Frühholz bestehende Holzkörper ist somit als ein statisch unbestimmtes System zu behandeln.

Wir denken uns das Spät- und Frühholz voneinander getrennt und betrachten beide je gesondert für sich. Die Querschnittsfläche des Spätholzanteils ist

$$F_s = s\,F,$$

die des Frühholzanteils

$$F_f = (1 - s)\,F,$$

wenn mit $F$ die durch den Druck beanspruchte Querschnittsfläche des ganzen Holzkörpers bezeichnet wird. Es seien ferner $P_s$ und $P_f$ die auf das Spätholz und das Frühholz fallenden Teilbelastungen. Die Projektionsgleichung auf die Längsrichtung lautet dann

$$P_s + P_f = P. \tag{2}$$

Die im Spätholz bzw. Frühholz entstehenden Druckspannungen sind

$$\sigma_s = \frac{P_s}{F_s} = \frac{P_s}{s\,F}$$

und

$$\sigma_f = \frac{P_f}{F_f} = \frac{P_f}{(1-s)\,F}.$$

Nach dem HOOKEschen Gesetz sind die entsprechenden Zusammendrückungen

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_{Dsu2}} = \frac{P_s}{E_{Dsu2}\,s\,F}$$

und

$$\varepsilon_f = \frac{\sigma_f}{E_{Dfu2}} = \frac{P_f}{E_{Dfu2}\,(1-s)\,F},$$

wenn mit $E_{Dsu2}$ und $E_{Dfu2}$ die Elastizitätsmoduln des Spätholzes und Frühholzes beim Feuchtigkeitsgehalt $u_2$ bezeichnet werden. Es muss aber $\varepsilon_s = \varepsilon_f$ sein, weil der Probekörper zwischen ebenen Druckflächen gleichmässig zusammengedrückt wird. Diese Bedingung ergibt die Elastizitätsgleichung



$$\frac{P_s}{E_{Dsu2}\,s} = \frac{P_f}{E_{Dfu2}\,(1-s)}. \tag{3}$$

Aus den Gleichungen (2) und (3) folgt nun

$$P_s = \frac{E_{Dsu2}\,s\,P}{E_{Dfu2} + (E_{Dsu2} - E_{Dfu2})\,s},$$

$$P_f = \frac{E_{Dfu2}\,(1-s)\,P}{E_{Dfu2} + (E_{Dsu2} - E_{Dfu2})\,s}.$$

Mit diesen Werten erhält man aus den Spannungsgleichungen

$$\sigma_s = \frac{E_{Dsu2}\,\frac{P}{F}}{E_{Dfu2} + (E_{Dsu2} - E_{Dfu2})\,s},$$

$$\sigma_f = \frac{E_{Dfu2}\,\frac{P}{F}}{E_{Dfu2} + (E_{Dsu2} - E_{Dfu2})\,s}.$$

Bei steigender Belastung $P$ wachsen $\sigma_s$ und $\sigma_f$ verhältnisgleich mit $P$ und wenn entweder $\sigma_s$ die Druckfestigkeit $\sigma_{-Bsu2}$ des Spätholzes oder $\sigma_f$ die Druckfestigkeit $\sigma_{-Bfu2}$ des Frühholzes erreicht, so ist die Tragfähigkeit des Probekörpers erschöpft. Wir bezeichnen die entsprechende mittlere Druckfestigkeit $\frac{P}{F}$ des Holzes mit $\sigma_{-Bu2}$ und unterscheiden drei mögliche Fälle jenachdem in welcher Reihenfolge der Bruchvorgang vorsichgeht:

a) Der Bruch tritt zuerst im Spätholz ein. Mit $\sigma_s = \sigma_{-Bsu2}$ und $\frac{P}{F} = \sigma_{-Bu2}$ erhält man aus der ersteren Gleichung

$$\sigma_{-Bu2} = \sigma_{-Bsu2}\left[\frac{E_{Dfu2}}{E_{Dsu2}} + \left(1 - \frac{E_{Dfu2}}{E_{Dsu2}}\right)s\right].$$

b) Der Bruch tritt zuerst im Frühholz ein. Mit $\sigma_f = \sigma_{-Bfu2}$ und $\frac{P}{F} = \sigma_{-Bu2}$ ergibt sich aus der letzteren Gleichung

$$\sigma_{-Bu2} = \sigma_{-Bfu2}\left[1 + \left(\frac{E_{Dsu2}}{E_{Dfu2}} - 1\right)s\right].$$

c) Der Bruch tritt gleichzeitig im Spät- und Frühholz ein. Mit $\sigma_s = \sigma_{-Bsu2}$ und $\sigma_f = \sigma_{-Bfu2}$ ergibt sich aus beiden Gleichungen

$$\frac{\sigma_{-Bsu2}}{E_{Dsu2}} = \frac{\sigma_{-Bfu2}}{E_{Dfu2}} = \varepsilon_{-B}, \tag{4}$$

wo $\varepsilon_{-B}$ eine Konstante ist. Nach dem HOOKEschen Gesetz bedeutet $\varepsilon_{-B}$ die Bruchzusammendrückung. Nach $\frac{P}{F} = \sigma_{-Bu2}$ aufgelöst, ergibt sich aus der ersteren bzw. letzteren Gleichung

$$\sigma_{-Bu2} = \varepsilon_{-B}\,[E_{Dfu2} + (E_{Dsu2} - E_{Dfu2})\,s]$$

oder

$$\sigma_{-Bu2} = \sigma_{-Bfu2} + (\sigma_{-Bsu2} - \sigma_{-Bfu2})\,s\,, \tag{5}$$

wenn (4) berücksichtigt wird.

Welcher von diesen drei Fällen a), b) oder c) tritt nun in Wirklichkeit ein? Um diese Frage beantworten zu können, habe ich in der Versuchsanstalt der Staatlichen Flugzeugwerke folgenden Versuch ausführen lassen: Es wurde mit gewöhnlichem Kiefernholz ein Biegeversuch ausgeführt und die Belastung soweit gesteigert, bis auf der Druckseite ein deutliches Zusammendrücken der Fasern beobachtet werden konnte. Die gebrochenen Fasern wurden behutsam abgehobelt und der Grund der Bruchstelle mikroskopisch untersucht. Man konnte nun feststellen, dass der Bruch im Spätholz wie im Frühholz gleich tief ging, dass also die Bruchzusammendrückung tatsächlich konstant war, wie bei der Formel (4) vorausgesetzt war. Wir können somit sagen, dass die Abhängigkeit der Druckfestigkeit von dem Spätholzanteil durch die Formel (5) ausgedrückt wird. Die Abhängigkeit ist linear. Wenn $s = 0$, so ist $\sigma_{-Bu2} = \sigma_{-Bfu2}$ ferner wenn $s = 1$, so ist $\sigma_{-Bu2} = \sigma_{-Bsu2}$. Auch die unter a) und b) abgeleiteten Formeln sind in $s$ linear und deren Beiwerte weichen von denen der Formel (5) numerisch nicht nennenswert ab.

Eliminiert man aus den Gleichungen (1) und (5) den Spätholzanteil $s$, so ergibt sich

$$\sigma_{-Bu2} = \frac{1}{r_{su1} - r_{fu1}}\,[(\sigma_{-Bfu2}\,r_{su1} - \sigma_{-Bsu2}\,r_{fu1}) + (\sigma_{-Bsu2} - \sigma_{-Bfu2})\,r_{u1}]. \tag{6}$$

Diese Formel stellt die Abhängigkeit der dem Feuchtigkeitsgehalt $u_2$ entsprechenden Druckfestigkeit $\sigma_{-Bu2}$ von der der Feuchtigkeit $u_1$ entsprechenden Rohwichte $r_{u1}$ dar. Wir sehen, dass die Abhängigkeit in $r_{u1}$ linear ist.

Es sei noch hervorgehoben, dass die Formeln (5) und (6) die Gültigkeit des HOOKEschen Gesetzes nicht voraussetzen, sondern auch unter Zugrundelegung eines beliebigen Formänderungsgesetzes abgeleitet werden können. Das HOOKEsche Gesetz wurde hier nur seiner Einfachheit wegen gewählt.



### 3. *Die Abhängigkeit der Zugfestigkeit vom Spätholzanteil und von der Rohwichte.*

Dieser Fall ist analog dem vorigen. Unter der bei 2 c) gemachten Annahme, dass die Bruchdehnungen des Spät- und Frühholzes gleichgross sind, erhält man zunächst

$$\sigma_{Bu2} = \sigma_{Bfu2} + (\sigma_{Bsu2} - \sigma_{Bfu2})\,s. \tag{7}$$

Diese Formel stellt die Abhängigkeit der Zugfestigkeit $\sigma_{Bu2}$ beim Feuchtigkeitsgehalt $u_2$ vom Spätholzanteil $s$ dar. Hier bedeutet $\sigma_{Bfu2}$ die Zugfestigkeit des Frühholzes und $\sigma_{Bsu2}$ die Zugfestigkeit des Spätholzes, beide bei der Feuchtigkeit $u_2$.

Eliminiert man aus den Gleichungen (1) und (7) den Spätholzanteil $s$, so ergibt sich

$$\sigma_{Bu2} = \frac{1}{r_{su1} - r_{fu1}}\,[(\sigma_{Bfu2}\,r_{su1} - \sigma_{Bsu2}\,r_{fu1}) + (\sigma_{Bsu2} - \sigma_{Bfu2})\,r_{u1}]. \tag{8}$$

Diese Formel stellt den Einfluss der bei einem Feuchtigkeitsgehalt $u_1$ gemessenen Rohwichte $r_{u1}$ auf die Zugfestigkeit $\sigma_{Bu2}$ bei der Feuchtigkeit $u_2$ dar.

Auch die Formel (7) kann unabhängig von dem HOOKEschen Gesetz abgeleitet werden.

### 4. *Die Abhängigkeit der Biegefestigkeit vom Spätholzanteil und von der Rohwichte.*

Auch in diesem Falle ist die Bestimmung der auftretenden Spannungen eine einfach statisch unbestimmte Aufgabe. Wir denken uns wieder das Spät- und Frühholz voneinander getrennt und betrachten die beiden, durch diese Trennung gebildeten Träger je einzeln für sich. Das Trägheitsmoment des aus Spätholz bestehenden Trägers ist

$$I_s = s\,I, \tag{9}$$

das Trägheitsmoment des Frühholzträgers

$$I_f = (1 - s)\,I. \tag{9'}$$

Hier bedeutet $I$ das Trägheitsmoment des ganzen Querschnittes, bezogen auf die senkrecht zur Ebene des Biegemomentes stehende Schwerachse. Diese Formeln gelten genau, wenn die Tangentialebenen der Jahrringe parallel der Momentenebene verlaufen. Ist diese Bedingung nicht erfüllt,

so sind (9) und (9') Näherungsformeln, die umso genauer sind, je kleiner die Jahrringbreite im Vergleich zu der Höhe des Probekörpers ist.

Die auf den Spätholz- bzw. Frühholzträger auffallenden Anteile des Gesamtbiegemoments $M$ seien $M_s$ und $M_f$. Dann gilt

$$M_s + M_f = M. \tag{10}$$

Nach der BERNOULLIschen Biegeformel sind die Krümmungen der Träger

$$\frac{1}{\varrho_s} = \frac{M_s}{E_{Bsu\,2}\, I_s} \tag{11}$$

und

$$\frac{1}{\varrho_f} = \frac{M_f}{E_{Bfu\,2}\, I_f}, \tag{11'}$$

wobei $\varrho_s$ und $\varrho_f$ die Krümmungsradien, $E_{Bsu\,2}$ und $E_{Bfu\,2}$ die Elastizitätsmoduln des Spät- bzw. Frühholzes bezeichnen. Es muss aber $\varrho_s = \varrho_f$ sein, weil beide Träger in Wirklichkeit miteinander verbunden sind und sich zusammen biegen müssen. Diese Bedingung führt zu der Elastizitätsgleichung

$$\frac{M_s}{E_{Bsu\,2}\, sI} = \frac{M_f}{E_{Bfu\,2}\,(1-s)I},$$

die in Verbindung mit (10)

$$M_s = \frac{E_{Bsu\,2}\, sM}{E_{Bfu\,2} + (E_{Bsu\,2} - E_{Bfu\,2})\, s}$$

und

$$M_f = \frac{E_{Bfu\,2}\,(1-s)\, M}{E_{Bfu\,2} + (E_{Bsu\,2} - E_{Bfu\,2})\, s}$$

ergibt. Mit diesen Werten erhält man für die entsprechenden Biegespannungen

$$\sigma'_s = \frac{M_s\, e}{I_s} = \frac{E_{Bsu\,2}\, \frac{M\, e}{I}}{E_{Bfu\,2} + (E_{Bsu\,2} - E_{Bfu\,2})\, s}$$

und

$$\sigma'_f = \frac{M_f\, e}{I_f} = \frac{E_{Bfu\,2}\, \frac{M\, e}{I}}{E_{Bfu\,2} + (E_{Bsu\,2} - E_{Bfu\,2})\, s},$$

wobei $e$ den Randfaserabstand bedeutet.

Bei der Vergrösserung des Biegemoments $M$ wachsen $\sigma'_s$ und $\sigma'_f$ verhältnisgleich mit $M$. Wenn entweder $\sigma'_s$ die Biegefestigkeit $\sigma'_{Bsu\,2}$ des Spätholzes oder $\sigma'_f$ die Biegefestigkeit $\sigma'_{Bfu\,2}$ des Frühholzes erreicht, so ist die Tragfähigkeit des Trägers erschöpft. Die entsprechende Biegefestigkeit des Holzes sei $\frac{M\, e}{I} = \sigma'_{Bu\,2}$.



Wie oben unter 2 c), nehmen wir auch im folgenden an, dass der Bruch im Spät- und Frühholz gleichzeitig eintritt. Mit $\sigma'_s = \sigma'_{Bsu2}$ und $\sigma'_f = \sigma'_{Bfu\,2}$ ergibt sich aus beiden Gleichungen

$$\frac{\sigma'_{Bsu\,2}}{E_{Bsu\,2}} = \frac{\sigma'_{Bfu2}}{E_{Bfu\,2}} = \varepsilon'_B, \tag{12}$$

wo $\varepsilon'_B$ eine Konstante ist. Für die Biegefestigkeit $\frac{M\, e}{I} = \sigma'_{Bu\,2}$ folgt aus der ersteren bzw. letzteren Spannungsleichung

$$\sigma'_{Bu\,2} = \varepsilon'_B[E_{Bfu\,2} + (E_{Bsu\,2} - E_{Bfu\,2})\, s]$$

oder

$$\sigma'_{Bu\,2} = \sigma'_{Bfu\,2} + (\sigma'_{Bsu\,2} - \sigma'_{Bfu\,2})\, s, \tag{13}$$

wenn (12) berücksichtigt wird. Diese Formel stellt die Abhängigkeit der Biegefestigkeit $\sigma'_{Bu\,2}$ des Holzes beim Feuchtigkeitsgehalt $u_2$ von dem Spätholzanteil $s$ dar.

Eliminiert man aus den Gleichungen (1) und (13) den Spätholzanteil $s$, so erhält man

$$\sigma'_{Bu\,2} = \frac{1}{r_{su\,1} - r_{fu1}}\, [(\sigma'_{Bfu\,2}\, r_{su\,1} - \sigma'_{Bsu\,2}\, r_{fu\,1}) + (\sigma'_{Bsu\,2} - \sigma'_{Bfu\,2})\, r_{u\,1}]. \tag{14}$$

Aus dieser Formel geht der Einfluss der Rohwichte $r_{u\,1}$ auf die Biegefestigkeit $\sigma'_{Bu\,2}$ hervor.

Die Formel (13) kann auch unabhängig von dem HOOKEschen Gesetz abgeleitet werden unter der Voraussetzung, dass die Formänderungsdiagramme des Spät- und Frühholzes voneinander durch eine gleichmässige Dehnung in Richtung der $\sigma$-Achse erhalten werden können.

## 5. *Die Abhängigkeit der Schubfestigkeit vom Spätholzanteil und von der Rohwichte.*

Wir müssen zwei verschiedene Fälle unterscheiden jenachdem ob der Bruch in tangentialer oder in radialer Richtung vorsichgeht.

a) Scherung in tangentialer Ebene. Die Ermittelung der auftretenden Schubspannungen ist eine statisch bestimmte Aufgabe. Weil die Schub-

festigkeit des Frühholzes geringer als die Schubfestigkeit des Spätholzes ist, tritt der Bruch im Frühholz ein und die Schubfestigkeit $\tau_{Bu2}$ des Holzes ist

$$\tau_{Bu2} = \tau_{Bfu2},$$

wobei $\tau_{Bfu2}$ die Schubfestigkeit des Frühholzes in Feuchtigkeit $u_2$ bedeutet. *Die Schubfestigkeit ist somit unabhängig vom Spätholzanteil und von der Rohwichte.*

b) Scherung in radialer Ebene. Der Probekörper mit dem Spät- und Frühholzanteil bildet ein einfach statisch unbestimmtes System. Um die auftretenden Spannungen bestimmen zu können, denken wir uns das Spätholz und Frühholz voneinander getrennt und betrachten die beiden, durch Trennung gebildeten Probekörper je gesondert für sich. Die Querschnittsfläche des aus Spätholz bestehenden Probekörpers ist

$$F_s = sF$$

und die Querschnittsfläche des aus Frühholz bestehenden Probekörpers

$$F_f = (1-s)\,F,$$

wobei $F$ die durch den Schub beanspruchte Querschnittsfläche des ganzen Probekörpers angibt.

Die auf das Spätholz bzw. Frühholz auffallenden Anteile der Gesamtschubkraft $Q$ seien $Q_s$ und $Q_f$. Dann gilt

$$Q_s + Q_f = Q. \tag{15}$$

Die entsprechenden Schubspannungen sind

$$\tau_s = \frac{Q_s}{F_s} = \frac{Q_s}{sF}$$

und

$$\tau_f = \frac{Q_f}{F_f} = \frac{Q_f}{(1-s)\,F}.$$

Durch diese Spannungen hervorgerufene Winkeländerungen sind dem HOOKEschen Gesetz nach

$$\gamma_s = \frac{\tau_s}{G_{su2}} = \frac{Q_s}{G_{su2}\,sF}$$

und

$$\gamma_f = \frac{\tau_f}{G_{fu2}} = \frac{Q_f}{G_{fu2}\,(1-s)\,F},$$



wobei $G_{su2}$ und $G_{fu2}$ die Schubmoduln des Spät- und Frühholzes bei Feuchtigkeit $u_2$ bedeuten. Es muss aber $\gamma_s = \gamma_f$ sein, weil der Probekörper gleichmässig abgeschert wird. Diese Bedingung führt zu der Elastizitätsgleichung

$$\frac{Q_s}{G_{su2}\,sF} = \frac{Q_f}{G_{fu2}\,(1-s)\,F},$$

die in Verbindung mit (15)

$$Q_s = \frac{G_{su2}\,sQ}{G_{fu2} + (G_{su2} - G_{fu2})\,s}$$

und

$$Q_f = \frac{G_{fu2}\,(1-s)\,Q}{G_{fu2} + (G_{su2} - G_{fu2})\,s}$$

ergibt. Wenn diese Werte in die Spannungsgleichungen eingesetzt werden, so folgt aus letzteren

$$\tau_s = \frac{G_{su2}\,\frac{Q}{F}}{G_{fu2} + (G_{su2} - G_{fu2})\,s}$$

und

$$\tau_f = \frac{G_{fu2}\,\frac{Q}{F}}{G_{fu2} + (G_{su2} - G_{fu2})\,s}.$$

Bei steigender Belastung $Q$ wachsen $\tau_s$ und $\tau_f$ verhältnisgleich mit $Q$. Wenn entweder $\tau_s$ die Schubfestigkeit $\tau_{Bsu2}$ des Spätholzes oder $\tau_f$ die Schubfestigkeit $\tau_{Bfu2}$ des Frühholzes erreicht, so tritt der Bruch ein. Wir bezeichnen die entsprechende mittlere Schubfestigkeit $\frac{Q}{F}$ des Holzes mit $\tau_{Bu2}$.

Wie oben unter 2 c) nehmen wir jetzt an, dass der Bruch gleichzeitig im Spät- und Frühholz eintritt. Mit $\tau_s = \tau_{Bsu2}$ und $\tau_f = \tau_{Bfu2}$ ergibt sich aus beiden Gleichungen

$$\frac{\tau_{Bsu2}}{G_{su2}} = \frac{\tau_{Bfu2}}{G_{fu2}} = \gamma_B, \tag{16}$$

wo $\gamma_B$ eine Konstante ist. Nach der Schubfestigkeit $\frac{Q}{F} = \tau_{Bu2}$ aufgelöst, ergibt die erstere bzw. letztere Spannungsleichung

$$\tau_{Bu2} = \gamma_B\,[G_{fu2} + (G_{su2} - G_{fu2})\,s]$$

oder

$$\tau_{Bu2} = \tau_{Bfu2} + (\tau_{Bsu2} - \tau_{Bfu2})\,s, \tag{17}$$

wenn (16) berücksichtigt wird. Diese Formel stellt die Abhängigkeit der Schubfestigkeit $\tau_{Bu2}$ des Holzes in radialer Richtung vom Spätholzanteil $s$ dar.

Eliminiert man aus den Gleichungen (1) und (17) den Spätholzanteil $s$, so erhält man

(18)
$$\tau_{Bu2} = \frac{1}{r_{su1} - r_{fu1}} [(\tau_{Bfu2} r_{su1} - \tau_{Bsu2} r_{fu1}) + (\tau_{Bsu2} - \tau_{Bfu2}) r_{u1}].$$

Diese Formel stellt den Einfluss der Rohwichte $r_{u1}$ auf die Schubfestigkeit $\tau_{Bu2}$ in radialer Richtung dar.

Die Formel (17) kann auch dann abgeleitet werden, wenn das Material dem HOOKEschen Gesetz nicht gehorcht.

## 6. *Die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls vom Spätholzanteil und von der Rohwichte.*

Zur Berechnung des Elastizitätsmoduls bei Biegebeanspruchung geht man am besten von den Formeln (11) und (11') aus. Die auf den Spätholz- bzw. Frühholzträger auffallenden Anteile des Biegemoments $M$ sind

$$M_s = \frac{E_{Bsu2} I_s}{\varrho_s}$$

und

$$M_f = \frac{E_{Bfu2} I_f}{\varrho_f}.$$

Es muss aber $\varrho_s = \varrho_f$ sein, weil beide Träger in Wirklichkeit miteinander verbunden sind und sich zusammen biegen müssen. Wir setzen $\varrho_s = \varrho_f = \varrho$, wo $\varrho$ den Krümmungsradius des ganzen Trägers unter dem Einfluss des Biegemoments $M$ bedeutet. Mit Rücksicht auf (10) erhält man dann

$$M = \frac{1}{\varrho} (E_{Bsu2} I_s + E_{Bfu2} I_f).$$

Nach der BERNOULLIschen Biegeformel gilt

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{M}{E_{Bu2} I},$$

wobei $E_{Bu2}$ den Biegeelastizitätsmodul des Holzes beim Feuchtigkeitsgehalt $u_2$ bedeutet. Durch Verbindung beider Gleichungen ergibt sich



(19)
$$E_{Bu2} = E_{Bfu2} + (E_{Bsu2} - E_{Bfu2}) s,$$

wenn (9) $I_s = sI$ und (9') $I_f = (1 - s) I$ berücksichtigt werden. Formel (19) stellt den Einfluss des Spätholzanteils auf den Biegeelastizitätsmodul $E_{Bu2}$ beim Feuchtigkeitsgehalt $u_2$ dar.

Man kann zeigen, dass diese Formel auch für den Elastizitätsmodul $E_{Zu2}$ bei Zugbeanspruchung und für den Elastizitätsmodul $E_{Du2}$ bei Druckbeanspruchung gilt. Dann treten in (19) anstelle von $E_{Bsu2}$ und $E_{Bfu2}$ die entsprechenden Elastizitätsmoduln $E_{Zsu2}$, $E_{Zfu2}$ bzw. $E_{Dsu2}$, $E_{Dfu2}$ des Spät- und Frühholzes bei Zug- bzw. Druckbeanspruchung auf.

Es sei ferner noch darauf aufmerksam gemacht, dass bei der Ableitung von (19) nicht von der Annahme, dass der Bruch gleichzeitig in Spät- und Frühholz auftritt, Gebrauch gemacht wird.

Eliminiert man aus den Gleichungen (1) und (19) den Spätholzanteil $s$, so ergibt sich

(20)
$$E_{Bu2} = \frac{1}{r_{su1} - r_{fu1}} [(E_{Bfu2} r_{su1} - E_{Bsu2} r_{fu1}) + (E_{Bsu2} - E_{Bfu2}) r_{u1}].$$

Aus dieser Formel geht der Einfluss der Rohwichte $r_{u1}$ auf den Elastizitätsmodul $E_{Bu2}$ hervor.

## 7. *Festigkeit und Elastizität des Spät- und Frühholzes bei der finnischen Kiefer.*

Wir haben festgestellt, dass in sämtlichen von uns abgeleiteten Formeln als Beiwerte die die elastischen und Festigkeitseigenschaften des Spät- und Frühholzes charakterisierenden Grössen $\sigma_{-Bsu2}$, $\sigma_{-Bfu2}$ usw. auftreten. Hierzu kommen dann noch die Rohwichten $r_{su1}$ und $r_{fu1}$ des Spät- und Frühholzes. Um die Stichhaltigkeit der Formeln prüfen zu können, müssen wir die numerischen Werte dieser Grössen kennen. Zu diesem Zwecke habe ich einige Versuche ausführen lassen, die im folgenden etwas näher besprochen werden sollen.[1]

Die Versuche wurden mit finnischem Kiefernholz ausgeführt. Das bei den Versuchen benutzte Holzmaterial war dem Lager der Flugzeugwerke entnommen. Seine Herkunft ist nicht genauer bekannt, doch dürfte es

[1] Die Versuche wurden in der Versuchsanstalt der Staatlichen Flugzeugwerke von dem Leiter der Versuchsanstalt, Mag. phil. K. TUKKIMÄKI ausgeführt, dem ich hiermit meinen Dank aussprechen will.

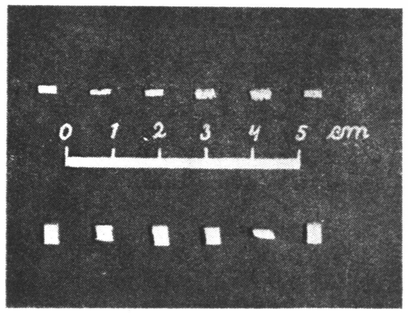


*Abb. 1. Druckproben aus dem Spät- und Frühholz des finnischen Kiefernholzes.*

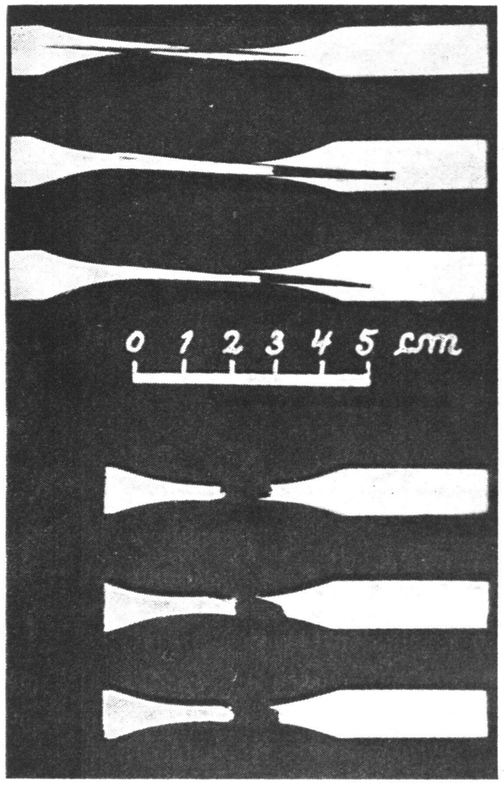


*Abb. 2. Zugproben aus dem Spät- und Frühholz des finnischen Kiefernholzes.*



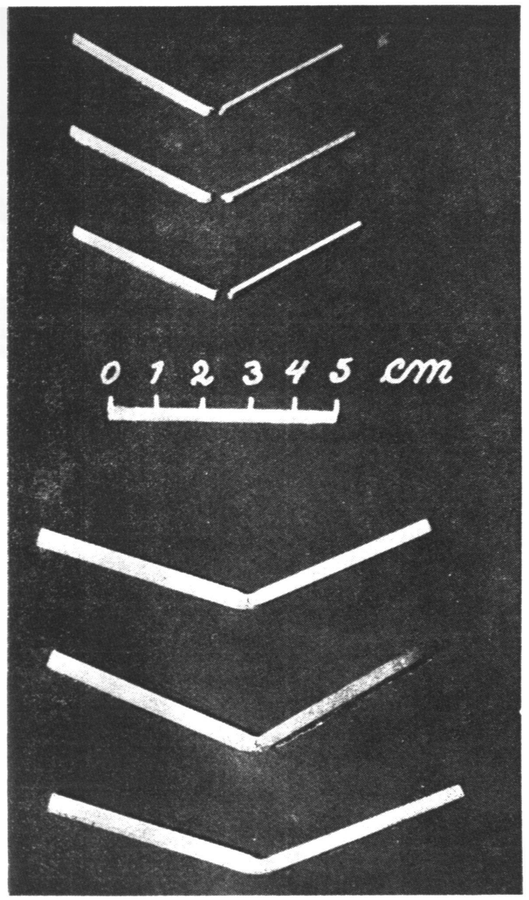


*Abb. 3. Biegeproben aus dem Spät- und Frühholz des finnischen Kiefernholzes.*

nach Ansicht des Verfassers vermutlich, wie alles in den Flugzeugwerken benutzte Holzmaterial, vom MT herstammen. Die Wahl des Holzes musste mit Rücksicht darauf geschehen, dass die Jahrringbreite möglichst gross war.

Vom Spät- und Frühholzteil wurden kleine Druck-, Zug- und Biegeproben hergestellt, mit denen die entsprechenden Festigkeitswerte sowie der Elastizitätsmodul des Holzes bestimmt wurden. Form und Grösse der Probekörper geht aus den Abbildungen 1, 2 und 3 hervor. Bei der Anfertigung der Proben wurde aufs sorgfältigste darauf geachtet, dass z.B. die Spätholzproben kein Frühholz enthielten. Während der Bearbeitung

mussten die Proben in dieser Hinsicht mikroskopisch untersucht werden. Die Rohwichte des Spät- und Frühholzes ist bei $u_1 = 0$, die Festigkeitswerte und der Elastizitätsmodul bei $u_2 = 8 \div 10\,\%$ bestimmt. Die Versuchswerte sind in Zahlentafel 1 zusammengestellt. Da keine besonders zweckdienlichen Versuchsvorrichtungen für so kleine Proben zur Verfügung standen, sind die Zahlen als rohe Mittelwerte zu betrachten. Versuche zur Bestimmung der Schubfestigkeit wurden nicht ausgeführt.

Zahlentafel 1. *Eigenschaften des Spät- und Frühholzes bei der finnischen Kiefer.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Rohwichte des Spätholzes | $r_{su1}$ | = 1,12 | gr/cm³, | $u_1 = 0$ |
| Rohwichte des Frühholzes | $r_{fu1}$ | = 0,28 | » | $u_1 = 0$ |
| Druckfestigkeit des Spätholzes | $\sigma_{-Bsu2}$ | = 1660 | kg/cm², | $u_2 = 8 \div 10\,\%$ |
| Druckfestigkeit des Frühholzes | $\sigma_{-Bfu2}$ | = 325 | » | » |
| Zugfestigkeit des Spätholzes | $\sigma_{Bsu2}$ | = 3940 | » | » |
| Zugfestigkeit des Frühholzes | $\sigma_{Bfu2}$ | = 650 | » | » |
| Biegefestigkeit des Spätholzes | $\sigma'_{Bsu2}$ | = 2920 | » | » |
| Biegefestigkeit des Frühholzes | $\sigma'_{Bfu2}$ | = 490 | » | » |
| Elastizitätsmodul des Spätholzes | $E_{Bsu2}$ | = 385000 | » | » |
| Elastizitätsmodul des Frühholzes | $E_{Bfu2}$ | = 68000 | » | » |

## 8. *Versuche über den Einfluss des Spätholzanteils und der Rohwichte auf die Festigkeitseigenschaften und den Elastizitätsmodul des finnischen Kiefernholzes.*

Zur Überprüfung der abgeleiteten Formeln hat der Verfasser Versuche zur Bestimmung der Festigkeitseigenschaften und des Elastizitätsmoduls des finnischen Kiefernholzes ausführen lassen. Das bei den Versuchen benutzte fehlerfreie Holzmaterial war dem Lager der Flugzeugwerke entnommen. Die Herkunft des Holzes war nicht genauer bekannt, aller Wahrscheinlichkeit nach stammte es jedoch aus MT.

Bevor wir zur Besprechung der Versuchsergebnisse übergehen, sei auf eine Eigenschaft bei jenen Formeln hingewiesen, in denen die Rohwichte $r_{u1}$ als unabhängige Veränderliche auftritt. Als Beispiel nehmen wir die Formel (6) der Druckfestigkeit

$$\sigma_{-Bu2} = \frac{1}{r_{su1} - r_{fu1}} \left[ (\sigma_{-Bfu2}\, r_{su1} - \sigma_{-Bsu2}\, r_{fu1}) + (\sigma_{-Bsu2} - \sigma_{-Bfu2})\, r_{u1} \right].$$

Wird in die Formel $r_{u1} = r_{fu1}$ eingesetzt, so ergibt sich daraus $\sigma_{-Bu2} = \sigma_{-Bfu2}$, d.h. der Rohwichte des Frühholzes entspricht die Druckfestigkeit des



Frühholzes, wie dies ja tatsächlich auch sein soll. Wird $r_{u1} = r_{su1}$ eingesetzt, so erhält man $\sigma_{-Bu2} = \sigma_{-Bsu2}$. Diese Beobachtung führt nun zu folgender Konstruktion der geraden Linie, die die Gleichung (6) darstellt (Abb. 4): Auf der $r_{u1}$- Achse sucht man die Punkte $r_{fu1}$ und $r_{su1}$ auf und zieht von diesen Punkten aus die Vertikalen $\sigma_{-Bfu2}$ und $\sigma_{-Bsu2}$. Durch die Endpunkte dieser Vertikalen geht die gesuchte gerade Linie $L$.

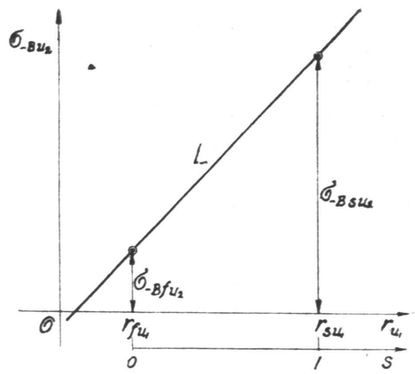

*Abb. 4.*

Zwischen den Punkten $r_{fu1}$ und $r_{su1}$ auf der Abszissenachse kann man nun eine zweite Skala behufs Ablesung des Spätholzanteils $s$ einzeichnen. Nach der Formel (1) entspricht nämlich dem Wert $r_{fu1}$ $s = 0$ und dem Wert $r_{su1}$ $s = 1$. Aus dieser Darstellung geht deutlich hervor, *dass es gleichwertig ist, welche von beiden Variabeln, den Spätholzanteil s oder die Rohwichte $r_{u1}$ man als Charakteristikum der Festigkeitseigenschaften und des Elastizitätsmoduls des Holzes wählt.* Nach unserer Theorie sind beide einander ebenbürtig. Nur ist indes zu beachten, dass der Spätholzanteil $s$ als primäres Charakteristikum zu betrachten ist. Infolgedessen erscheinen auch die Formeln, in denen $s$ als unabhängige Variable auftritt, in möglichst einfacher Form. Dagegen sind die Formeln mit der Rohwichte $r_{u1}$ als unabhängige Variabele, kompliziert.

Eine ähnliche Feststellung kann man bezüglich der Formeln (8), (14), (18) und (20) machen.

In Abbildung 5 ist die Rohwichte $r_{u1} = r_0$ im Darrzustand als Funktion vom Spätholzanteil $s$ dargestellt. Die durch die Versuchspunkte gehende gerade Linie gibt graphisch die Funktion (1)

$$r_{u1} = r_{fu1} + (r_{su1} - r_{fu1})\, s$$

in der Form

$$r_{u1} = 0{,}28 + 0{,}84\, s$$

wieder, wo die Werte $r_{fu1} = 0{,}28$ gr/cm³ und $r_{su1} = 1{,}12$ gr/cm³ nach Tabelle 1 berücksichtigt sind. Der Verlauf der geraden Linie entspricht ziemlich genau den Versuchspunkten.

Die Versuche zur Bestimmung der Druckfestigkeit des Kiefernholzes wurden mit einer AMSLER-Prüfmaschine von 5 Tonnen ausgeführt. Die

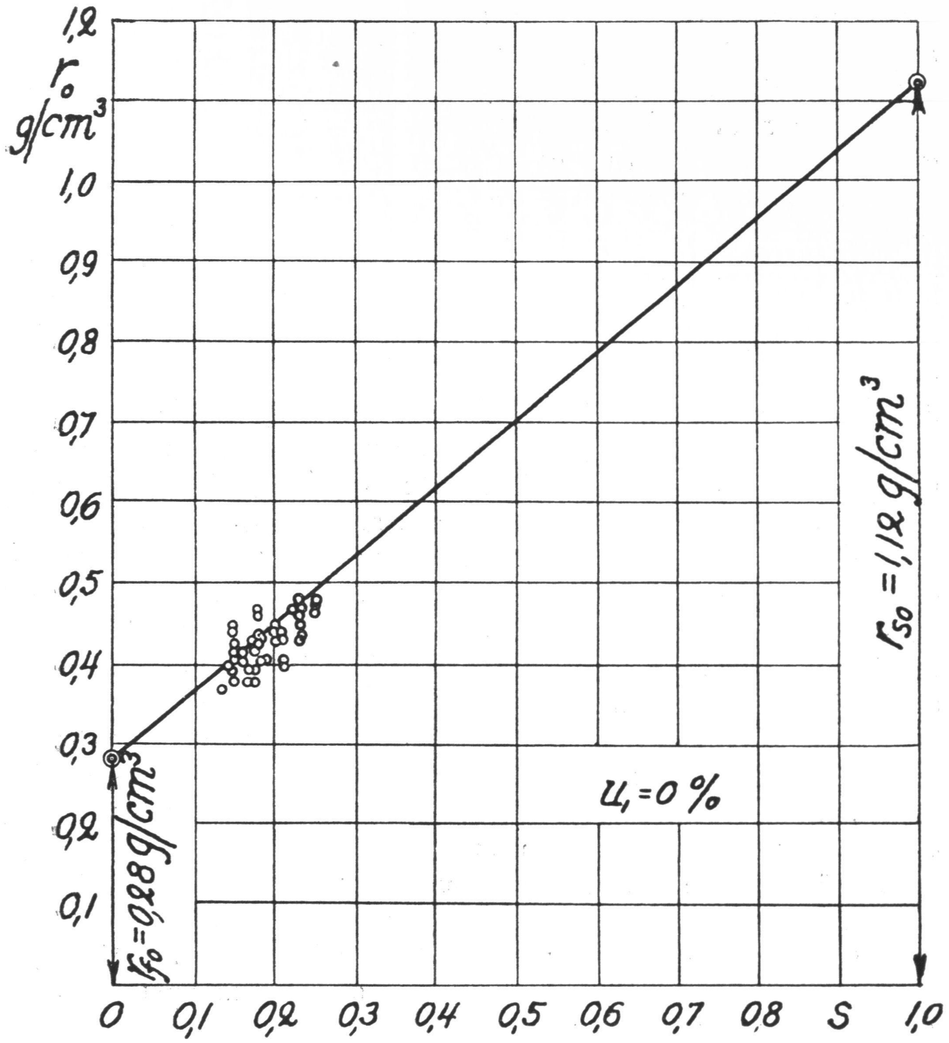


*Abb. 5. Einfluss des Spätholzanteils auf die Rohwichte von finnischem Kiefernholz.*

Druckkörper waren Prismen von 2 × 2 cm² Querschnitt und 3 cm Höhe. Die Druckflächen der Proben waren tadellos eben, verliefen parallel zueinander und senkrecht zur Körperachse. Die Belastungsgeschwindigkeit betrug etwa 250 kg/cm² in der Minute. Die Druckfestigkeit $\sigma_{-Bu2}$ ist in Abbildung 6 als Funktion vom Spätholzanteil $s$ dargestellt. Zum Vergleich ist in der Abbildung die der Formel (5) entsprechende gerade Linie

$$\sigma_{-Bu2} = \sigma_{-Bfu2} + (\sigma_{-Bsu2} - \sigma_{-Bfu2})\, s$$



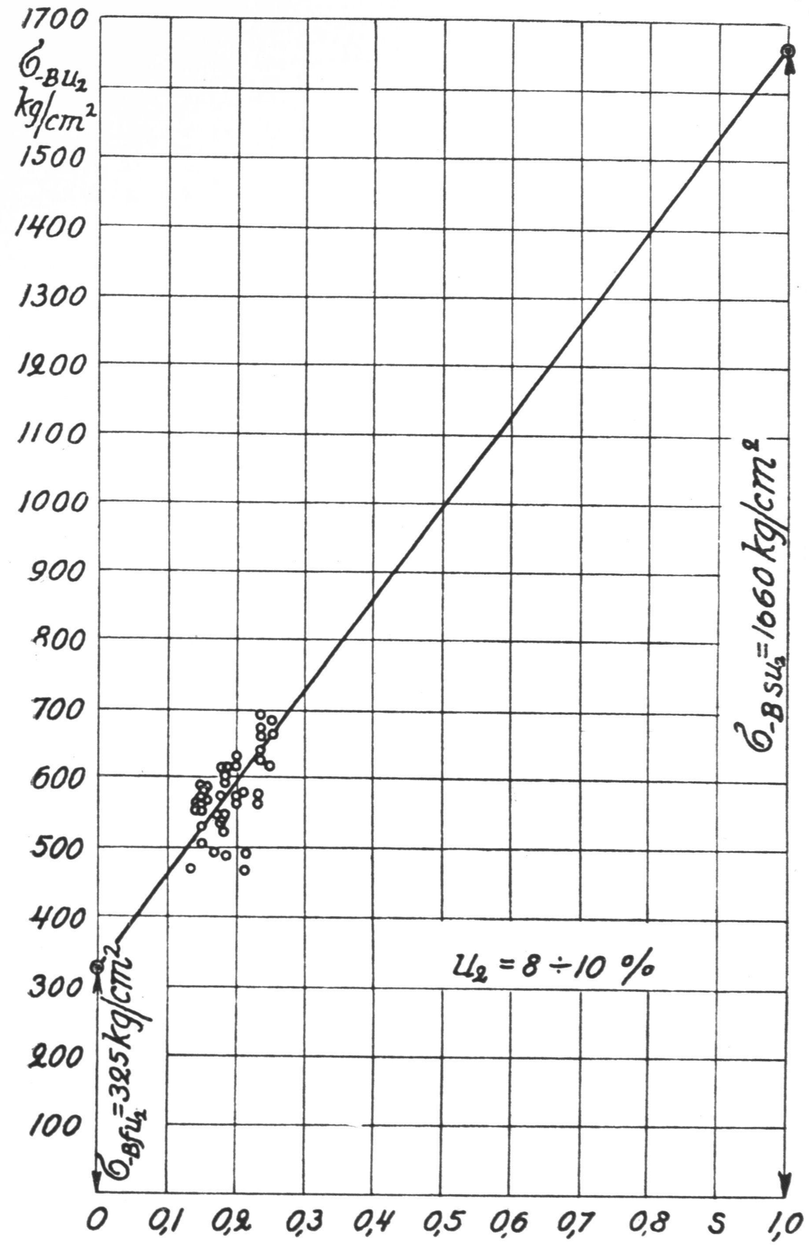


*Abb. 6. Zusammenhang zwischen Spätholzanteil und Druckfestigkeit für finnisches Kiefernholz.*

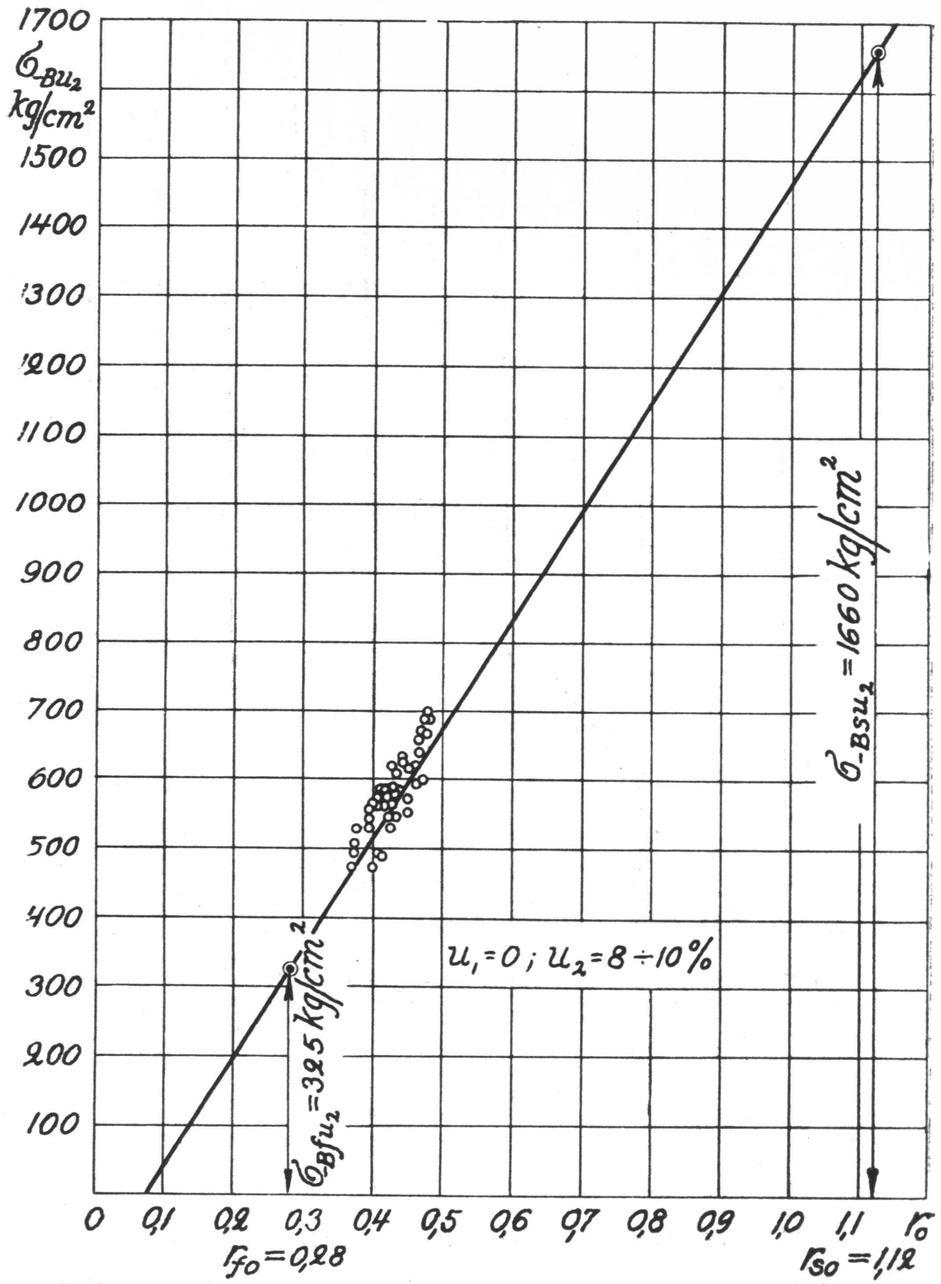


*Abb. 7. Abhängigkeit der Druckfestigkeit von der Rohwichte bei finnischem Kiefernholz.*



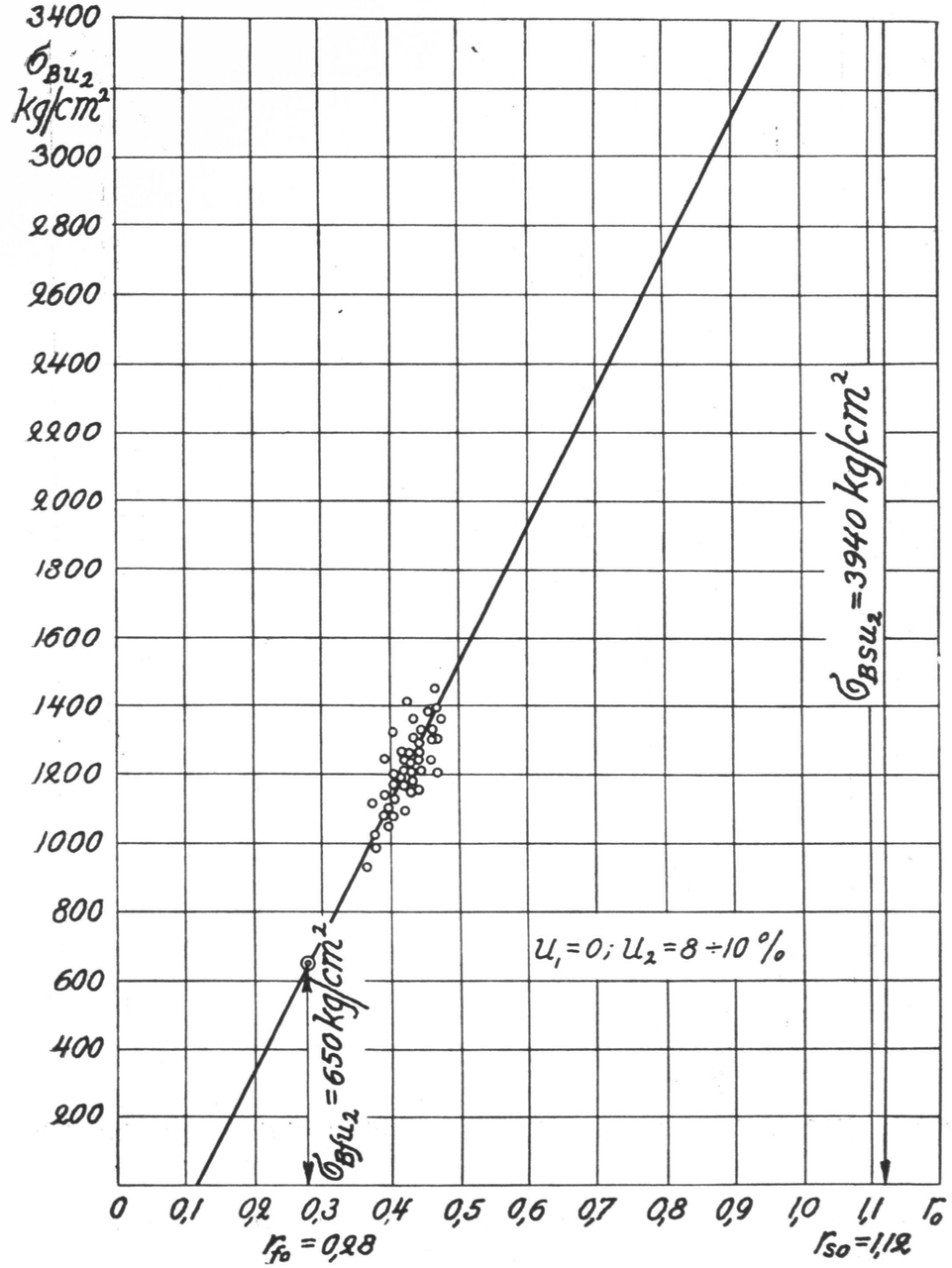


*Abb. 8. Abhängigheit der Zugfestigkeit von der Rohwichte bei finnischem Kiefernholz.*

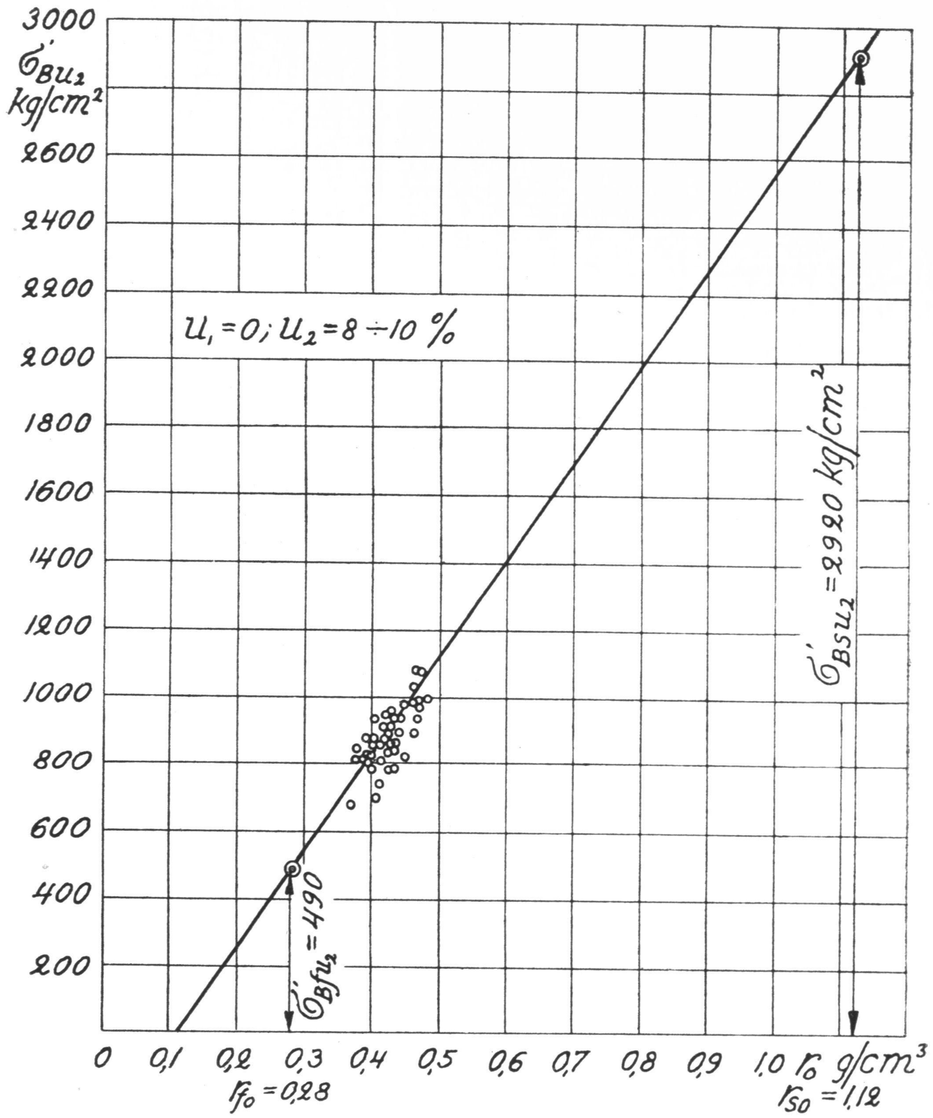


*Abb. 9. Abhängigkeit der Biegefestigkeit von der Rohwichte bei finnischem Kiefernholz.*

eingezeichnet, in der nach Tabelle 1 $\sigma_{-Bfu2} = 325$ kg/cm² und $\sigma_{-Bsu2} =$ 1660 kg/cm² gesetzt sind.

In Abbildung 7 ist die Abhängigkeit der Druckfestigkeit $\sigma_{-Bu2}$ von der Rohwichte $r_{u1} = r_0$ im Darrzustand wiedergegeben. Die durch die Versuchspunkte laufende gerade Linie gibt die Funktion (6)



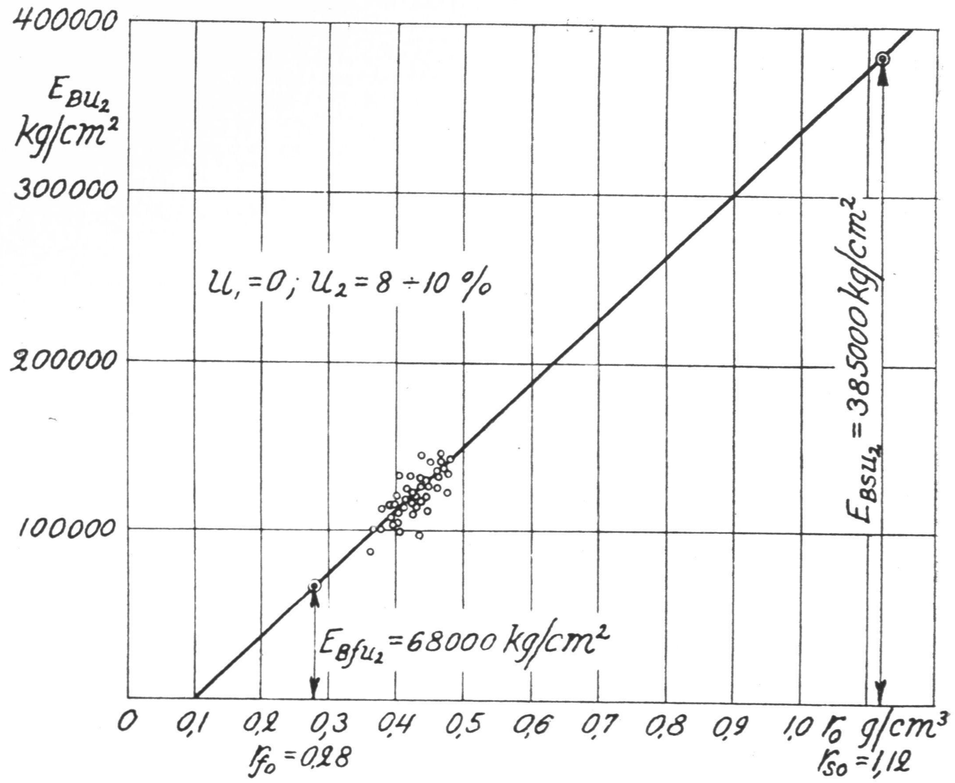


*Abb. 10. Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls von der Rohwichte bei finnischem Kiefernholz.*

$$\sigma_{-Bu2} = \frac{1}{r_{su1} - r_{fu1}} \left[ (\sigma_{-Bfu2}\, r_{su1} - \sigma_{-Bsu2}\, r_{fu1}) + (\sigma_{-Bsu2} - \sigma_{fu2})\, r_{u1} \right]$$

mit den in Tabelle 1 angegebenen Beiwerten $\sigma_{-Bfu2} = 325$ kg/cm², $\sigma_{-Bsu2}$ $= 1660$ kg/cm², $r_{fu1} = 0{,}28$ gr/cm³ und $r_{su1} = 1{,}12$ gr/cm³ graphisch wieder. Die den Abszissenwerten $r_{fu1} = 0.28$ gr/cm³ und $r_{su1} = 1{,}12$ gr/cm³ entsprechenden Ordinaten $\sigma_{-Bfu2} = 325$ kg/cm² und $\sigma_{-Bsu2} = 1660$ kg/cm² sind eingezeichnet desgleichen die Skala für den Spätholzanteil $s$.

In Abbildung 8 ist die Zugfestigkeit $\sigma_{Bu2}$ in Abhängigkeit von der Rohwichte $r_{u1} = r_0$ wiedergegeben. Die Versuche wurden mit einer AMSLER-Prüfmaschine von 5 Tonnen ausgeführt. Die Proben waren gewöhnliche Flachstäbe mit rechteckigem Querschnitt von $2{,}5 \times 0{,}6$ cm² und stark verbreiterten langen Köpfen. Die durch die Versuchspunkte laufende gerade Linie stellt die Funktion (8) mit den in der Tabelle 1 angegebenen Beiwerten graphisch dar.

Die Versuche zur Bestimmung der Biegefestigkeit $\sigma'_{Bu2}$ des Holzes wurden an kleinen Stäben mit quadratischem Querschnitt von $2 \times 2$ cm² und einer Länge von $l = 18\ h$ ausgeführt, wobei $h$ die Höhe des Probekörpers bedeutet. Die Versuchsergebnisse sind in Abbildung 9 als Funktion von der Rohwichte $r_{u1} = r_0$ dargestellt. Die gerade Linie gibt die Funktion (14) mit den in der Tabelle 1 sich befindenden Beiwerten graphisch wieder.

Im Zusammenhang mit den Versuchen zur Bestimmung der Biegefestigkeit wurde auch der Elastizitätsmodul $E_{Bu2}$ des Holzes bestimmt. Das Resultat ist in Abbildung 10 in Abhängigkeit von der Rohwichte $r_{u1} = r_0$ wiedergegeben. Die gerade Linie stellt die Funktion (20) mit den in der Tabelle 1 angegebenen Beiwerten graphisch dar.

Versuche zur Bestimmung der Schubfestigkeit $\tau_{Bu2}$ des Kiefernholzes wurden nicht vorgenommen.

In vorliegender Untersuchung wurde stillschweigend vorausgesetzt, dass die in Tabelle 1 angegebenen, die Eigenschaften des Spät- und Frühholzes charakterisierenden Beiwerte unveränderlich sind. Diese Voraussetzung ist in Wirklichkeit nicht erfüllt, sondern die Beiwerte zeigen von Probe zu Probe ziemlich grosse Variationen auf. Infolgedessen zerstreuen sich die Versuchspunkte in den Schaubildern $5 \div 10$ beträchtlich. Die von diesem Umstand herrührende Streuung der Versuchswerte hätte sich dadurch vermeiden lassen können, dass die jeweils in Frage kommenden Beiwerte des Spät- und Frühholzes an jedem Probekörper separat bestimmt worden wären. Diese überaus mühsame Arbeit wurde hier jedoch nicht ausgeführt, sondern begnügte man sich mit den durchschnittlichen Werten der Beiwerte.

Es sei noch hervorgehoben, dass eine befriedigende Übereinstimmung der Versuchsergebnisse mit den abgeleiteten Formeln nur dann erwartet werden kann, wenn zu den Versuchen fehlerfreies, homogenes Holz verwendet wird. Anatomische Eigenheiten und Ungleichmässigkeiten stören die klaren Gesetzmässigkeiten.

Wenn die in Tabelle 1 angegebenen, die Eigenschaften des Spät- und Frühholzes charakterisierenden Beiwerte nicht als Konstante betrachtet werden können, so sind auch in diesem Falle die abgeleiteten Formeln stichhaltig. Die Beiwerte sind dann als Funktionen entweder vom Spätholzanteil $s$ oder von der Rohwichte $r_{u1}$ zu betrachten. Ist z.B. festgestellt, dass in der Formel (1) zwischen $r_{fu1}$, $r_{su1}$ und $s$ ein funktionaler Zusammenhang

$$r_{fu1} = r_{fu1}(s),$$
$$r_{su1} = r_{su1}(s)$$



besteht, so ist (1) in der Form

$$r_{u1} = r_{fu1}(s) + [r_{su1}(s) - r_{fu1}(s)]\, s$$

zu schreiben. Diese Formel ist in $s$ nicht mehr linear.

Desgleichen lässt sich z.B. (5)

$$\sigma_{-Bu2} = \sigma_{-Bfu2}(s) + [\sigma_{-Bsu2}(s) - \sigma_{-Bfu2}(s)]\, s$$

schreiben, wo $\sigma_{-Bfu2}(s)$ und $\sigma_{-Bsu2}(s)$ den Einfluss von $s$ auf $\sigma_{-Bfu2}$ und $\sigma_{-Bsu2}$ angeben sollen. Eliminiert man nun aus diesen Gleichungen $s$, so ergibt sich anstelle von (6) für $\sigma_{-Bfu2}$ eine Formel, die im allgemeinen nicht in $s$ linear ist. Eine ähnliche Erweiterung kann man auch bezüglich der übrigen von uns abgeleiteten Formeln vornehmen.

Durch diese Überlegung ist verständlich gemacht, weshalb die linearen Gesetze nur in verhältnismässig engem Intervall von $s$ bzw. $r_{u1}$ mit den Versuchswerten übereinstimmen.

## 9. *Einige Anwendungen und Vorschläge.*

Mit Hilfe der mitgeteilten Formeln kann man überschlägige Verhältnisrechnungen durchführen und gewisse Güteurteile fällen.

Als Ergebnis zahlreicher Untersuchungen von Probekörpern ohne wesentliche Fehler fand BAUMANN[1] für die Dehnungszahl $\alpha = \frac{1}{E}$ des Kiefernholzes den in Abbildung 11 wiedergegebenen hyperbelähnlichen Verlauf. Dieser hat Anlass zu dem hyperbolischen Ansatz

$$\alpha = \frac{a}{r - b} \tag{21}$$

gegeben, wobei $a$ und $b$ Versuchsfestwerte sind. Diese gleichseitige Hyperbel hat zwei zueinander senkrechte Asymptoten $\alpha = 0$ und $r = b$.

Der Ansatz (21) wird durch die Formel (20) gerechtfertigt. Aus dieser folgt nämlich

$$\alpha_{u2} = \frac{1}{E_{Bu2}} = \frac{\dfrac{r_{su1} - r_{fu1}}{E_{Bsu2} - E_{Bfu2}}}{r_{u1} + \dfrac{E_{Bfu2}\, r_{su1} - E_{Bsu2}\, r_{fu1}}{E_{Bsu2} - E_{Bfu2}}}. \tag{22}$$

[1] BAUMANN, R.: Die bisherigen Ergebnisse der Holzprüfungen in der Materialprüfungsanstalt an der Technischen Hochschule Stuttgart. Forsch.-Arb. Ing. Wes. 1922 Heft 231.

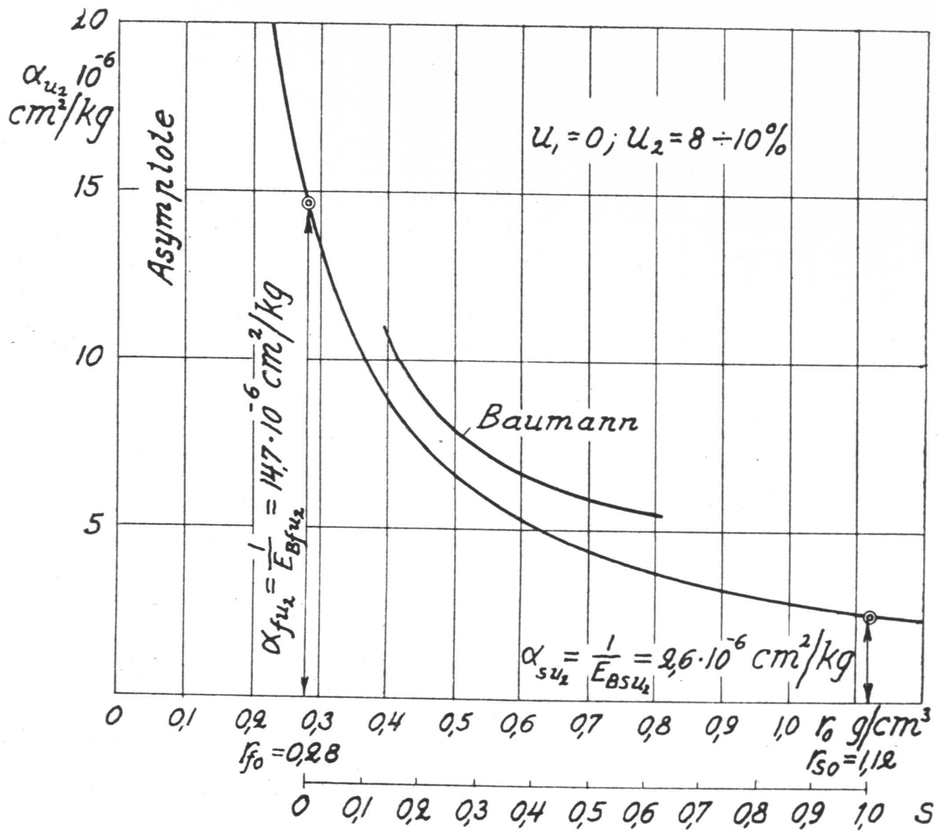


*Abb. 11. Abhängigkeit der Dehnungszahl von der Rohwichte.*

Diese stellt eine gleichseitige Hyperbel mit den Asymptoten $\alpha_{u\,2} = 0$ und

$$r_{u\,1} = -\frac{E_{Bfu\,2}\, r_{su\,1} - E_{Bsu\,2}\, r_{fu\,1}}{E_{Bsu\,2} - E_{Bfu\,2}}$$

dar. Der in der Gleichung (21) auftretende Koeffizient $a$ hat den Wert

$$a = \frac{r_{su\,1} - r_{fu\,1}}{E_{Bsu\,2} - E_{Bfu\,2}}.$$

Die Funktion (22) ist in Abbildung 11 graphisch in der Form

$$\alpha_{u\,2} = \frac{0{,}00000265}{r_{u\,1} - 0.1}$$

wiedergegeben, wo die Werte $r_{fu1} = 0{,}28$ gr/cm³, $r_{su1} = 1{,}12$ gr/cm³, $E_{Bfu2} = 68000$ kg/cm² und $E_{Bsu2} = 385000$ kg/cm² nach Tabelle 1 eingesetzt sind.



Da das vom Verfasser benutzte Holzmaterial vermutlich von besserer Qualität gewesen ist als das von BAUMANN, läuft die der Formel (22) entsprechende Kurve unterhalb der anderen.

Will man die Dehnungszahl als Funktion vom Spätholzanteil $s$ ausdrücken, so steht uns Formel (19) zur Verfügung. Aus dieser folgt nämlich

$$\alpha_{u\,2} = \frac{1}{E_{Bfu\,2} + (E_{Bsu\,2} - E_{Bfu\,2})\, s}.$$

Auch sie stellt eine gleichseitige Hyperbel dar mit den Asymptoten $\alpha_{u2} = 0$ und

$$s = -\frac{E_{Bfu\,2}}{E_{Bsu\,2} - E_{Bfu\,2}}.$$

Für die Beurteilung der Güte des Holzes hat JANKA [1] den Qualitätsquotienten $q = \frac{\sigma_{-Bu2}}{r_{u1}}$ verwendet. Das Holzmaterial, das z.B. zu Flugzeugkonstruktionen benutzt wird, ist umso besser, je fester es im Verhältnis zu seinem Gewicht ist. Aus Formel (6) kann man einen allgemeingültigen Ausdruck für den Qualitätsquotienten ableiten, indem man auf beiden Seiten durch $r_{u1}$ dividiert:

$$q = \frac{\sigma_{-Bsu\,2} - \sigma_{-Bfu\,2}}{r_{su\,1} - r_{fu\,1}} + \frac{\sigma_{-Bfu\,2}\, r_{su\,1} - \sigma_{-Bsu\,2}\, r_{fu\,1}}{r_{su\,1} - r_{fu\,1}}\, \frac{1}{r_{u\,1}}. \tag{23}$$

Diese Funktion stellt eine gleichseitige Hyperbel mit den Asymptoten $r_{u\,1} = 0$ und

$$q = \frac{\sigma_{-Bsu\,2} - \sigma_{-Bfu\,2}}{r_{su\,1} - r_{fu\,1}}$$

dar.

Der Qualitätsquotient $q$ hat bei der Druckbeanspruchung gleiche Bedeutung wie die Reisslänge beim Zug. Man könnte infolgedessen $q$ die Quetschlänge des Materials nennen.

Werden in die Formel (23) die in Tabelle 1 angegebenen Beiwerte $r_{fu\,1} = 0.28$ gr/cm³, $r_{su\,1} = 1{,}12$ gr/cm³, $\sigma_{-Bfu2} = 325$ kg/cm² und $\sigma_{-Bsu2} = 1660$ kg/cm² eingesetzt, so ergibt sich hieraus

[1] JANKA, GABRIEL: Untersuchungen über die Elasticität und Festigkeit der Österreichischen Bauhölzer. II Fichte von Nordtirol, vom Wienerwalde und Erzgebirge. Wien 1904.

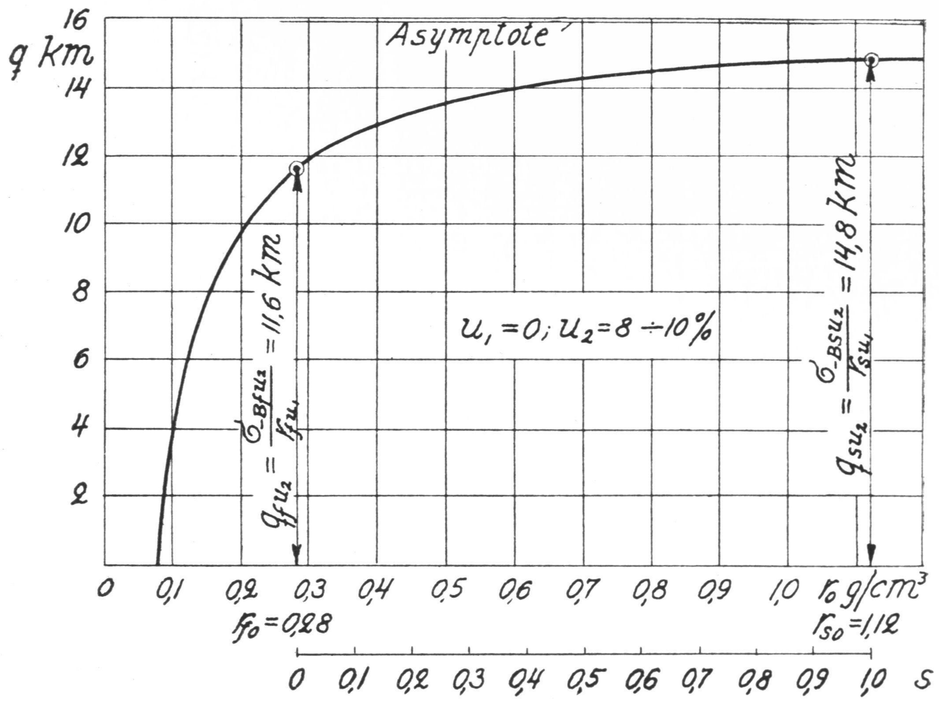


*Abb. 12. Qualitätsquotient und Rohwichte für finnisches Kiefernholz.*

$$q = 15{,}9 - \frac{1{,}24}{r_{u1}} \text{ [km]}.$$

Diese Funktion ist in Abbildung 12 graphisch dargestellt. Der Qualitätsquotient steigt mit wachsender Rohwichte.

Will man den Qualitätsquotienten als Funktion vom Spätholzanteil $s$ ausdrücken, so stehen uns Formeln (1) und (6) zur Verfügung. Aus denselben folgt

$$q = \frac{\sigma_{-Bfu2} + (\sigma_{-Bsu2} - \sigma_{-Bfu2})\, s}{r_{fu1} + (r_{su1} - r_{fu1})\, s}.$$

Diese Funktion stellt eine gleichseitige Hyperbel dar mit den Asymptoten

$$s = -\frac{r_{fu1}}{r_{su1} - r_{fu1}}$$

und

$$q = \frac{\sigma_{-Bsu2} - \sigma_{-Bfu2}}{r_{su1} - r_{fu1}}.$$



Zum Schluss sei noch auf eine Eigentümlichkeit bei den Abbildungen 7, 8, 9 und 10 aufmerksam gemacht. Die eingezeichneten geraden Linien schneiden die $r_{u1}$-Achse fast in ein und demselben Punkt $r_{u1} = 0{,}1$. Sollte dies exakt stimmen, so würde hieraus folgen

$$\sigma_{-Bfu2} : \sigma_{Bfu2} : \sigma'_{Bfu2} : E_{Bfu2} = \sigma_{-Bu2} : \sigma_{Bu2} : \sigma'_{Bu2} : E_{Bu2} = \sigma_{-Bsu2} : \sigma_{Bsu2} : \sigma'_{Bsu2} : E_{Bsu2}.$$

Das Versuchsmaterial ist jedoch zu gering, um diese Folgerung mit Sicherheit zu ziehen.

# Havupuun kesäpuumäärän vaikutuksesta puun lujuus- ja elastisiin ominaisuuksiin.

*Selostus.*

Käsittelemällä havupuuta staattisesti epämääräisenä rakenteena, jonka osina ovat kimmoisuudeltaan erilaiset kevät- ja kesäpuu, voidaan puun lujuus- ja elastisten ominaisuuksien riippuvaisuus kesäpuumäärästä $s$ esittää linearisten kaavojen (5), (7), (13), (17) ja (19) avulla. Eliminoimalla näistä kesäpuumäärä $s$ kaavan (1) avulla, joka esittää puun tilavuuspainon riippuvaisuutta $s$:stä, saadaan lujuus- ja elastiset ominaisuudet lausutuiksi tilavuuspainon $r_{u1}$ linearisina funktioina (6), (8), (14), (18) ja (20). Kaikissa kaavoissa ovat parametreinä kevät- ja kesäpuun lujuusarvot tai kimmokertoimet. Niiden kokeelliset arvot suomalaista mäntypuuta varten on annettu taulukossa 1. Johdettujen kaavojen paikkansapitävyyden toteamiseksi on mäntypuulla suoritettu lujuuskokeita, joiden tulokset on esitetty kuvissa 6 ÷ 10. Lopuksi osoitetaan, miten johdettuja kaavoja voidaan käyttää apuna puun laadun arvostelemisessa.