SUOMEN METSÄTIETEELLINEN SEURA — FINSKA FORSTSAMFUNDET

ACTA FORESTALIA FENNICA

60.

ARBEITEN DER
FORSTWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT
IN FINNLAND

PUBLICATIONS OF THE
SOCIETY OF FORESTRY
IN FINLAND

PUBLICATIONS DE LA
SOCIÉTÉ FORESTIÈRE
DE FINLANDE

HELSINKI 1954

Suomen Metsätieteellisen Seuran julkaisusarjat:

ACTA FORESTALIA FENNICA. Sisältää Suomen metsätaloutta ja sen perusteita käsitteleviä tieteellisiä tutkimuksia. Ilmestyy epäsäännöllisin väliajoin niteinä, joista kukin yleensä käsittää useampia tutkimuksia.

SILVA FENNICA. Sisältää Suomen metsätaloutta käsitteleviä kirjoitelmia ja pienehköjä tutkimuksia. Ilmestyy epäsäännöllisin väliajoin. Kukin kirjoitus muodostaa yleensä oman niteen.

COMMENTATIONES FORESTALES. Sisältää muiden maiden kuin Suomen metsätaloutta ja siihen liittyviä aihepiirejä käsitteleviä tutkimuksia ja muita kirjoituksia. Ilmestyy epäsäännöllisin väliajoin. Kukin nide sisältää yleensä vain yhden tutkimuksen.

Finska Forstsamfundets publikationsserier:

ACTA FORESTALIA FENNICA. Innehåller vetenskapliga undersökningar rörande skogshushållningen i Finland och dess grunder. Banden, vilka icke utkomma periodiskt, omfatta i allmänhet flere avhandlingar.

SILVA FENNICA. Omfattar uppsatser och mindre undersökningar rörande skogshushållningen i Finland. Utkommer icke periodiskt; varje uppsats som skilt band.

COMMENTATIONES FORESTALES. Innehåller undersökningar och andra uppsatser rörande skogshushållningen och i samband med denna stående frågor utom Finland. Utkommer icke periodiskt. I allmänhet ingår i varje band endast en avhandling.

SUOMEN METSÄTIETEELLINEN SEURA — FINSKA FORSTSAMFUNDET

ACTA FORESTALIA FENNICA

60.

ARBEITEN DER
FORSTWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT
IN FINNLAND

PUBLICATIONS OF THE
SOCIETY OF FORESTRY
IN FINLAND

PUBLICATIONS DE LA
SOCIÉTÉ FORESTIÈRE
DE FINLANDE

HELSINKI 1954

Acta Forestalia Fennica 60.

Helsinki 1954 Suomalaisen Kirjallisuuden Seuran Kirjapainon Oy.

ZUR THEORIE DER FORSTLICHEN ZUWACHSBERECHNUNG AUF GRUND DER PERIODISCHEN MESSUNG

KULLERVO KUUSELA

HELSINKI 1953

HELSINKI 1953
SUOMALAISEN KIRJALLISUUDEN SEURAN KIRJAPAINON OY.

Vorwort.

Der vorliegenden Untersuchung war anfangs das Ziel gesetzt, den Baumeszuwachs in Form der jährlichen Holzmäntel und dessen Verhältnis zum Zinseszinszuwachs zu klären. Bei der Zuwachsberechnung sind i. allg. beide einander gleichgestellt worden. Aber bereits Prof. Werner Cajanus hat seine Aufmerksamkeit nachweislich auf diese wenig sinnvolle Gleichstellung gerichtet. Da er selbst nicht genügend Zeit hatte diese Frage zu klären, schlug er sie seinen Schülern als Forschungsthema vor.

Dem Verfasser wurde diese Arbeit von Prof. Valter Keltikangas empfohlen. Die Gestaltung des Themas wurde durch die mit Prof. Eino Saari geführten Gespräche dann später sehr gefördert.

Durch Vertiefung in diese Arbeit erweiterte sie sich und wuchs schliesslich zur Erläuterung der sich auf die periodische Messung gründende Zuwachsberechnungstheorie in ihrer Gesamtheit an. Ferner hat sie zur Stellungnahme bezüglich der Zuwachsgesetze der Holzvorräte geführt.

Abgesehen von dem dankbaren Thema habe ich auch insofern unter glücklichen Bedingungen arbeiten dürfen, als zahlreiche Personen meiner Arbeit Interesse entgegengebracht haben, was ich als verpflichtenden Ansporn empfand. Allen ihnen möchte ich hier meinen besten Dank aussprechen.

Besonders möchte ich folgenden Waldabschätzungswissenschaftlern, die gegenwärtig zu unseren bedeutendsten zählen, danken. Als Untergebener von Prof. Yrjö Ilvessalo, Mitglied der Finnischen Akademie, im Dienst der forstlichen Forschungsanstalt und auch später habe ich auf seine weiten Erfahrungen und sein vielseitiges Wissen zurückgreifen dürfen. Der Rektor der Universität Helsinki, Prof. Erik Lönnroth, hat sich seiner arbeitsreichen Tage ungeachtet bereitwillig mit meiner Arbeit vertraut gemacht und wertvolle Richtlinien gegeben. Von dem Dozenten Vilho Lihtonen habe ich wertvolle Angaben über das Verhältnis zwischen dem Zuwachs des bleibenden und abgehenden Vorrats erhalten, sowie Ratschläge, die sich auf die äussere Form der Arbeit beziehen.

Grösste Dankbarkeit empfinde ich gegenüber Prof. Valter Keltikangas. Er hat unermüdlich und von Punkt zu Punkt die Phasen meiner Arbeit verfolgt und ihre Fertigstellung in einer Weise gefördert wie man sie selten findet. Prof. Eino Saari danke ich für unersetzlich wertvolle und weitblickende Anweisungen, die, wie bereits früher erwähnt wurde, in bedeutender Weise die Formung der Arbeit beeinflusst haben.

Ich möchte an dieser Stelle Prof. Paavo Aro für die Überprüfung der Terminologie meinen aufrichtigsten Dank aussprechen.

Ferner bildeten die Zuwachs- und Strukturuntersuchungen der Wirtschaftswälder, an denen ich im Dienst der forstlichen Forschungsanstalt teilnahm, einen dankbaren Ausgangspunkt für meine Arbeit. Für ganz besonders bedeutungsvoll betrachte ich die Zusammenarbeit mit Cand. Aarne Nyyssönen.

Mag.phil. Alli Salovaara hat einige mathematische Begriffe geprüft, wofür ich ihr hier danke.

Auch möchte ich nicht versäumen, der Forstwissenschaftlichen Gesellschaft in Finnland für die finanzielle Unterstützung meinen Dank auszusprechen, sowie dafür, dass sie meine Untersuchung in ihrer Publikationsserie aufgenommen hat. Mein Dank gilt ferner Emil Aaltonens Stiftung für die finanzielle Hilfe. Die Fertigstellung meiner Arbeit habe ich Dank staatlicher Beihilfe vollziehen können.

Helsinki, Februar 1953.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

1. Einleitung.

11. Der Begriff Zuwachsberechnung.

111. *Wachsende Grösse, Zuwachs und Abgang, sowie deren Masseinheiten.*

Die Dimensionen des einzelnen Baumes, des Bestandes und des Holzvorrates, wie Durchmesser, Kreisfläche, Höhe und Masse kann man am zweckmässigsten *wachsende Grössen* nennen. Die wichtigste Dimension des Baumes, deren Komponenten die Kreisfläche, die Höhe und die Form sind, ist die Masse. Von diesen steht die Kreisfläche der Masse am nächsten. Deren Grösse gibt am exaktesten die Grösse der Masse an.

Wenn wir z.B. die Kreisfläche als wachsende Grösse betrachten, so ist sie beim einzelnen Baum die Querfläche des Stammes in Brusthöhe. Hier ist die Brusthöhe 1.3 m oberhalb der tiefstmöglichen Schnittstelle. Die Kreisfläche des Bestandes und des Holzvorrates ist die Summe der in diesem Bestande und Walde enthaltenen Kreisflächen der Einzelbäume. Entsprechend ist die Masse des Bestandes und Holzvorrates die Summe der einzelnen Baumesmassen.

Die Veränderung der wachsenden Grösse des einzelnen Baumes ist *das Wachstum. Der Zuwachs* während einer bestimmten Periode ist der Unterschied der wachsenden Grössen von einem Periodenende zum anderen.

Jede wachsende Grösse der Holzvorräte kann sich auch dadurch vermindern, dass die Entfernung der einzelnen Bäume, *der Abgang,* die wachsende Grösse verringert. Falls die wachsende Grösse des Holzvorrates zu irgendeiner Periode durch Abgang zurückgeht, muss man, um den Periodenzuwachs zu erhalten, zur Differenz der wachsenden Grössen noch den Abgang addieren.

Der Abgang kann in zwei Arten eingeteilt werden: *Hiebsabgang* und *natürlicher Abgang,* von denen der letztere die natürliche Ausscheidung bedeutet. Im Rahmen dieser Arbeit werden beide unter dem Begriff Abgang zusammengefasst, der allen Verminderungen der Holzvorräte gleichzusetzen ist.

Die wachsende Grösse, der Zuwachs und der Abgang werden jeweils in der Masseinheit gemessen, die die betreffende Dimension voraussetzt. Eine bedauerliche Verwirrung wird dadurch hervorgerufen, dass an Stelle der wirklichen Masseinheiten oft sog. *technische*, nach dem Zopfdurchmesser berechnete, Masseinheiten Verwendung finden, die beim Baum den Teil der Grösse angeben, der bestimmten Anforderungen der wirtschaftlichen Verwendung entspricht.

Die wirkliche Masse des Baumstammes sei z.B. 0.5 m³. Hiervon ist vielleicht 50 % als Sägeholz verwendbar. Dieser wird bei uns im technischen Kubikfuss angegeben. Falls der Zuwachs des Bestandes im technischen Kubikfuss angegeben wird, hat diese Angabe verhältnismässig wenig Bedeutung beim Vergleich mit dem zu irgendeinem anderen Zeitpunkt und unter anderen Absatzverhältnissen gemessenen Zuwachs eines gleichartigen Bestandes, denn die technische Kubikfusszahl, die die als Sägeholz verwertbaren Bestände angibt, ist im wesentlichen von den Qualitätsforderungen, die an das Holz gestellt werden, sowie von der Art und Weise des Sägens abhängig.

Den Baumeszuwachs in technischen Massen anzugeben ist ein ausgesprochen unnatürliches Verfahren. Innerhalb der Zeitspanne, in der ein Baum auf Grund dessen, dass er die Mindeststärke für die Verwertbarkeit als Sägeholz noch nicht erreicht hat, keine wirtschaftliche Verwendung findet, »wächst der Baum gar nicht». Der technische Zuwachs eines Baumes, der diese bestimmte Stärke überschreitet, ist für eine Weile grösser als sein wirklicher Massenzuwachs. Der technische Zuwachs setzt die Vorstellung voraus, dass vom Holzmantel des Stammes ein Teil Sägeholz, ein Teil Schichtholz und ein Teil Ernteverlust ist. Wie man diese Einteilung z.B. bei einem 10-jährigen Holzmantel vornimmt, ist und bleibt ein Rätsel (vergl. S a a r i 1940). Diese Undeutlichkeit macht nicht nur einen Vergleich der Zuwachswerte verschiedener Gebiete unmöglich, sondern erschwert auch das Aufstellen einer eindeutigen Theorie.

Von den oben dargelegten Unklarheiten sind auszunehmen die wachsenden Grössen und die Angaben ihrer Veränderungen, die das Stamm- und Astholz oder die Trennung der rindenlosen von den Mengen mit Rinde betreffen. Bei diesen ist das zu messende Material deutlich abgrenzbar und der Übergang von einem Begriff zum anderen leicht möglich, wenngleich hinsichtlich des Astholzes die Entscheidung offenbleibt, inwieweit es die Mindestmasse als Nutzholz erreicht hat oder als Ernteverlust zu buchen ist.

Wenn in dieser Arbeit von Dimensionen des Baumes oder des Holzvorrates die Rede ist, handelt es sich um absolute Masse. Ferner beschränken wir uns auf Stämme ohne Rinde, da man in unserem Lande in den Zuwachs nur die Veränderung des rindenlosen Stammes einbezieht. Die Masse ist die wirkliche, rindenlose Masse des Schaftholzes vom Stock bis zum Gipfel. Die Masseinheiten entsprechen dem Metersystem.

112. *Der Begriff Periodische Messung.*

Aus später zu erörternden Gründen nimmt man die Zuwachsmessungen, Spezialuntersuchungen ausgenommen, nicht in der Weise vor, dass man den Zuwachs nur eines einzelnen Jahres berücksichtigt, selbst dann nicht, wenn man den jährlichen Zuwachs klären wollte. Die wachsende Grösse misst man in Zwischenräumen von mehr als einem Jahr, z.B. zu Beginn und am Ende einer 5- oder 10-jährigen Periode. Aus dem Unterschied zwischen den so erhaltenen Endwerten der Periode errechnet man den periodischen Zuwachs. Durch *Periodenmessungen* stellt man also die Masse des Holzmantels, der sich während besagter Zeit gebildet hat, beziehungsweise die Fläche der Jahresringe fest. Den jährlichen Zuwachs prüft man an Hand der sich aus dem periodischen Zuwachs ergebenden Durchschnittswerte.

113. *Die Zuwachsberechnung und ihr Verhältnis zur Holzmesskunde, sowie zur Zuwachsprognose.*

Die Zuwachsberechnung ist in *der Holzmesskunde* enthalten. Die Definition von T i s c h e n d o r f (1927) trennt sie klar von *der Zuwachs- und Strukturlehre:* ». . . die Holzmassenermittlung ist, . . ., angewandte Mathematik, die Zuwachslehre angewandte Botanik.» Aufgabe *der Zuwachsberechnung* ist es, unter zu Grundlegung der Messergebnisse die Grösse des Zuwachses zu ermitteln. Ihre Methoden müssen jedoch den Zuwachsgesetzen angepasst werden, die die biologische Grundlage für die Zuwachsberechnung bilden.

Die Holzmesskunde umfasst die Ermittlung der Dimensionen von Baum und Holzvorräten, Alter und Zuwachs. Die Bezeichnung Holzmesskunde ist wohl nicht gerade die geeignetste, denn sie umreisst nicht deutlich genug ihr Gebiet. Einen besseren Begriff zu entwickeln, scheint auch nicht allzu leicht zu sein, denn z.B. die deutsche Literatur enthält keinen allgemein anerkannten Begriff hierfür. Baur (1891) und Müller (1923) verwenden das Wort »Holzmesskunde» und Tischendorf (1927) »Holzmassenermittlung». Um die nahen Beziehungen zwischen diesem Thema einerseits und dem des Waldbaus und der Zuwachslehre andererseit zu betonen, hat Prodan (1951) seine Arbeit »Messung der Waldbestände» oder »Forstliche Bestandesmessung» betitelt.

Das schwedische »skogsuppskattning» (Petrini 1948) ist schon wieder ein umgreifenderer Begriff und hierin ist ausser der Holzmesskunde unter anderem die Bonitierung der Standorte und forstliche Kartierung enthalten. Das englische »forest mensuration» (Bruce-Schumacher 1935) ist auch ein umfassenderer Begriff als die Holzmesskunde. Hierin ist u.a. die technische und wirtschaftliche Messung des Waldes enthalten, die in unserem Lande in Forstbenutzungslehre und Holzhandel gegliedert wird.

In der Literatur, die das Messen von Bäumen und Holzvorräten behandelt, ist der Teil, der die Zuwachsermittlung betrifft, ständig angewachsen und gleichzeitig zu einer selbständigen Spezialwissenschaft geworden (z.B. Hartig 1819, König 1854, Müller 1923, Tischendorf 1927 und Prodan 1951). Dieses ist ein Zeichen dafür, dass der Zuwachs in der Waldwirtschaft an Bedeutung gewonnen hat. Da die Wirtschaft in ihrem Holzverbrauch von dem Wachstum der Holzvorräte abhängig ist, wird der jährliche Zuwachs zum wichtigsten inneren Faktor der Forsteinrichtung und der gesamten Forstwirtschaft (Lihtonen 1943, S. 63 unter Hinweis auf Wagner 1928).

Die Zuwachsermittlung ist schwer zu trennen von der Bestimmung der Baum- und Holzvorratsdimensionen. Wenn man z.B. die Masse zu aufeinanderfolgenden Zeitpunkten misst, ist dieses an sich schon eine Massenzuwachsbestimmung. Die Zuwachsuntersuchung an Hand der Stammanalyse kann als Zuwachsermittlung bezeichnet werden, aber auch dieses ist ein Messen der Masse früherer Zeitpunkte. Ebenso will man mit den zur Errechnung des Zuwachsprozentes vorzunehmenden Messungen zuerst den absoluten Zuwachs bestimmen. Danach wird der Prozentsatz ermittelt. Im Gegensatz dazu scheint die Zuwachsschätzung z.B. auf Grund empirisch ermittelter Zuwachsprozente eine von der Dimensionbestimmung unabhängige Zuwachsuntersuchung zu sein.

Die Zuwachsberechnung ist im Rahmen der Holzmesskunde ein klar umrissener Unterbegriff. In der vorliegenden Arbeit verstehen wir darunter eine numerische Angabe der sich auf Messergebnisse gründenden

Zuwachsmenge. Beschränkt man sich auf periodische Messungen, so liegt eine Errechnung der Zuwachszahlen dann vor, wenn man die wachsende Grösse am jeweiligen Periodenende kennt.

Unter Zuwachsberechnung versteht man also die Untersuchung eines bereits geschehenen Zuwachses. Wenn man an Hand der durch die Periodenmessungen erhaltenen Werte versucht, den jährlichen Zuwachs am Periodenende und besonders den ersten jährlichen Zuwachs in der Zukunft zu ermitteln, dann enthält die Zuwachsberechnung hierbei verhältnismässig viel Voraussagefaktoren.

Falls die Schätzung des jährlichen Zuwachses am Periodenende rein mathematisch geschieht und sich auf die Messungsergebnisse des früheren Wachstums stützt, wird sie in dieser Arbeit ebenfalls als Zuwachsberechnung aufgefasst.

Als einen völlig gesonderten Begriff haben wir *die Zuwachsprognose* zu betrachten. Ihr Zweck besteht darin, den sich in die Zukunft erstreckenden periodischen Zuwachs vorauszusagen. Hierbei ist die Aufgabe mit so vielen der Überlegung unterworfenen und auf Erfahrungen sich gründenden Faktoren verknüpft, dass man von einer eigentlichen Zuwachsberechnung nicht mehr sprechen kann. Man kann sich auch hier der Zuwachsberechnungsmethoden bedienen.

12. Der historiche und wirtschaftsgeographische Hintergrund der Zuwachsberechnungsverfahren.

Die Aufgaben, die der Zuwachsberechnung gestellt werden, die Forschungsmöglichkeiten, die Problemstellung, die Art der Entscheidungen und die Ergebnisse sind im wesentlichen abhängig davon, welche Stellung die Waldwirtschaft in der Volkswirtschaft des betreffenden Landes einnimmt, von ihrer Intensität, von dem Umfang der Waldvorräte und der gesamten volkswirtschaftlichen Lage. Da dieses eine Tatsache ist und da die natürlichen Voraussetzungen für die Waldwirtschaft in den verschiedenen Teilen der Erde schroff wechseln, hat der Verfasser es für nötig befunden, die Besonderheiten einiger ausgedehnterer Gebiete einer Prüfung zu unterziehen. Dieses geschah, um die der Zuwachsberechnung zugrundeliegenden Gedanken verständlich zu machen. So bekommen wir auch Berührungspunkte mit den Verhältnissen unseres Landes und mit den äusseren Faktoren, die die Struktur der vorliegenden Untersuchung beeinflusst haben.

121. *Mittel-Europa.*

Mitteleuropa, besonders Deutschland und dessen Nachbarländer, repräsentieren eine intensive, sowohl wissenschaftlich als auch praktisch hoch entwickelte Waldwirtschaft, die eine Geschichte von einigen Jahrhunderten hinter sich hat. Während dieser Zeit hat man eine grosse Menge an Erfahrungen über den Zuwachs und die Entwicklung der aus verschiedenen Baumarten bestehenden und in verschiedener Weise behandelten Bestände sammeln können (z. B. Vanselow 1941).

Die Zeit, da der Holzbedarf Mitteleuropas aus natürlichen Waldvorräten gedeckt wurde, gehört einer fernen Vergangenheit an. Die eigenen Wälder dieses Weltteiles haben auch schon lange nicht mehr seinen Holzbedarf decken können. Ganz besonderes Interesse hat man dem Ertrag der Wälder und der sorgfältigen Ausnutzung der im Besitz der Waldwirtschaft befindlichen Landgebiete gewidmet. Der Holzverbrauch Mitteleuropas gründet sich zum grossen Teil auf den Ertrag sorgfältig gepflegter Wirtschaftsvorräte. Den Kenntnissen um den Zuwachs und ferner den den Abgang betreffenden buchhalterisch fixierten Angaben kommt unter diesen Verhältnissen eine zentrale Bedeutung zu.

Die Wälder Mitteleuropas sind in der Hauptsache aus annähernd gleichaltrigen Beständen zusammengesetzt. Die intensivste Form, die Kontrollwaldwirtschaft, scheint jedoch die Plenterwälder zu bevorzugen. Den Forstwirtschaftlern stehen die Ergebnisse jahrhundertelanger Erfahrungen und Forschungen zur Verfügung. So gibt es für alle aus den wichtigsten Baumarten gebildeten Beständen Ertragstafeln. Die Verwendung dieser zum Zwecke der Zuwachsermittlung hat auch die direkte Zuwachsmessung und -berechnung verdrängt.

Zur Schätzung des jährlichen Zuwachses hat man auch den durchschnittlichen Zuwachs hiebsaltriger und auch jüngerer Bestände verwandt, indem man den Wert der wachsenden Grösse zum Zeitpunkt der Schätzung durch das Bestandesalter geteilt hat. Zur Ermittelung des jährlichen Zuwachses ist der Durchschnittswert je nach Alter des Bestandes korrigiert.

An Hand von Ertragstafeln vorgenommene Schätzungen sind nicht für alle Bestände möglich. Man hat auch versucht, den Zuwachs an Hand von rückwärts vorgenommenen Messungen zu bestimmen. Hierbei war es die Absicht, den durchschnittlichen jährlichen Zuwachs der zum Messungszeitpunkt im Bestande vorhandenen Bäume während der Messungsperiode festzustellen. So wird in Levacovičs (1923) weitläufiger Forschungsarbeit, die die Berechnung des Zuwachsprozentes behandelt, ziemlich scharf jeder Versuch, das Zuwachsprozent des Messungsjahres zu errechnen, kritisiert. Dieses muss als Beweis für die mitteleuropäische Auffassung gelten, laut der nur ein bereits geschehener Zuwachs gemessen und errechnet werden kann, wogegen wiederum die Zuwachsschätzung des Messungsjahres an Hand der Periodenmessung in so hohem Grade Voraussage ist, dass die Bedeutung der Ergebnisse äusserst fragwürdig wird. Wenn man über die Entwicklung der Bestände und den Abgang auch nur so viele Angaben hat, wie in Mitteleuropa zur Verfügung stehen, kommt dem Zuwachs des Messungsjahres auch keine so grosse Bedeutung zu wie unter anderen, später näher zu behandelnden Verhältnissen.

Bereits in diesem Zusammenhang ist auf eine klare, in der deutschen Literatur angegebene Norm hinzuweisen (z.B. Tischendorf 1927, S. 179), laut der eine sich auf die Vergangenheit richtende Periodenmessung nur in Beständen vorgenommen werden kann, aus denen während der Messungsperiode keine Bäume entfernt worden sind. Falls diese Regel nicht befolgt wird und falls man den Abgang nicht kennt, gibt es keinerlei Möglichkeit, den Gesamtzuwachs der Wirtschaftsbestände zu klären.

Die mitteleuropäische Waldwirtschaft hat sich zum Ziel gesetzt, den Holzvorrat, den erzeugenden Organismus seiner Struktur nach so zu formen, dass er jeden Moment die Wachstumsfaktoren ausnutzt und dass sich der jährliche durch Zuwachs gebildete Holzmantel um möglichst wertvolle Bäume häuft. Dieses setzt eine fortlaufende Kontrolle des Zuwachses voraus, die ja auch die wesentlichste Seite in der Technik der Kontrollmethode ausmacht (Biolley 1922 und Knuchel 1950).

Bei der Kontrollmethode geschieht die Zuwachsermittlung durch aufeinanderfolgende Vorratsaufnahmen und einer den Abgang erfassenden Buchführung. Diese Methode hält Knuchel (1950, S. 126) für die brauchbarste. Der Zuwachs wird nach Baumarten und Stärkeklassen festgestellt und als durchschnittlicher Zuwachs der zwischen den Aufnahmen liegenden Messungsperiode angegeben. Die Messungsergebnisse bieten einen Hinweis für die weitere Behandlung des Holzvorrates und für die Lenkung seiner Strukturentwicklung. In einer derart intensiven Waldwirtschaft, in der der Hauptteil des Holzvorrates Baum für Baum festgelegt werden kann, kommt dem wahrscheinlichen Zuwachs des Messungsjahres keine grosse Bedeutung zu.

Wenn man die Genauigkeit des aus den Differenzen der Aufnahmen errechneten Zuwachses beurteilt, wird es offenbar, dass die aufeinanderfolgenden Aufnahmen eine fortlaufende Serie bilden, so dass sich die

Fehler der jeweiligen Messungen früher oder später ausgleichen. Es sei ferner noch festgestellt, dass die im Vergleich zu den nordischen Ländern kleinen Wirtschaftseinheiten und hohen Holzpreise die bei der Kontrollmethode erforderlichen Messungen möglich machen und die Kosten gestatten, die für eine Wirtschaftsführung im umfangreicheren Ausmasse hoch erscheinen.

Für die mitteleuropäische Waldwirtschaft seien folgende Punkte als die wesentlichsten festgehalten: Als Ergebnis langfristiger Untersuchungen stehen dort zahlreiche empirische Angaben über den Zuwachs und die Entwicklung der aus verschiedenen Baumarten zusammengesetzten Bestände zur Verfügung. In Ertragstafeln zusammengestellt leisten sie gute Dienste bei der Zuwachsschätzung. Die Intensität der Waldwirtschaft macht eine Zuwachskontrolle in Form von aufeinanderfolgenden Aufnahmen und Beobachtungen des Abganges durch Buchführung möglich. Die wichtigste Aufgabe der Zuwachsermittlung ist es, an Hand von empirischen Angaben oder Messungsergebnissen die Masse der während einer jeweils erwünschten Zeitperiode hervorgebrachten Holzmenge und die Stärkeklassen, um den sich die Holzmäntel gebildet haben, festzustellen.

122. *Nord-Amerika.*

Das sich weit erstreckende Festland Nordamerikas mit seinen unversiegbar scheinenden Naturschätzen stellt ein Gebiet dar, wo der europäische Industrialismus — einmal dorthin gekommen — riesenhafte Dimensionen angenommen hat. An diesem Entwicklungsprozess haben die Waldvorräte des Festlandes einen sehr erheblichen Anteil. Die unendlichen, ihrer Art und Grobheit nach ausserordentlichen, natürlichen Holzvorräte sind für die amerikanische Industrie eine mit den Gruben vergleichbare Reserve gewesen. Die Gebiete, auf denen der Holzvorrat eingeschlagen wurde, sind für den Besitzer wertlos geworden. Man hat diese darum verlassen und das Fällen von Holz ist in neue, unberührte Gebiete verlegt worden.

Die natürlichen Holzvorräte Nordamerikas haben schnell abgenommen und die sog. »second growth» Bestände bilden in zunehmendem Masse die Grundlage der Waldwirtschaft. Der geschäftsmässige Ton hat jedoch seine Stellung in der waldwirtschaftlichen Literatur dieses Weltteiles bewahrt.

Der vorherrschenden Ansicht nach kommt der Prüfung des bereits

geschehenen Zuwachses nur insofern Bedeutung zu, als man mit seiner Hilfe den zukünftigen Zuwachs voraussagen kann. So meint man, dass die aufeinanderfolgenden Aufnahmen der Kontrollmethode, obwohl sie Angaben über die Veränderungen des Holzvorrates in der Vergangenheit liefern, doch keinen Einblick in den zukünftigen Zuwachs oder in den »Ertrag» gewähren, so wie man auch den zukünftigen Geschäftsgewinn nicht danach voraussagen kann, was früher verkauft worden ist oder heute angeboten wird.

»In business, past results are only of value as they enable management to forecast the future. So in forestry, although past performance of trees and stands is the only sure foundation for prediction of future growth, yet it is just this prediction of the future volume of stands of timber which is the real objective of all growth studies. Only when the methods of studying past growth are capable of producing fairly accurate forecasts of the growth of entire stands and forests in the future can they be of any real value to the owner and investor in forest property. By the test of this rule, the validity of all growth studies must be gauged.» (Chapman-Meyer 1949, S. 300)

Diesem Zitat nach gibt es in der amerikanischen Literatur vorwiegend zweierlei Zuwachsuntersuchungen. Erstens versucht man nach einem teilweisen Hieb des Bestandes den Zuwachs der auf der Hiebsfläche zurückgebliebenen Bäume zu bestimmen, d.h. dem Besitzer zu zeigen, dass in seinem Besitze noch wirtschaftliche Werte sind (z.B. Recknagel 1922 und 1937, sowie Krauch 1937).

Die zweite Aufgabe besteht darin das empirische Material zwecks Vorausberechnung des Zuwachses zusammenzustellen, denn »The basis of such prediction is similarity». (Chapman-Demeritt 1932, S. 314). Solch empirisches Material bieten die Ertragstafeln, sowie die Zuwachswerte der grösseren Bäume, mit Hilfe derer der Zuwachs der kleineren Bäume vorausberechnet wird.

Die Probleme der eigentlichen Zuwachsberechnung nehmen in Amerika keine so zentrale Stellung ein wie in Europa. Die Ergebnisse der periodischen Messungen werden in gebräuchlicher Weise als durchschnittlicher Zuwachs oder Zuwachsprozent während einer Periode angegeben. Hingegen sind die Zuwachsprognosen verhältnismässig reichlich behandelt worden. In den Artikeln, die diese Prognose berühren, verdient die Möglichkeit, Zuwachskurven zu verwenden (Chapman-Demeritt 1932, S. 314), und die Einstellung der Amerikaner zur Verwendung des Zuwachsprozentes Beachtung. Die Überlegung, die die Verwendung der Zuwachsprozente betrifft (z.B. Gevorkiantz 1927, Hanzlik 1927, Rudolf 1930 und Morey 1932), gelangt zu einer bemerkenswerten Feststellung:

»Use of growth percentages for growth prediction is like putting the cart before the horse. It can be found accurately only after both present and future volume are determined; hence it should not be substituted as a short cut for finding one of the two basic factors (i.e., future volume) from which it is derived.» (Chapman-Meyer 1949, S. 464)

Dem Abgang und der Zunahme der abgehenden Bäume wird kein besonderes Interesse entgegengebracht.

Der Unterschied hinsichtlich der europäischen Auffassung könnte in zugespitzter Form so dargestellt werden, dass die amerikanische Zuwachsberechnung die Veränderungen der geldlichen Werte der Holzvorräte angeben soll, die europäische wiederum die Menge des produzierten Holzes. Der Zuwachs gibt dem Amerikaner an, ob es sich für ihn lohnt, den Holzvorrat zu besitzen, dem Europäer hingegen die Effektivität des in seinem Besitz befindlichen produktiven Organismus. Der eine betont die finanzielle Rentabilität, der andere die Ausnutzung der natürlichen Energiequellen.

123. *Die skandinavischen Länder und Finnland.*

Skandinavien bildet hinsichtlich seiner Waldwirtschaft mit Mitteleuropa und Nordamerika verglichen ein vermittelndes Gebiet. Es zeigt Wesenszüge beider. Im letzten Jahrhundert bestand die Ausnutzung der Wälder in Schweden und Norwegen in der Hauptsache im Abholzen der natürlich gewachsenen Holzvorräte für Verwendung und Export. Die natürlichen Holzvorräte dieser Länder konnten der ansteigenden Kauflust Mittel- und Westeuropas nicht lange entsprechen und um die Jahrhundertwende verschob sich der Schwerpunkt der Hauungen von den stehenden, überjährigen Reserven auf die wachsenden Vorräte. Gleichzeitig erhob sich die Frage, eine wie grosse Exportindustrie die Waldvorräte aufrechterhalten könnten und ob der Zuwachs den Abgang ersetze. Die Sorge um den nötigen Nachwuchs hatte das waldwirtschaftliche Denken um die Jahrhundertwende und auch später stark beeinflusst.

Die Grösse der waldwirtschaftlichen Komplexe und die frühere Epoche der waldwirtschaftlichen Intensität boten keine Möglichkeit, Vorratsaufnahmen zu machen, die der Genauigkeit der Zuwachsberechnung entsprochen hätten. Auch konnte der Abgang nicht durch eine registrierende

Buchführung festgehalten werden. Die allgemeine Wirtschaftslage stellte unmittelbar die Frage: Welches ist der Zuwachs des Messungsjahres der jeweils festgestellten Holzvorräte? Die Antwort war nur so zu finden, dass man vom Messungszeitpunkt aus rückläufig den Zuwachs zu bestimmen versuchte. Ferner ist der Zuwachs auch durch die empirischen Angaben, wie z.B. Ertragstafeln, abgeschätzt worden.

Die Methode von Andersson (1912) zur Berechnung des Zuwachsprozentes des stehenden Baumes muss als eine Methode betrachtet werden, die bestrebt ist, den Zuwachs des Messungsjahres zu bestimmen. Das Zuwachsprozent der Kreisfläche wird nach dem Grundsatz der Schneiderschen Formel berechnet und hierzu wird das Formhöhenprozent hinzugezählt.

Zur gleichen Zeit entwickelte Jonson seine Zuwachsberechnungsmethode, die in den nordischen Ländern durch Vermittlung der Jonsonschen Tafeln (z.B. 1912, 1918 und 1929) eine weitgehende Verwendung fand. Die Grundlagen des Verfahrens finden sich in der Arbeit »*Några nya metoder för beräkning av stamvolym och tillväxt hos stående träd.*» (1928). Hier werden deutlich die Schwächen der aufeinanderfolgenden Vorratsaufnahmen zur Messung des Zuwachses erläutert. In den nordischen Ländern ist auch die Auffassung vorherschend gewesen, dass die exakteste Methode der Zuwachsmessung die rückläufige Bestimmung sei. Der Widerspruch zwischen dieser Auffassung und der früher (S. 15) von Knuchel dargestellten ist jedoch nur ein scheinbarer, denn beide erweisen sich als richtig in ihrer eigenen wirtschaftsgeographischen Umgebung.

In Jonsons Methode wird für die Kreisfläche das Diskontprozent berechnet und zu diesem das Formhöhenzuwachsprozent eines Jahres zugefügt. Die Summe gibt das Zuwachsprozent des Messungsjahres an. Wenn wir hiermit die jetzige Masse multiplizieren, erhalten wir den jährlichen Zuwachs.

Dieses Verfahren stützt sich vor allem auf die Forschungen von Lovén und Örtenblad, nach deren Ansicht der jährliche Kreisflächenzuwachs während der wichtigsten Lebensjahre des Baumes annähernd gleichbleibend ist. Die von Jonson dargestellten Zahlenreihen entstammen — was besonders hervorzuheben ist — *naturnormalen* und *leicht niederdurchforsteten* Beständen.

Obwohl Jonsons Methode sich in den nordischen Ländern allgemein eingebürgert hat, wurden an ihren Grundideen doch Mängel festgestellt. So geschah es anfangs in Norwegen (z.B. Vigerust 1928 a und b). Uneinigkeit entstand in der Frage, ob auch in durchschnittlichen *Wirt-*

schaftswäldern der Kreisflächenzuwachs von einem Jahr zum anderen ungefähr unverändert bleibt oder grösser wird. Diese Uneinigkeit scheint zuerst in Norwegen und wohl etwas später in Schweden dahingeführt zu haben, dass sich das Interesse in den Untersuchungen von dem Problem, den Zuwachs des Messungsjahres zu bestimmen, abwandte und sich auf die Aufgabe konzentrierte, die Masse des jetzigen Holzvorrates — bezogen auf irgend einen früheren Zeitpunkt — zu bestimmen (z.B. Skinnemoen 1924, Bye 1928 und Langsaeter 1928 und 1944). Dessen ungeachtet wurde bei den Reichswaldabschätzungen Norwegens die Jonsonsche Methode angewandt (z.B. Taxering av Norges skoger ... 1932, 1939 und 1941).

Wenn man die Zuwachsberechnungsverfahren, die bei den Reichswaldabschätzungen Schwedens Verwendung fanden, prüft, kann man einige wichtige Feststellungen machen (Thorell 1926 und Vid andra riksskogstaxeringen ... 1947). Bei den ersten Abschätzungen während der Jahre 1923—29 wurde der Zuwachs an Hand der Jonsonschen Methode bestimmt. In den Ergebnissen der zweiten Abschätzung wird hingegen der durchschnittliche Zuwachs des augenblicklichen Holzvorrats dargestellt, der die Zeitspanne vom Messungszeitpunkt aus rückwärts betrifft. Die Masse der jetzigen Bäume wird für die Zeit von vor 5—10—15 Jahren bestimmt und der Zuwachs wird als Differenz der berechneten Massen gewonnen. Der Zuwachs wird folgendermassen gedeutet:

»Nämden har, som tidigare nämnts, inskränkt sig till att publicera den genomsnittliga årliga tillväxtkvantiteten för dessa olika perioder och härvid påpekat, att denna tillväxt icke innefattar tillväxten på under perioderna avverkade träd.» (Vid andra riksskogstaxeringen ... 1947, S. 93).

Man hat also davon Abstand genommen, das Zuwachsprozent des Messungsjahres zu bestimmen und man sieht in den erhaltenen Werten nicht den Gesamtzuwachs der untersuchten Zeitperioden.

Von den schwedischen Forschern, die die Zuwachsberechnung entwickelt haben, sei besonders Petrini (1926 a, b und c, 1928, 1946, 1948, 1949 a und b sowie 1951) genannt. Von seinen Schriften behandeln die beiden ersten (1926 a und c) das »mitteleuropäische» Problem, wie das auf die Messungsperiode bezogene durchschnittliche theoretisch richtige Zuwachsprozent berechnet wird. Sie komplettieren die früheren Entscheidungen besonders in theoretischer Hinsicht erheblich. Petrinis Arbeiten haben offensichtlich in entscheidender Weise bewirkt, dass die schwedische Zuwachsberechnung von dem »nordischen» Problem, den Zuwachs des Messungsjahres zu bestimmen, Abstand genommen hat und der Meinung beipflichtet, dass nur der durchschnittliche Zuwachs der schon vergangenen Periode gemessen werden kann. Alles andere ist Voraussage und auf Annahmen sich stützende Schätzung (vergl. Langsaeter 1944).

Eine interessante Abweichung der oben geschilderten Entwicklung bilden Vigerusts (1928 a) und Östlinds (1929) Versuche, den wahrscheinlichen Radialzuwachs des Messungsjahres durch Berücksichtigung der Richtung der Radialzuwachsveränderung zu errechnen. Diese Versuche scheinen jedoch unzusammenhängende Detailentscheidungen geblieben zu sein.

Interessant ist auch die Arbeit des Norwegers Schinnes (1948), der feststellt, dass die Revisionen grössere Holzvorräte ergeben haben als der angegebene Zuwachs erwarten liess. Die den Zuwachs betreffenden Schlussfolgerungen, die man aus den Ergebnissen der aufeinanderfolgenden Revisionen gezogen hat, entsprechen grundsätzlich den Zuwachsberechnungen der Kontrollmethode. Wiederholte Vorratsaufnahmen und Abgangsmessungen scheinen ein Mittel zu bieten, die nordischen Zuwachsmessungen zu kontrollieren.

Die allgemeine Entwicklung der *finnischen Waldwirtschaft* zeigt die gleichen Grundzüge wie die der skandinavischen Länder. Die Verlagerung der Holzentnahme aus den Naturwäldern in die Wirtschaftswälder und die Sorge um einen ausreichenden Nachwuchs haben auch bei uns den Problemen und Entscheidungen der Zuwachsberechnungen ihr Gepräge aufgedrückt. Eine der wichtigsten Aufgaben ist es gewesen und ist es auch noch heute, den Zuwachs des Holzvorrates im Messungsjahr abzuschätzen und Zuwachs und Abgang einander gegenüber zu stellen.

In Abhandlungen über Abschätzungen, die sich den Wirtschaftsplänen unserer Wälder anschliessen, gibt es Angaben über den Zuwachs der Bestände von den Jahren 1860—75 an (Lihtonen 1944). Einige der wichtigsten Hilfsmittel für die Zuwachsschätzungen der früheren Zeiten sind die Ertragstafeln unserer Hauptbaumarten, die sich auf Blomqvists Forschungen und Arbeitsmaterial gründen (Blomqvist 1872 und Heikkilä 1914).

Am Ende des letzten Jahrhunderts, zur Zeit der sog. geordneten Sägestammplenterung, wurden — allerdings nur in geringem Umfange — der Zuwachs der Sägestämme und vor allem die Zeit untersucht, die die verhältnismässig kleinen Sägestämme brauchten, um die Dimensionen eines ausgewachsenen Sägebaumes zu erreichen. Als eigentliche Zuwachsmessungen blieben diese in ihrer Anwendung gering und vereinzelt. Die Schätzungen gründeten sich oft auf Blomqvists (1872) Stärkezuwachsuntersuchungen (Lihtonen 1944).

Die eigentliche forstabschätzungswissenschaftliche Untersuchungsarbeit in unserem Lande erhielt eine ausgezeichnete Grundlage durch Cajanders (1909) Waldtypentheorie. Sie konzentrierte sich anfangs auf Zuwachs- und Strukturuntersuchungen der naturnormalen Bestände, die zeigten, in wieweit die Waldtypen für die Standortsbonitierung geeignet sind.

Die Serie der Strukturforschungen beginnt Cajanus (1914) mit dem mitteläuropäischen Material. Unsere bekanntesten Räpresentanten der Forstabschätzungswissenschaft Ilvessalo (1916, 1920 a und b, sowie 1937) und Lönnroth (1925) erörtern Stuktur und Entwicklung unserer naturnormalen Bestände. Die von Ilvessalo (1920 b) ausgearbeiteten Ertragstafeln für unsere Hauptbaumarten in den naturnormalen Beständen sind ein vorzügliches Hilfsmittel für die Zuwachsschätzungen geworden.

Lappi-Seppälä (1930) hat naturnormale Kiefern-Birken-Mischbestände und Miettinen (1932) Weisserlenbestände untersucht.

Unsere sich auf die Wirtschaftswälder beziehenden taxatorischen Prüfungen — die allerletzten Jahre ausgenommen — haben sich auf grosszügige, von Ilvessalo (1927 und 1942) geleitete und entwickelte Reichswaldabschätzungen konzentriert. In den vorbereitenden Untersuchungen, die unter der Leitung von Cajanus begonnen wurden, wurden die Zuwachsermittlungen unter Verwendung von Jonsons Tafeln vorgenommen (Ilvessalo 1923). Bei der ersten Abschätzung der Reichswälder wurde die Zuwachsberechnung ebenfalls nach Jonsons Methode vollzogen.

Bis zu der während der Jahre 1936—38 vorgenommenen zweiten Abschätzung waren die einheimischen Massen- und Zuwachsberechnungstafeln (Ilvessalo 1947 und 1948) für stehende Bäume gebrauchsfertig. Die Kubierung geschiet in diesen Tafeln auf Grund der Baumart, des Brusthöhendurchmessers, der Höhe und der Verjüngungsklasse. Die Verjüngungsklasse wird bei grossen Stämmen als Differenz des Brusthöhendurchmessers und des in 6 m Höhe gemessenen Durchmessers festgestellt. Bei 7 und 6 m hohen Bäumen wird der zweite Durchmesser in 3.5 m Höhe gemessen und niedrigere Bäume werden kubiert, indem man den Formfaktor ausser acht lässt.

Bei der Zuwachsberechnung wird das Kreisflächenzuwachsprozent nach den Grundsätzen von Jonsons Tafeln berechnet. Die Zuwachsprozente der Formhöhe gewinnt man aus den Tafeln für Nadelbäume, indem man den Durchschnittswert des fünfjährigen Gipfeltriebes, die Höhe und die Verjüngungsklasse, sowie für Laubbäume, indem man die Höhe, das Alter und die Kronenschicht bestimmt. Die Zuwachsprozentreihen der Formhöhe gründen sich auf ein umfangreiches, aus den verschiedenen Teilen des Landes und aus verschiedenen Beständen stammendes Probestammaterial. Das Kubikzuwachsprozent erhält man als Summe des Zuwachsprozentes der Kreisfläche und der Formhöhe. An Hand des Zuwachsprozentes errechnet man den Zuwachs des Messungsjahres. Die Methode gründet sich auf die Annahme, dass der Jahreszuwachs der Kreisfläche während der Messungsperiode annähernd gleichbleibend ist (Ilvessalo 1942, S. 45).

In der finnischen Literatur ist die eigentliche Zuwachsberechnungstheorie verhältnismässig spärlich behandelt. Eine bemerkenswerte Ausnahme bilden jedoch die Forschungen von Lönnroth. Schon in den Anweisungen der Forsteinrichtung aus den Jahren 1919—20 hat er eingehend und gründlich diese Gedankenrichtung vertreten. In seiner Arbeit »*Theoretisches über den Volumzuwachs und -abgang des Waldbestandes*». (1929) analysierte Lönnroth erschöpfend die taxatorischen Grundbegriffe der Bestandesentwicklung und des -zuwachses. Dieser Untersuchung scheint ein bedeutender Einfluss auf die Entwicklung der Periodenmessung in Schweden zugekommen zu sein. Es ist wohl kaum ein Zufall, dass zur gleichen Zeit, da Petrini (1948) in sein Lehr- und Handbuch Lönnroths Bestandesanalyse mit einbezog, bei den dortigen rückbezüglichen Periodenmessungen ein Unterschied gemacht wird zwischen jetzigem Holzvorrat und Abgang.

Es sei noch erwähnt, dass Ilvessalo (1916) und Lappi-Seppälä (1925) die Ergebnisse einiger Zuwachsprozentformeln miteinander verglichen haben.

Das Schwergewicht unserer taxatorischen Untersuchungen verschiebt sich zur Zeit ganz und gar auf die Wirtschaftswälder, schon aus dem Grunde, weil die naturnormalen Bestände ausserordentlich zurückgegangen und hauptsächlich nur noch in Nordfinnland zu finden sind. Unter den heutigen Verhältnissen muss man an Hand taxatorischer Untersuchungen in der Lage sein, die Ergebnisse der Pflegemassnahmen festzustellen und praktisch verwendbare Methoden für die Forsteinrichtung aufzustellen.

Von früheren Zuwachsuntersuchungen der Wirtschaftsbestände sei hier die von Cajander (1933) durchgeführte Arbeit, die die Entwicklung der Kulturfichtenbestände behandelt, erwähnt. Von den in letzter Zeit begonnenen, weitgehenden Zuwachs- und Strukturuntersuchungen sind die Arbeiten von Nyyssönen (1949), die sich auf Kiefernbestände, von Vuokila (1950), die sich auf Fichtenbestände, und die von Kuusela (1951 a), die sich auf Birkenbestände beziehen zu nennen. In diesen ebenso wie in der von Koivisto (1950) erläuterten Arbeit, die die Entwicklung der mit Weisserle untersetzten Kiefernbestände behandelt, ist der Zuwachs unter Verwendung einheimischer Zuwachsberechnungstafeln bestimmt. Nyyssönen (1951 a und 1952) hat die Genauigkeit der in den Zuwachsberechnungstafeln enthaltenen Methoden, die für die Bestimmung des Bestandeszuwachses geeignete Zahl an Probestämmen und die Schwierigkeiten bei der Zuwachsberechnung unter den Sonderverhältnissen der »Plenter»-kiefernbestände geprüft. Zu erwähnen wäre noch die Untersuchung Tiihonens (1951), die den Zuwachs von Samenbäumen erläutert.

Kallio (1951 a und b) hat die Zuwachsprognose in einem durchforsteten Probeflächenbestand behandelt und hat in diesem Zusammenhang auf die Schwäche der üblichen periodischen Messungen hingewiesen, bei denen die systematischen Veränderungen des Jahreszuwachses unberücksichtigt bleiben. Dieselbe Schwäche und ihre Bedeutung hat bereits Lönnroth (1919—20) deutlich hervorgehoben.

In den letzten Schriften hat man versucht, Methoden zur Messung und Berechnung der Formveränderungen des stehenden Baumes zu entwickeln (Keltikangas 1952 und Kuusela 1952).

Auf dem Gebiet, das sich auf die Forsteinrichtung bezieht, ist Lihtonens (1943) selbständige Arbeit *»Untersuchungen über die Bildung des Holzvorrates des Waldes. Etragshiebsberechnung.»* zu erwähnen. Was die Zuwachsberechnung dieser Arbeit betrifft, hält sie sich an die vorherschende Praxis. Das Unterscheiden von Ertrags- und Abgangsvorrat und die Zuwachsprognose für jeden gesondert ist bahnbrechend.

Die Zuwachs- und Strukturuntersuchungen der Wirtschaftsbestände haben gezeigt, dass die für die Entwicklung der naturnormalen Bestände geltenden Gesetzmässigkeiten als solche nicht für abgetriebene Bestände zutreffen. Die Forschungsmethoden, die in naturnormalen Beständen entwickelt worden sind, sind für Wirtschaftsbestände nicht gerade die brauchbarsten. Dem Zuwachs und der Entwicklung bringen die sich wiederholenden, ihrer Stärke und Art nach wechselnden Hauungen Veränderungen, die den Naturbeständen unbekannt sind. Auch die neuesten Untersuchungen der nordischen Länder über die durch Witterungsveränderungen hervorgerufenen Zuwachsschwankungen (z.B. Ording 1940—41, Näslund 1944, Eklund 1944, Mikola 1950 usw.) stellen an die Zuwachsuntersuchungen bisher unbekannte Forderungen. Alles dieses ist dazu angetan, die Aufmerksamkeit auf die Zuwachsberechnungstheorie, die sich auf die periodische Messung gründet, und auf die Prüfung ihres Grundwesens unter Berücksichtigung der Verhältnisse im Wirtschaftswalde zu lenken.

13. Sinn und Begrenzung der Untersuchung.

Die sich auf die Periodenmessung gründende Zuwachsberechnung muss auf einige in der Forstabschätzung äusserst zentrale Fragen antworten. Das Ziel dieser Untersuchung beschränkt sich auf die Beantwortung folgender zwei Fragen:

1. Welches sind der durchschnittliche Jahreszuwachs und das Zuwachsprozent der Messungsperiode?
2. Welches sind der wahrscheinliche Zuwachs und das Zuwachsprozent am Ende der Messungsperiode bzw. des Messungsjahres?

Die wachsende Grösse wird für den Periodenbeginn und für ihr Ende oder ausserdem noch für die Periodenmitte als bekannt voraugesetzt. Hierbei bleiben alle die der Messungstechnik sich anschliessenden Umstände unberücksichtigt.

Ferner beschränkt man sich auch nur auf *eine* variable Grösse. Ein so umfangreiches und schwieriges Problem, wie sich die Komponenten des Massenzuwachses, die Kreisfläche, die Höhe und die Form aus den Messungsergebnissen kombinieren lassen, bleibt ganz unbeachtet. Die als Grundlage für diese Abhandlung gewählten Beispiele beziehen sich in der Hauptsache auf den Kreisflächenzuwachs, denn vom Gesichtspunkt der sich auf die Periodenmessung beziehenden Zuwachsberechnungstheorie aus betrachtet eignet sich als Anschauungsbeispiel jede beliebige wachsende Grösse.

Den Ausgangspunkt der Untersuchung bildet eine Analyse der Methoden, die so durchgeführt wird, dass sie sich auf den einzelnen Baum bezieht. Sie wird mit der Aufstellung der hierfür notwendigen Grunddefinitionen begonnen. Hiernach werden der Zuwachs als biologische Phänomen und seine an Zuwachsberechnungen gestellten Forderungen, sowie einige allgemeine Prinzipien bearbeitet.

Bei der Prüfung des durchschnittlichen Zuwachses und des Zuwachsprozentes erhellen die Einheit der zur Berechnung dieser entwickelten Formeln, die zwischen den Formeln herschenden mathematischen Beziehungen, sowie die Voraussetzungen, unter denen sie gebraucht werden können. Die Behandlung stützt sich auf die von Petrini (1926 a) vorgeschlagene Entscheidung zur Errechnung des durchschnittlichen Zuwachsprozentes.

Zwecks Errechnung des jährlichen Zuwachses am Ende der Messungsperiode prüft man:

1. Die Möglichkeit, den durchschnittlichen Zuwachs der Periode dem jährlichen Zuwachs bis zum Periodenende gleichzusetzen.
2. Die Möglichkeit, ihn zu berechnen, dass die Richtung und Stärke der Jahreszuwachsveränderung während der Periodenzeit berücksichtigt werden.

Unter Punkt 2. prüft man hauptsächlich die Vorschläge von Vigerust (1928 a) und Östlind (1929), in welchen die Entwicklungskurve der wachsenden Grösse als eine Parabel 2. Grades angenommen wird.

Danach werden die Berechnungsmethoden auf die Zuwachsberechnung des Bestandes und des Holzvorrates übertragen. Hierbei wird der Bestand (oder der Holzvorrat) zwecks Zuwachsberechnung so in bleibenden, abgehenden und Gesamtbestand (oder -vorrat) gruppiert, wie Lönnroth (1929) die Bestandesentwicklung analysiert hat.

Schliesslich wird Stellung genommen zu der Frage, die in den nordischen Ländern eine lebhafte Diskussion hervorgerufen hat, ob der Jahreszuwachs des bleibenden Vorrates sich während der Messungsperiode vergrössert. Die Stellungnahme gründet sich auf die Zuwachskonstruktion des Normalwaldes und die daraus gezogenen Schlussfolgerungen werden auf den Wirklichkeitswald übertragen.

2. Zuwachsberechnung des einzelnen Baumes.

21. Grundbegriffe und Wesen des Zuwachses.

211. *Absoluter Zuwachs.*

Der absolute Zuwachs ist die Differenz der zu zwei Zeitpunkten gemessenen wachsenden Grösse. *Der jährliche* (oft »laufend» genannt) *Zuwachs* ist die Differenz zwischen den zu Beginn der Wachstumszeit des Jahres und am Ende desselben festgestellten wachsenden Grössen. Wenn als wachsende Grösse die Kreisfläche mit g, ihr Anfangswert zu einem Zeitpunkt mit g_0, der Endwert nach dem Verlaufe eines Jahres mit g_1 und deren jährlicher Zuwachs, die Fläche des Jahresringes mit Δg bezeichnet wird, so ist:

$$\Delta g = g_1 - g_0 \cdot \tag{1}$$

Unter Bezugnahme auf die Periodenmessung klärt man den Anfangswert der Periode g_0 und den Endwert der Periode g_n, wobei die Länge der Periode n Jahre beträgt. Der Unterschied $g_n - g_0$ ist der *Periodenzuwachs*. Er ist gleichzeitig eine Summe, die n Stück des Jahreszuwachses Δg enthält:

$$g_n - g_0 = \Delta g_1 + \Delta g_2 + \cdots + \Delta g_n \cdot \tag{2}$$

Falls die jährlichen Zuwachsbeträge untereinander gleichgross sind, so bildet die Entwicklung der wachsenden Grösse eine arithmetische Reihe, d.h. die Differenz der aufeinanderfolgenden Werte der wachsenden Grösse ist eine Konstante. Wenn wiederum das Verhältnis der aufeinanderfolgenden Werte eine Konstante ist, so bildet die Entwicklung eine geometrische Reihe.

Die wachsenden Grössen bilden eine Summenreihe:

$$g_1 = g_0 + \Delta g_1, \; g_2 = g_1 + \Delta g_2, \cdots,$$

und die jährlichen Zuwachsbeträge eine Differenzreihe:

$$\Delta g_1 = g_1 - g_0,\ \Delta g_2 = g_2 - g_1, \cdots$$

Die Reihe der jährlichen Zuwachsbeträge kann zunehmend, d.h. ansteigend:

$$\Delta g_1 < \Delta g_2 < \cdots < \Delta g_n,$$

abnehmend, d.h. fallend:

$$\Delta g_1 > \Delta g_2 > \cdots > \Delta g_n$$

oder unveränderlich sein:

$$\Delta g_1 = \Delta g_2 = \cdots = \Delta g_n.$$

Der Zeitpunkt des Periodenendes ist der Messungszeitpunkt dann, wenn die Messung als rückwirkende Untersuchung vorgenommen wird. Wir werden hier das Periodenende *Messungszeitpunkt* nennen, obwohl die wachsende Grösse gesondert sowohl zu Beginn als auch am Ende der Periode gemessen werden kann. Wir setzten voraus, dass der Messungszeitpunkt zwischen die Wachstumszeiten fällt.

Der Periodenzuwachs durch die Zahl der Periodenjahre geteilt:

$$\frac{g_n - g_0}{n} \qquad (3)$$

ergibt *den durchschnittlichen Jahreszuwachs der Periode*, kürzer ausgedrückt, den durchschnittlichen Zuwachs der Periode oder einfach nur den durchschnittlichen Zuwachs. Er ist seiner Definition nach ein abgerundeter Wert und das arithmetische Mittel der Jahreszuwachsbeträge der Periode.

Der durchschnittliche Zuwachs und der Jahreszuwachs werden oft einander gleichgesetzt. Dieses hat seinen Grund in der generalisierenden Voraussetzung, laut der die jährlichen Zuwachswerte der kürzeren, gewöhnlich 5 oder 10 Jahre langen Periode, als annähernd gleich gross betrachtet werden können. Hier hielt man es für nötig, diese Begriffe auseinander zu halten und mit Jahreszuwachs wird einzig der wirkliche oder wahrscheinliche Zuwachs einer Wachstumszeit gemeint.

Der durchschnittliche Zuwachs der Periode muss auch von dem durchschnittlichen Zuwachs der Lebensdauer des Baumes getrennt werden, den wir erhalten, wenn wir die Kreisfläche durch die Zahl der Jahresringe dividieren. Ist die Zahl der Jahresringe a, so beträgt der durchschnittliche Zuwachs:

$$\frac{g_a}{a} \qquad (4)$$

Dieses ist ein besonders in der älteren Literatur über Zuwachsberechnung oft vorkommender Begriff, dem im Zusammenhang mit der Periodenmessung keine Bedeutung zukommt. Im Folgenden werden wir diesen nicht berühren.

212. *Relativer Zuwachs.*

Wir können den Zuwachs auch ausser als absoluten als *relativen* angeben, d.h. den Zuwachs im Verhältnis zu einer Vergleichsgrösse. Das Verhältnis, die blosse Zahl, wird meistens in Prozenten ausgesprochen und *Zuwachsprozent* genannt. Der relative Zuwachs bietet eine für viele Zwecke sehr brauchbare Grösse. Er zeigt in einfacher Weise die Effektivität des Zuwachsphänomenes und ist besonders für vergleichende Untersuchungen geeignet. Das Kreisflächenzuwachsprozent ist u.a. als Charakteristikum für Zustand und Behandlung des Bestandes betrachtet worden (Eide-Langsaeter 1940—41, S. 362).

Die Gleichstellung von Zuwachsprozent und Prozent der Zinsrechnung der Geldwirtschaft und die Verwendung der Zinsrechnung in der Waldwirtschaft geben einerseits oft gute Lösungen der Zuwachsberechnungsprobleme, aber andererseits hat es auch zur Verwirrung des Begriffes geführt.

2121. Die verschiedenen Prozenttypen.

Um das Prozent p des jährlichen relativen Zuwachses zu errechnen, kann man als Vergleichsgrösse entweder den Anfangswert des Jahres g_0, den Endwert g_1 oder deren arithmetisches Mittel wählen. Entsprechend erhalten wir das Rabattprozent p_R:

$$p_R = 100 \cdot \frac{\Delta g}{g_0}, \qquad (5)$$

das Diskontprozent p_D:

$$p_D = 100 \cdot \frac{\Delta g}{g_1}, \tag{6}$$

und das Prozent des Durchschnittswertes p_M:

$$p_M = 200 \cdot \frac{\Delta g}{g_0 + g_1}. \tag{7}$$

Dem gleichen Grundsatz nach haben wir für die Prozentverhältnisse des Periodenzuwachses $g_n — g_0$:

$$p_R = 100 \cdot \frac{g_n - g_0}{g_0}, \tag{8}$$

$$p_D = 100 \cdot \frac{g_n - g_0}{g_n}, \tag{9}$$

$$p_M = 200 \cdot \frac{g_n - g_0}{g_0 + g_n}, \tag{10}$$

und die Prozentverhältnisse der des durchschnittlichen Zuwachses:

$$p_R = \frac{100}{n} \cdot \frac{g_n - g_0}{g_0}, \tag{11}$$

$$p_D = \frac{100}{n} \cdot \frac{g_n - g_0}{g_n}, \tag{12}$$

$$p_M = \frac{200}{n} \cdot \frac{g_n - g_0}{g_0 + g_n}. \tag{13}$$

Von den letztgenannten wird das Prozent (11) Rabattypus des einfachen Zinsfusses genannt, (12) der Diskonttyp des einfachen Zinsfusses. Das Prozent (13) ist unter dem Namen Presslers Prozent am bekanntesten.

Das Rabattprozent des einfachen Zinsfusses gründet sich auf eine Phantasievorstellung, nach der der durchschnittliche Zuwachs dadurch entsteht, dass der Anfangswert g_0 jährlich dem konstanten Prozent p_R entsprechend wächst, d.h. dass g_0 während der Periode eine unveränderliche wachsende Grösse darstellt. Falls man den jährlichen Zuwachs nach Ablauf des Jahres zu seinem Anfangswert addiert und die Summe den

Anfangswert des folgenden Jahres bildet und falls der Zuwachs dem konstanten Prozent p entspricht, bildet sich ein Zinseszinszuwachs:

$$\Delta g_1 = \frac{p}{100} \cdot g_0, \Delta g_2 = \frac{p}{100} \cdot (g_0 + \Delta g_1) = \frac{p}{100} \cdot g_1, \text{ u.s.w.}$$

Die wachsenden Grössen $g_0, g_1, g_2 \cdots$ bilden eine geometrische Reihe, in der das Verhältnis der aufeinanderfolgenden Glieder unverändert bleibt:

$$\frac{g_1}{g_0} = \frac{g_2}{g_1} = \cdots = \frac{g_n}{g_{n-1}} = 1.0p\,.$$

Das letzte Glied der Reihe, den Endwert, bekommen wir, wenn wir das erste Glied, den Anfangswert, mit dem Endwertfaktor $(1.0p)^n$, multiplizieren:

$$g_n = (1.0p)^n \cdot g_0\,.$$

Hieraus erhalten wir die Formel für das Zinseszinsprozent:

$$p = 100 \cdot \left(\sqrt[n]{\frac{g_n}{g_0}} - 1\right). \tag{14}$$

In dieser Arbeit bedeutet die Zinseszinsberechnung eine Methode, bei der der Zins, d.h. der Zuwachs, nach Ablauf des Jahres als wachsende Grösse hinzugefügt wird. Das sog. periodische Verschieben des Zuwachses als wachsende Grösse kann natürlich auch nach dem Verlauf einer Zeit, die kürzer oder länger ist als ein Jahr, geschehen. Wird diese Zeit verschwindend klein, so bekommen wir das absolute Zuwachsprozent:

$$p = \frac{100}{n} \cdot \ln \frac{g_n}{g_0}, \tag{15}$$

wo ln den log nat bezeichnet. Die Formel kann von der gewöhnlichen Zinseszinsprozentformel abgeleitet werden, wobei das Verhältnis zwischen dem End- und Anfangswert die Form erhält:

$$\frac{g_n}{g_0} = e^{n0.0p}.$$

2122. Die Zuwachsprozente.

Aus den zur Verfügung stehenden Prozenten wählen wir als Grundlage für die Betrachtung die, die dem Zuwachs als einem biologischen Phänomen entsprechen und für die ein gemeinsames System zur Errechnung am besten entsprechen und für die ein gemeinsames System zur Errechnung des Zuwachsprozentes sowohl für den einzelnen Baum als auch für den Holzvorrat aufgebaut werden kann. Als *jährliches Zuwachsprozent* p_j wählen wir das jährliche Rabattprozent (5):

$$p_j = 100 \cdot \frac{\Delta g}{g_0}.$$

Bei dem Prozent vergleichen wir den jährlichen Zuwachs mit der Grösse, um die herum er sich gebildet hat. Als solcher entspricht er am besten dem Zuwachs als einem aus dem Anfangswert durch jährliche Zunahme entstandenen Produkt und zeigt gut den Effekt des Zuwachsphänomens.

Entsprechend ist das Prozent des Periodenzuwachses:

$$p = 100 \cdot \frac{g_n - g_0}{g_0}$$

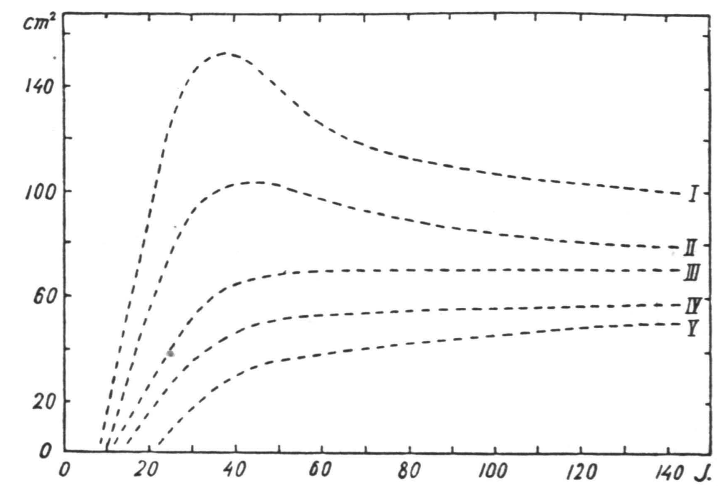
Das durchschnittliche Zuwachsprozent der Periode ist in der Literatur ein so verworrener Begriff, dass die Definition desselben auf einen späteren Zeitpunkt verschoben werden muss (S. 43).

213. *Der Zuwachs als biologisches Phänomen und seine an die Zuwachsberechnung gestellten Forderungen.*

2131. Bildung des Zuwachses und Veränderung seiner Grösse.

Als biologisches Phänomen ist der jährliche Zuwachs vom Alter des Organismus und der Art des Standortes abhängig, sowie vom Klima und vielen anderen Faktoren, die unter dem Namen Wachstumsverhältnisse zusammengefasst werden. Witterungsschwankungen, der Wettbewerb zwischen anderen Pflanzenarten und Individuen des Bestandes um die Nährstoffe, Veränderungen in der Standortsbonität verursachen fortlaufende, oft sehr krasse Veränderungen hinsichtlich der Grösse des jährlichen Zuwachses. Vor Überprüfung der Zuwachsberechnungsmethoden muss die Aufmerksamkeit auf einige der wichtigsten Züge des Kreisflächenzuwachses gerichtet werden.

Der Zuwachs als Altersfunktion. — Die Zeichnung Nr. 1 zeigt den durchschnittlichen jährlichen Kreisflächenzuwachs der Fichte als Funktion des Alters bei verschiedener Bonität. Anfangs nimmt der Zuwachs von Jahr zu Jahr zu bis er seine grösste Kapazität erreicht hat. Danach ist er einige Zeit fast gleich gross und später bei zunehmendem Alter an den besten Standorten abnehmend und an den mittelmässigen ungefähr gleichbleibend.



Zeichnung Nr. 1. Durchschnittlicher jährlicher Kreisflächenzuwachs der Fichte bei verschiedener Bonität (V a n s e l o w 1941, S. 17).

Bei bester Bonität erreicht der Zuwachs seinen Maximalwert früher als bei mittelmässiger und schlechterer und der Wechsel zwischen Anstieg und Abfall ist schroffer. An schlechteren Standorten kulminiert der jährliche Zuwachs bei dem Alter, das die Bäume in Wirtschaftswäldern im allg. erreichen, gar nicht, sondern der Zuwachs ist die ganze Zeit ein ansteigender.

Bezeichnend für den Zuwachs sind zu den verschiedenen Lebensabschnitten des Baumes derart voneinander abweichende systematische Veränderungen, dass dieses bei der Verwendung der periodischen Messungen beachtet werden muss. Falls man das versäumt, kann man besonders bei den vergleichenden Zuwachsuntersuchungen zu Ergebnissen gelangen, die von der Wirklichkeit abweichen.

Den Zuwachs als Altersfunktion so darzustellen, dass der Einfluss der übrigen Faktoren eliminiert wird, könnte im Hinblick auf die Zuwachsberechnung irreführend sein. Verschiedene Wachstumsfaktorenveränderungen, sowie von der waldbaulichen Durchforstung abweichende Behandlung gleichaltriger Bestände können die normale Form der Zuwachskurve sehr beeinträchtigen. In Plenterwäldern ist die Grundform der Zuwachskurve eine ganz andere als die der Zeichnung Nr. 1 (z.B. Knuchel 1950, S. 232).

Die Zuwachsschwankungen und die konstante Veränderung. — Die verschiedenen Zuwachsschwankungen stören die dem Alter entsprechende Zuwachsveränderung. Diese werden hervorgerufen durch:

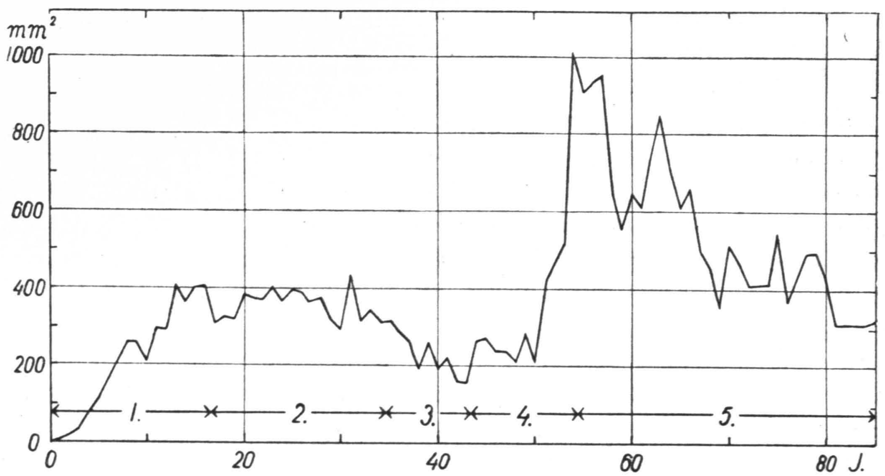
1. klimatische Veränderungen
   a. jährliche Schwankungen
   b. periodische Schwankungen
2. Hiebs- oder natürlichen Abgang
3. Veränderungen der Standortsbonität

Das während der Wachstumszeit herschende Wetter verursacht Wechsel des jährlichen Zuwachses. Die Art dieser Schwankungen geht aus der Zeichnung Nr. 2 hervor. Die gebrochene Linie der Zeichnung stellt den jährlichen Kreisflächenzuwachs einer auf Myrtillustypus gewachsenen und der dritten Kronenschicht entsprechenden Fichte während einer Zeit von 85 Jahren dar. Bezeichnend für die Linie ist ein unregelmässiger und nicht vorherzusagender, sägeblattförmiger Verlauf.

Es ist natürlich, dass die Zuwachszahl eines einzelnen Jahres eine verhältnismässig geringe Bedeutung hat, wenn man nicht weiss, wieviel und in welcher Richtung sie von dem durchschnittlichen Wert abweicht. Dieses und die schwierige Messbarkeit des einzelnen Jahreszuwachses sind die hauptsächliche Ursache dafür, dass man an Stelle des Jahreszuwachses den durchschnittlichen Zuwachs mehrerer, gewöhnlich den von 5 oder 10 jährigen Perioden misst und darstellt.

Unter aussergewöhnlichen Witterungsverhältnissen kann der Jahresring sehr dünn bleiben oder es können sich zur gleichen Wachstumszeit mehrere sog. Scheinringe bilden. Die sachgemässe Beachtung dieser ist jedoch eine Messtechnische Bewerkstelligung.

Ausser den jährlichen Schwankungen des Klimas verursachen seine periodischen Schwankungen eine entsprechende Veränderung der Zuwachsgrösse (näheres z. B. Ording 1940—41, Näslund 1944,



Zeichnung Nr. 2. Jährlicher Kreisflächenzuwachs eines einzelnen Baumes (das Beispiel entstammt dem die Hauungsreaktion veranschaulichenden Material von Mikola 1950, S. 90).

Eklund 1944 und Mikola 1950). Die durchschnittlich günstigeren und ungünstigeren Wachstumszeiten treten in Gruppen auf und diesen entsprechend zeigen die Zuwachskurven Wellenform. Dieses verursacht grosse Schwierigkeiten, wenn die Ergebnisse von zu verschiedenen Zeiten angestellten Zuwachsuntersuchungen miteinander verglichen werden.

Wenn aus einem geschlossenen Bestand entweder durch Hauung oder durch Naturschaden ein Teil entfernt wird, so werden hierdurch für die zurückbleibenden Bäume Wachstumsfaktoren frei, was eine Ansteigen des Zuwachses zur Folge hat. Die aufeinanderfolgenden Hauungen verursachen eine wellenförmige Kreisflächenzuwachskurve, deren Steilheit vom Ausmass der Hauungen abhängig ist. Der schroffe Wechsel des Kreisflächenzuwachses bedeutet als solcher keinen entsprechenden Wechsel der Massenzunahme, denn der Stärkezuwachs, der sich an die Verhältnisse nach der Hauung anpasst, beginnt in intensivster Form im Wurzelende des Schaftes und breitet sich allmählich ausgleichend über den ganzen Schaft aus (von einheimischen Untersuchungen z. B. Lehto 1948, Tiihonen 1951, Sirén 1952 und Nyyssönen 1952). Die Zeichnung Nr. 2 zeigt eine typische durch starke Abholzung hervorgerufene Reaktion des Kreisflächenzuwachses.

Entwässerung, Versumpfung und andere Faktoren, die die Wachstumsbedingungen entweder verbessern oder verschlechtern, verursachen direkte Veränderungen der Zuwachsgrösse. Falls die Veränderung der Wachstumsbedingungen eine periodische ist, verursacht sie auch eine periodische Zuwachsschwankung.

Unter konstanter Veränderung des Zuwachses verstehen wir hier die beständige Zu- und Abnahme des Jahreszuwachses entweder während des ganzen Lebens des Baumes oder von einem bestimmten Zeitpunkt an. So nimmt in naturnormalen oder schwach niederdurchforsteten Beständen an den günstigsten Standorten der jährliche Kreisflächenzuwachs, nachdem er seinen grössten Wert erreicht hat, mit zunehmendem Alter von Jahr zu Jahr ab.

Die äusseren Faktoren, besonders die Hauungen, verändern in hohem Masse die Entwicklung des Zuwachses. In Plenterwäldern (Knuchel 1950), auch oft in gleichaltrigen Wirtschaftsbeständen (z. B. Petrini 1948 und 1951) oder in Beständen, die plenterartigen Hauungen ausgesetzt worden sind (z. B. Nyyssönen 1952), verbessern wiederholte Hauungen die Zuwachsvoraussetzungen der im Bestand zurückbleibenden Bäume. Als eine Folge hiervon scheint der jährliche Kreisflächenzuwachs der Bäume und vor allem derjenige ihrer Masse bis zu einem recht erheblichen Alter zuzunehmen.

Die Zeichnung Nr. 2 zeigt mehrere typische Abschnitte der Grössenveränderungen des Zuwachses. In der ersten Phase ist der jährliche Kreisflächenzuwachs auf Grund des geringen Alters stark zunehmend gewesen. Danach ist er einige Zeit durchschnittlich fast unverändert geblieben (Phase 2). Während der dritten Phase erweist sich der jährliche Zuwachs auf Grund des zunehmenden Existenzkampfes zwischen den Bäumen oder auf Grund des für dieses Alter charakteristischen formverbessernden Massenzuwachses als abnehmend.

Zu Beginn der 4. Phase erfolgt im Bestand ein erster und gravierender Einschlag, der für die Wachstumsverhältnisse eine plötzliche und grundlegende Veränderung hervorruft. Dieses hatte eine kräftige, etwa acht Jahre währende Zunahme im Kreisflächenzuwachs zur Folge. Nachdem sich der Bestand geschlossen und sich der Baum den neuen Verhältnissen angepasst hatte, nahm der Jahreszuwachs wieder ab (Phase 5). Bis zum 85. Lebensjahr jedoch ging er nicht mehr auf seinen früheren kleinsten Wert vor dem Einschlag zurück. Als Gesamtheit ist der Jahreszuwachs der Kreisfläche nach dem ersten Einschlag durchschnittlich zunehmend gewesen.

2132. Der Ausgleich der Zuwachsschwankungen und das Vorsichstprinzip bei der Zuwachsberechnung.

Die Zuwachsberechnungsmethoden versuchen meistens die Zuwachsschwankungen auszugleichen und durchschnittliche Werte anzugeben. Hierbei muss man jedoch deutlich voneinander unterscheiden *die jährlichen*, ihrem Charakter nach *zufälligen Schwankungen* einerseits sowie andererseits *die periodischen Schwankungen* und *die konstante Veränderung*. Falls die jährliche Schwankung nicht den ausdrücklichen Mittelpunkt der Untersuchung darstellt, so entfernt man sie, indem man den jährlichen Zuwachs als durchschnittliches, durch Periodenmessung errechnetes Ergebnis darstellt.

Man versucht oft die durch Klima bedingten periodischen Schwankungen zu eliminieren, d.h. die Zuwachswerte dem durchschnittlichen Klima entsprechend anzupassen. Auch dieses erreicht man durch Verwendung der Periodenmessung und durch Darstellung durchschnittlicher Werte. Die Phasen der Klimaschwankungen sind jedoch so lang, dass sie nicht bei der für die eigentliche Zuwachsberechnung üblichen 5 oder 10 Jahre umfassenden Periode eliminiert werden können, sondern dass die Periode verlängert werden muss (vergl. z. B. Petrini 1948 S. 246). Aus diesem Grunde versucht man, die Zuwachswerte der verschiedenen Zeitpunkte, die die gewöhnlichen Periodenmessungen liefern, miteinander vergleichbar zu gestalten, indem man durch Spezialuntersuchungen versucht, den Zuwachswert jedes einzelnen Zeitpunktes mit dem dem durchschnittlichen Klima entsprechenden Zuwachswert zu vergleichen. So hat man z. B. die Ergebnisse der beiden Linienabschätzungen unserer Wälder miteinander verglichen (Ilvessalo 1942). Zum Gelingen setzt die Methode exakte und ihrem Inhalte nach präzise Zuwachswerte voraus.

Auch der Abgang und die Veränderungen des Standortes verursachen periodische Zuwachsschwankungen. Das Eliminieren dieser bietet teilweise ein mit dem Obigen vergleichbares Problem. Falls z.B. die Wellenform der Kreisflächenzuwachskurven nicht den speziellen Gegenstand der Untersuchung bildet, ist ein Ausgleich in den meisten Fällen zweckmässig. Diese Aufgabe wird jedoch in hohem Masse dadurch erschwert, dass solche periodischen Zuwachsschwankungen sehr eng mit den konstanten Veränderungen des Jahreszuwachses verknüpft sind, dessen Richtung und Stärke von dem durchschnittlichen Wert, den die übliche Periodenmessung liefert, nicht angegeben wird.

Wenn man zu verschiedenen Zwecken den Kreisflächenzuwachs berechnet, versucht man, die Schwierigkeiten dadurch zu beheben, dass man empirische Hypothesen über die Richtung und Stärke der Jahreszuwachsveränderungen aufstellt. Die allgemeinste Hypothese ist, dass die Kreisfläche annähernd in einer arithmetischen Reihe zunimmt, d.h. dass der jährliche Zuwachs im Verlaufe der Periode keine systematische Veränderung aufweist, oder wenn dieses doch der Fall ist, so betrachtet man sie als so klein, dass ihre Bedeutung rein theoretischer Natur ist (z. B. J o n s o n 1928 und I l v e s s a l o 1927, S. 33, 1939, S. 27 sowie 1942, S. 45). Den durchschnittlichen Zuwachs hält man also, die Jahresschwankungen eliminierend, zu jedem Jahr der Periode für annähernd dem Jahreszuwachs entsprechend. Die Hypothese lässt natürlich die Möglichkeit offen, sie in Einzel- oder Spezialfällen für ungültig zu erklären.

Andererseits ist vorausgesetzt worden, dass die Kreisfläche besonders in jungen Beständen und evtl. auch in Wirtschaftsbeständen i. allg. annähernd in geometrischer Reihe zunimmt oder dass die Differenzreihe der Jahreszuwachsbeträge ansteigend ist (z. B. P e t r i n i 1926 a, 1948, 1949 a und b usw.).

Auf den Widerspruch zwischen diesen Annahmen kommen wir noch später (S. 96) zurück. Hier mag der Hinweis genügen, dass die übliche Periodenmessung nur die jährliche Schwankung auszugleichen vermag. Der Ausgleich der periodischen Schwankungen ist eine Spezialaufgabe, für deren Erledigung die Kenntnis der Länge der Schwankungsperioden unumgänglich ist. Falls die Zuwachswerte für Wirtschaftspläne und Bilanzrechnungen verwendet werden, oder wenn man feststellen will, welchen Einfluss Hauung und Entwässerung auf den Zuwachs haben, benötigt man Methoden, die Richtung und Stärke der evtl. Jahreszuwachsveränderungen angeben.

Eine ähnliche Massnahme wie das Ausgleichen der Zuwachszahlen ist bei der Zuwachsberechnung die Befolgung *des* sog. *Vorsichtsprinzipes.* Hierunter verstehen wir, dass man zu vermeiden versucht, zu grosse und in der einen oder anderen Weise günstigere Werte als sie der Wirklichkeit entsprechen, darzustellen. Hierbei ist das Vorsichtsprinzip notwendig und bildet keinen Hinderungsgrund in dem Bestreben, die tatsächlichen Verhältnisse so exakt wie möglich zu klären. Hingegen ist es sehr fragwürdig, wenn man unter Berufung auf den Vorsichtsgrundsatz bei der Zuwachsberechnung Methoden anwendet, die zu systematischen und ihrer Grösse nach unbestimmten Unterschätzungen führen. Über diese Möglichkeit schreibt L ö n n r o t h (1919—20, S. 257) folgendes:

»Es ist nicht die Absicht, bei den Werten der Massenzuwachsprozente wie i. allg. auch bei keiner anderen Untersuchung zu unbestimmten Unterwerten zu gelangen, sondern natürlich zu so exakt richtigen, wirklichen Ergebnissen wie nur möglich, denn natürlich hat diese Schätzung ihre eigene Bedeutung, bei der gerade ihr wirklicher und nicht im Voraus unbelaubterweise und ohne Nachprüfung herabgesetzter Wert in Frage kommt.»

An die Zuwachsberechnungsverfahren müssen also folgende Forderungen gestellt werden: Sie müssen soweit möglich die jährlichen zufälligen Schwankungen ausgleichen. Die Feststellung der periodischen Scwankungen ist für viele Zwecke notwendig. Die konstante Veränderung muss meistens beachtet werden, sonst führen viele Berechnungen zu systematischen Fehlern.

2133. D a s V e r h ä l t n i s d e s B a u m z u w a c h s e s z u r V e r m e h r u n g d e s K a p i t a l s.

Da die Zinsrechnung bei der Entscheidung der Zuwachsberechnungsprobleme eine sehr wichtige Rolle spielt, ist es notwendig, den Baumzuwachs und den des Kapitals miteinander zu vergleichen. Es wäre vor allem ungenau, sie einander gleichzustellen. Die grösste Gefahr liegt jedoch darin, dass die elastischen und viel verwandten Methoden der Zinsrechnung und ihre rechnerische Mühelosigkeit leicht dazu verführen, den Unterschied zwischen dem Zuwachs des Baumes und dem des Kapitals zu vergessen. Die mechanische Verwendung der Zinsrechnung bei der Zuwachsberechnung führt offensichtlich zu Fehlern.

Das Geldkapital kann man in zwei Haupttypen teilen, in Bankdepositionen und in Kapitalanlagen in Geschäftsunternehmen, sowie deren Vermehrung durch einfachen Zins oder nach dem Gesichtspunkt des Zinseszins.

Für die Bankguthaben bezeichnend ist, dass sie längere Zeit hindurch nach einem unveränderten Prozentsatz steigen. Bei der einfachen Vermehrung trägt das Kapital ein Jahr lang Zinsen, wonach die Zinsen vom Kapital getrennt werden. Das Kapital wächst wieder ein Jahr lang und wiederum wird der Zins vom Kapital getrennt und so fort. Dieses bedeutet, dass die jährlichen Zinsen abgehoben werden und das wachsende Kapital unverändert gespart wird. Da die Zinsen gewissermassen einen vom Kapital getrennten Teil ausmachen, kann man hier z.B. nach den Ansichten S c h i f f e l s (1910) nicht einmal von Anfangs- und Endwerten der Periode sprechen.

Wächst das Bankguthaben Zins um Zins, so wird der Zins z.B. nach dem Verlauf eines jeden Jahres dem Kapital als wachsende Grösse zugefügt. Während der Prozentsatz unverändert bleibt, ist die Entwicklung des Kapitals eine geometrisch ansteigende Reihe, bei der wir für eine beliebige Periode den Anfangs- und Endwert trennen können.

Der Zins der Bankguthaben ist direkt abhängig von der Grösse des Kapitals und von dem Zinsfuss. Da die Grösse des Prozentes durch die äusseren Faktoren der Sparmassnahmen bestimmt wird, kann man das Prozent als einen Faktor betrachten, der teilweise den Zinsfuss bestimmt. Oben ist angenommen, dass das Prozent wenigstens für bestimmte Perioden eine Konstante ist. Falls es sich von einem Jahr zum anderen verändert, können wir von einem kombinierten Zuwachs des einfachen Zins und Zinseszins sprechen (vergl. Levaković 1923).

Der Gewinn eines in Geschäftsunternehmen gesteckten Kapitals ist nicht der gleiche als der Zins eines Kapitals. Für die Rentabilität des Kapitals eines Unternehmens ist bezeichnend, dass sie von der Effektivität des Unternehmens abhängig ist. Das Rentabilitätsprozent ist das Verhältnis des jährlichen Gewinnes zum Kapital. Der Prozentsatz kann jährlich wechseln und er tritt nicht als Renten hervorrufender Faktor auf. Falls das Kapital unverändert bleibt, handelt es sich um das kombinierte Wachsen der einfachen Zinsen. Wird der Gewinn dem Kapital einverleibt, so sprechen wir vom kombinierten Zinseszinszuwachs.

Bei der Vermehrung von Geldkapital setzt man voraus, dass jedes seiner Elemente wächst. Ferner kann man die Elemente des Kapitals und die der Zinsen nicht voneinander unterscheiden, sie sind einander gleichwertig.

Der Baumeszuwachs unterscheidet sich darin von dem Zuwachs des Kapitals, dass der Jahresring nicht ein Ergebnis des Zuwachses eines jeden seiner in der Kreisfläche bleibenden Elemente ist. Der Jahreszuwachs steht nicht in demselben Abhängigkeitsverhältnis zu der Grösse seines Ursprungwertes wie der Zins zu dem Kapital. Der frühere Baumeszuwachs verursacht keinen weiteren Zuwachs und das Zuwachsprozent ist nicht im geringsten einen Zuwachs erzeugender Faktor. Der Zuwachs des einzelnen Baumes kann nicht so von seinem Ursprungswert getrennt werden, dass dieser als wachsende Grösse zurückbliebe. Dem Jahreszuwachs kommt nur dann Verwendungswert zu, wenn er sich fest an den Ursprungswert anschliesst.

Der jährliche Baumeszuwachs ist ein biologisches Ergebnis zahlreicher Wachstumsfaktoren und das Zuwachsprozent dessen Verhältnis zu einer geeigneten Vergleichsgrösse, zu welcher man bei dieser Arbeit

den Anfangswert der wachsenden Grösse gewählt hat. Da die Vergleichsgrösse von Jahr zu Jahr wächst, wird das Zuwachsprozent i. allg. bei zunehmendem Alter kleiner. Während einer nach Gutdünken gewählten Messungsperiode kann man die Abnahme des Zuwachsprozentes längst nicht immer als zutreffend betrachten (vergl. Nyyssönen 1952). Charakteristisch für das jährliche Zuwachsprozent ist eine unbestimmte Schwankung.

Die wachsende Grösse des Baumes ist ein z.T. wachstumsbedingender Faktor. Dieses bedeutet, dass, solange Wachstumsfaktoren reichlich zur Verfügung stehen und der Baum nicht zu alt und nicht zu gross ist, der Zuwachs und die Vergrösserung der Kambiumschicht den Zuwachswert erhöhen. So vergrössert in einem Jungwuchsbestand der Zuwachs während einiger Zeit zunehmend den Zuwachs.

Da der Jahresring um den Anfangswert herum bestehen bleibt und somit einen Teil des Anfangswertes des folgenden Jahres ausmacht, betrachtet man den Zuwachs in der Literatur meistens als einen Zinseszinszuwachs. Eine weitere Möglichkeit wäre, den Zuwachs mit der einfachen Zinsbildung zu vergleichen, bei der das zinsentragende Kapital unverändert ist. Der Nutzeffekt dieses Vergleiches liegt zunächst in der Berechnung des Näherungswertes des Zuwachsprozentes nach den Ergebnissen der Periodenmessung und in der Zuwachsprognose. Das Zuwachsprozent erhält man leicht aus den Endwerten der Periode, wenn entweder der jährliche Zuwachs oder das jährliche Zuwachsprozent während der Periodenzeit als unverändert vorausgesetzt wird. Beide Voraussetzungen sind jedoch dem Wesen des wahren Zuwachses fremd. Hauptsächlich in geldwirtschaftlicher Hinsicht ist oben ein kombinierter Zinseszinszuwachs für den Baumeszuwachs dargestellt (vergl. Levaković 1923).

Das Gesagte bezieht sich nur auf den Zuwachs des einzelnen Baumes. Im Bestand ist das Verhältnis zwischen wachsender Grösse und Zuwachs ein anderes (S. 81).

22. Berechnung des durchshnittlichen Zuwachses der Periode.

Den durchschnittlichen Zuwachs der Messungsperiode erhält man, wenn man die Kreisfläche zu Beginn und am Ende der Periode misst oder wenn man den Zuwachs um eine Periodenlänge rückwärts prüft. Den Zuwachs der Kreisfläche kann man untersuchen, indem man entweder den Zuwachs ihres Umfanges, ihres Durchmessers oder ihres Radius misst.

Mit dem Durchmesser d und dem Radius r als Argumente ist der durchschnittliche Kreisflächenzuwachs:

$$\frac{g_n - g_0}{n} = \frac{\pi}{n} \cdot (r_n^2 - r_0^2) = \frac{\pi}{4n} \cdot (d_n^2 - d_0^2)\,.$$

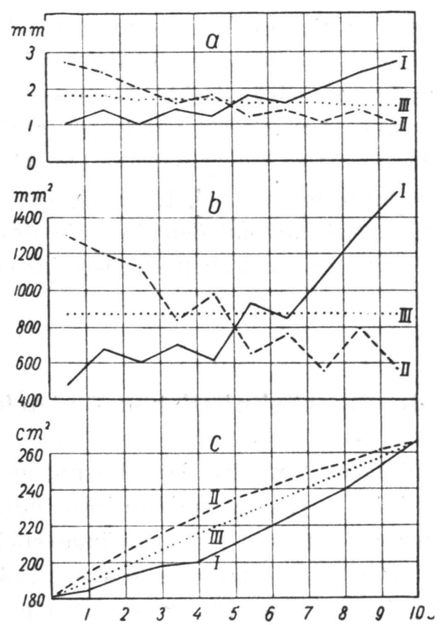
Da die Summe:

$$\varDelta g_1 + \varDelta g_2 + \cdots + \varDelta g_n = g_n - g_0\,,$$

so ist der durchschnittliche Zuwachs das arithmetische Mittel der Flächen der Jahresringe:

$$\frac{\varDelta g_1 + \varDelta g_2 + \cdots + \varDelta g_n}{n} = \frac{g_n - g_0}{n}\,. \tag{18}$$

In der Zeichnung Nr. 3 sind drei Möglichkeiten des jährlichen Zuwachses des Kreisflächenradius und der Kreisfläche, sowie die Entwicklung der letzteren während einer Messungsperiode von 10 Jahren zu sehen. Die I. Möglichkeit zeigt eine durchschnittliche Zunahme des jährlichen Kreisflächenzuwachses während der Periode, die II. einen abnehmenden und die III. einen unveränderten Zuwachs. Im I. Fall ist der Zuwachs des Radius ansteigend, in den übrigen Fällen abnehmend, auch im III., denn der Kreisflächenzuwachs ist direkt proportional dem Quatrad des Radialzuwachses.



Zeichnung Nr. 3. a. Jährlicher Radialzuwachs. b. Jährlicher Kreisflächenzuwachs c. Entwicklung der Kreisfläche.

Der durchschnittliche Kreisflächenzuwachs ist in allen Fällen der gleiche, 872.4 mm². Der durchschnittliche Zuwachs kommt dem jährlichen Zuwachs in der Periodenmitte am nächsten.

23. Berechnung des durchschnittlichen Zuwachsprozentes der Periode.

231. *Das Zinseszinsprozent als durchschnittliches Zuwachsprozent.*

Die früheren Forstmathematiker, wie Pressler (1868) und Kunze (1873) hielten das Zinseszinsprozent

$$p = 100 \cdot \left(\sqrt[n]{\frac{g_n}{g_0}} - 1\right) \tag{19}$$

für das richtige durchschnittliche Zuwachsprozent der Periode. Diese Auffassung hat sich sehr weit verbreitet und am eindeutigsten herrscht sie in Amerika vor (z. B. Gevorkiantz 1927).

Es ist offenbar, dass das Zinseszinsprozent als fertiger Begriff von der Geldwirtschaft für die Zuwachsberechnung übernommen worden ist. Die ältesten Theoretiker der Zuwachsberechnung waren bestimmt mehr mit der Mathematik und wirtschaftlichen Berechnungen vertraut als mit dem Zuwachs als einem biologischen Phänomen.

Es ist auch kein Zufall, dass das Zinseszinsprozent seine zentrale Stellung in der amerikanischen Literatur über Zuwachsberechnung beibehalten hat. Die Betrachtung der Wälder als rein geldwirtschaftliches Objekt drückt auch sein Gepräge auf die Wissenschaften, die sich mit dem Wald beschäftigen. Vom Gesichtspunkt der Einheitlichkeit aus ist es am natürlichsten, wenn man für Waldwirtschaft und Finanzwesen sich des gleichen Prozentes bedient.

Die Diskussion, die in der europäischen Literatur über das Zinseszinsprozent geführt worden ist, ist in weitestem Masse eine unfruchtbare Diskussion darüber geworden, ob der einzelne Baum oder der Bestand oder beide miteinander vermischt nach dem Grundsatz des Zinseszins wachsen oder nicht. Viel ist der mathematischen Spekulation geopfert worden in der Absicht, um jeden Preis für das Zinseszinsprozent eine nicht unbedingt einfachere, aber hinreichend exakte Formel für den Näherungswert unter Ausschluss jeglicher logarithmischer Berechnungen und Zinstabellen zu finden.

Rechnerisch ist das Zinseszinsprozent äusserst einfach. Allerdings fordert seine Lösung nach Formel (19) logarithmische Rechnungen. Da

$$(1.0p)^n = \frac{g_n}{g_0},$$

kann der Endwertfaktor $(1.0p)^n$ für geeignete Perioden tabellarisch festgelegt werden. Kennt man das Verhältnis g_n/g_0, so kann man das Prozent ohne weitere Rechnungen mit Hilfe der Tabellen bestimmen (Petrini 1926 a).

Bei Verwendung der Formel (19) wird vorausgesetzt, dass der Baum während der Periode gemäss des Zinseszinses mit festem Zinsfuss wächst. Die Entwicklung der wachsenden Grösse bildet eine ansteigende geometrische Reihe, deren aufeinanderfolgenden Glieder im Verhältnis 1.0p zu einander stehen. Der Baumeszuwachs geschieht selten in dieser Weise. Wie früher festgestellt (S. 41), kommt er einem kombinierten Zinseszinszuwachs am nächsten, bei dem der jährliche Zuwachs im Verlaufe der Periode unbestimmten Schwankungen unterworfen ist. Bei Werten, die sich auf den Normalwald beziehen (S. 107), haben wir es mit der Entwicklung einer wachsenden Grösse zu tun, die derart ist, dass dem Zinseszinsprozent keine Bedeutung zukommt.

Das Zinseszinsprozent entspricht nicht der Definition des jährlichen Zuwachsprozentes, die der Behandlung zu Grunde gelegt wurde (S. 32). Es stellt den wirklichen Jahreszuwachs nur dann in ein prozentuales Verhältnis zu seinem Anfangswert, wenn die wachsende Grösse eine ansteigende geometrische Reihe bildet.

Die Bedeutung des Zinseszinsprozentes wird später deutlich (S. 60), wo es als Näherungswert für Petrinis Prozent Anerkennung findet. Es findet auch Verwendung für die Entscheidung vieler theoretischer und praktischer Probleme, denn es passt sich Dank seiner Struktur geschmeidig komplizierten mathematischen Entwicklungen an (Petrini 1948, S. 104—106).

2311. Die Formel für den Näherungswert des Zinseszinsprozentes.

In der Absicht, die Verwendung von Logarithmentafeln zu vermeiden und die Berechnung des Zinseszinsprozentes bei Forstabschätzungsaufgaben zu ermöglichen, ist eine Anzahl sog. Näherungswertformeln des

Zinseszinsprozentes entwickelt worden. Das Grundprinzip der meisten Näherungswertformeln ist folgendes:

Da das Prozent des Rabattypes (11) zu grosse und das Prozent des Diskonttypes (12) zu kleine Werte liefert, vergrössert man die Vergleichsgrösse des Rabattypes oder verkleinert die Vergleichsgrösse des Diskonttypes in verschiedener Art so, dass man möglichst nahe an das wirkliche Prozent herankommt. Die am häufigsten angewandte Methode zur Veränderung der Vergleichsgrösse besteht darin, zu dem Anfangswert der Periode Vielfache des durchschnittlichen Zuwachses zuzufügen (oder vom Endwert abzuziehen), obwohl die Formeln nicht immer so einfach abzuleiten sind. Bei der Entwicklung der Näherungswertformeln wurde eine möglichst grosse Genauigkeit und ein möglichst einfaches mathematisches Verfahren angestrebt. Mit zunehmender Genauigkeit wird die Formel i.allg. komplizierter.

Presslers Prozent als Näherungswert des Zinseszinsprozentes. Die bekannteste unter den Näherungswertformeln des Zinseszinsprozentes ist die Presslersche Formel (Pressler 1868):

$$p = \frac{200}{n} \cdot \frac{g_n - g_0}{g_0 + g_n}. \tag{20}$$

Ihre Ableitung ist laut Pressler eine äusserst einfache: Der Anfangswert der Periode ist g_0 und der Endwert g_n. Die Differenz dieser durch die Anzahl der Periodenjahre dividiert ergibt den durchschnittlichen Jahreszuwachs. Die Summe von Anfangs- und Endwert durch 2 dividiert ergibt den durchschnittlichen »Jahreswert». Das prozentuale Verhältnis des durchschnittlichen Zuwachses zu dem durchschnittlichen Jahreswert ist »eine gut anwendbare Näherungswertformel» zur Berechnung des durchschnittlichen Zuwachsprozentes. Letztgenannte ist laut Pressler das Zinseszinsprozent.

In der Literatur gibt es voneinander abweichende Ansichten darüber, ob Presslers Formel der einfachen Zinsformel oder der Zinseszinsformel näher steht. Baule (1906) hat einen Beweis durchgeführt, der »unanfechtbar beweist», dass Presslers Formel ihrem Grundwesen nach eine Zinseszinsformel ist. Die Ableitung ist durch Unterbrechung geeigneter Reihenentwicklung der Zinseszinsberechnung erfolgt. Jedoch kann man, wie Levaković (1923, S. 210) hervorhebt, an Hand der Reihenbildung des Endwertes ebenso stichhaltig nachweisen, dass auch die Formel des Endwertes der einfachen Zinsberechnung

$$g_n = g_0 \cdot \left(1 + \frac{np}{100}\right)$$

ihrem Wesen nach am ehesten eine Zinseszinsformel ist, denn man erhält sie durch Unterbrechung einer Reihenbildung des Endwertes der Zinseszinsberechnung:

$$g_n = g_0 \cdot \left(1 + \frac{n}{1} \cdot 0.0p + \frac{n\,(n-1)}{1 \cdot 2} \cdot 0.0p^2 + \frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 0.0p^3 + \cdots\right)$$

Nach dem gleichen Prinzip könnte man »beweisen», dass auch das Zinseszinsprozent ein Prozent der einfachen Zinsberechnung ist.

In Presslers Formel sind zur Erlangung des Vergleichswertes zum Anfangswert der Periode n/2 der durchschnittlichen Zuwachswerte hinzugeführt worden. Diese Summe ist ebenso gross wie der Durchschnittswert der Anfangs- und Endwerte der Periode.

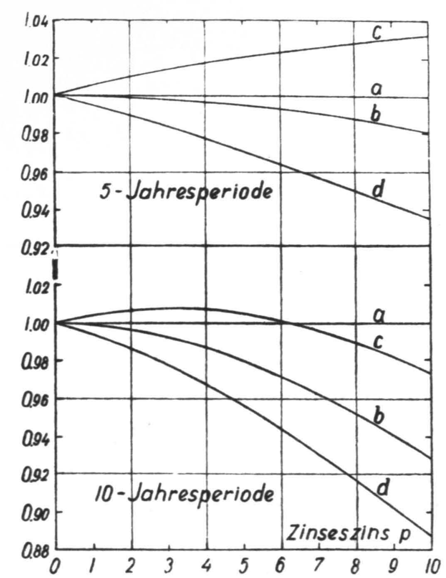
Auf die mathematische Struktur der Vergleichsgrösse kommen wir noch einmal im Zusammenhang mit den Näherungswerten von Petrinis Prozent zurück (S. 55).

Von den Näherungswertformeln des Zinseszinsprozentes ist Presslers Formel die einfachste, aber ihre Genauigkeit nimmt bei wachsendem Prozentsatz und zunehmender Periodenlänge schnell ab und ihr Wert ist stets geringer als das Zinseszinsprozent (vergl. Ilvessalo 1916, S. 37). In der Zeichnung Nr. 4 werden das Zinseszinsprozent und Presslers Prozent für Messungsperioden von 5 und 10 Jahren bei einem Zinseszinssatz von 0—10 graphisch dargestellt. Wenn bei Verwendung einer 10 jährigen Periode das Zinseszinsprozent z.B. 6 beträgt, so errechnet sich für dieselben Anfangs- und Endwerte das Presslersche Prozent zu $0.944 \times 6 = 5.664$. Aus den Kurven sieht man unmittelbar, wie die Exaktheit der Näherungswerte bei ansteigendem Prozent abnimmt.

Kunzes Prozent als Näherungswert des Zinseszinsprozentes. — Kunze (1873) hat die nach ihm benannte Formel

$$p = 200 \cdot \frac{g_n - g_0}{(n+1)\,g_0 + (n-1)\,g_n} \tag{21}$$

von der Reihenentwicklung der Zinseszinsberechnung abgeleitet. Er stellt fest, dass er eine Näherungswertformel des Zinseszinsprozentes bekommen



Zeichnung Nr. 4. Relative Werte einiger Prozente. a. Zinseszins p (= 1.0.) b. Kunzes p c. Levakovićs p d. Presslers p.

hat, die exaktere Werte liefert als Presslers Formel. Die Vergleichsgrösse in Kunzes Formel ist kleiner als die in Presslers Formel und deshalb sind die Prozente grösser und kommen dem Zinseszinsprozent näher. Zur Erlangung der Vergleichsgrösse müssen hier zum Anfangswert $\frac{n-1}{2}$ durchschnittliche Zuwachswerte hinzugezählt werden, während es in Presslers Formel n/2 sind (vergl. Levakovic 1923, S. 231).

In der Zeichnung Nr. 4 sehen wir die Genauigkeit des Kunzeschen Prozentes als Näherungswert des Zinseszinsprozentes. Es ist immer kleiner als das Zinseszinsprozent. Bei Verwendung einer Messungsperiode von 5 Jahren ist es verhältnismässig exakt bei den gewöhnlichsten Zuwachsprozenten (2—6). Seine Genauigkeit nimmt bei einer 10 Jahresperiode mit steigendem Prozent schnell ab. Kunzes Prozent ist deutlich exakter als Presslers Prozent, rechnerisch jedoch umständlicher.

Merkers Prozent als Näherungswert des Zinseszinsprozentes. — Merker (1911) beginnt die Ableitung seiner Formel mit dem Hinweis, dass, da die Vergleichsgrösse in Presslers Formel zu gross ist, der Gedanke naheliegt, sie durch eine kleinere zu ersetzen. Eine solche bildet das geometrische

Mittel der Anfangs- und Endwerte, $\sqrt{g_n \cdot g_0}$, das kleiner ist als ihr arithmetisches Mittel. Unterbricht man die Reihenbildung der Gleichung

$$\frac{g_n - g_0}{n} : \sqrt{g_n \cdot g_0} = p : 100$$

so bekommt man Merkers Formel:

$$p = \frac{50}{n} \cdot \frac{(g_n - g_0) \cdot (g_n + g_0)}{g_n \cdot g_0}. \tag{22}$$

Die Ergebnisse, die diese Formel liefert, und die sowohl zu klein als auch zu gross sein können, sind laut L e v a k o v i č (1923, S. 232) ungenauere Näherungswerte des Zinseszinsprozentes als Kunzes Prozent. M e r k e r selbst misst seiner Formel nur rein theoretische Bedeutung zu.

Levakovičs Prozent als Nährungswert des Zinseszinsprozentes. — L e v a k o v i č (1923) hat seine Näherungswertformel

$$p = 200 \cdot \frac{g_n - g_0}{(n + 2)\, g_0 + (n - 2)\, g_n} \tag{23}$$

abgeleitet, indem er zur Berechnung des Vergleichwertes dem Anfangswert $\frac{n-2}{2}$ durchschnittliche Zuwachswerte hinzufügte.

Aus der Zeichnung Nr. 4 S. 47 sehen wir, dass Levakovičs Prozent bei einer 5 Jahresperiode grösser ist als das entsprechende Zinseszinsprozent, als dessen Näherungswert es deutlich ungenauer ist als Kunzes Prozent. Es ist genauer als Presslers Prozent.

Bei Verwendung einer 10 jährigen Periode ist Levakovičs Prozent grösser als das Zinseszinsprozent, falls dieses zwischen 0—6.2 liegt. Falls das Zinseszinsprozent grösser ist als 6.2, so ist Levakovičs Prozent kleiner. Liegt das Zinseszinsprozent zwischen 0—3, so ist Kunzes Prozent ein genauerer Näherungswert als Levakovičs Prozent. Erst für grössere Zinseszinsprozente erhält man mit Levakovičs Formel die exaktesten Näherungswerte.

2312. Beurteilung der Näherungswerte des Zinseszinsprozentes.

Der ursprüngliche Zweck der Aufstellung der Näherungswertformeln für das Zinseszinsprozent bestand — wie bereits gesagt — darin, die Prozentberechnung insofern zu erleichtern, als man die Verwendung von Logarithmen ausschloss. Als Grund für den grossen Umfang der Literatur, die sich mit den Näherungswertformeln beschäftigt, muss auch ein Liebäugeln mit mathematischen Spekulationen angesehen werden und die Neigung, die Fähigkeit des Mannes der Praxis, mit dem Zinseszinsprozent umzugehen und zu lernen, Zinstabellen zu verwenden, zu unterschätzen. Wenn man die gleiche Mühe der Ausarbeitung geeigneter Prozentsatztabellen und der Verallgemeinerung ihrer Verwendbarkeit zugewandt hätte, wäre man heute sicherlich in dieser Hinsicht weiter.

Die Berechnung des Zinseszinsprozentes setzt nur die Berechnung des Verhältnisses g_n/g_0 voraus, das das gleiche ist wie der Endwertfaktor $(1.0p)^n$, wobei das Prozent Tabellen entnommen werden kann. Hierbei bekommt man das Zinseszinsprozent exakt und bei weitem einfacher als wenn man Presslers, Kunzes, Merkers oder Levakovics Formel kennt, sowie die von ihnen angegebene Genauigkeit der Näherungswerte für verschieden grosse Prozente und verschieden lange Perioden, ferner die Durchführung der mühsamen Rechenoperationen, die die Formeln in den einzelnen Fällen erfordern (vergl. P e t r i n i 1926 a). Nur Presslers Formel kann zur Verwendung in solchen Fällen empfohlen werden, in denen Zinseszinstabellen nicht vorhanden sind und wo man sich ein ungefähres Bild von der Grösse des Zinseszinsprozentes machen will.

232. *Schiffels Reihenmethodenprozent als durchschnittliches Zuwachsprozent.*

Schiffels Reihenmethode (S c h i f f e l 1910 und L e v a k o v i č 1923) muss als Stellungnahme gegen das Rabattprozent des einfachen Zinsfusses (11) und gegen die Gleichstellung dieses Zinsfusses mit dem durchschnittlichen Zuwachsprozent angesehen werden. S c h i f f e l (1910, S. 10) selbst schreibt: »Bei dieser Methode der Berechnung des Zuwachsprozentes ist von der Art des Zuwachsganges während der Periode gar keine Rede. . . .»

S c h i f f e l begründet dieses damit, dass der jährliche Zuwachs des Baumes nicht von der Ganzheit gelöst werden kann, so wie die Zinsen vom Kapital und dass man ihn mit keinem anderen als dem Anfangswert des gleichen Jahres in ein prozentuales Verhältnis stellen darf. Dieses trifft auch zu — jedoch unter dem Vorbehalt, dass, wenn die wachsende Grösse sich in arithmetischer Reihe entwickelt, das Rabattprozent des einfachen Zinsfusses das Zuwachsprozent des ersten Periodenjahres liefert.

Nach Schiffels Reihenmethode werden alle jährlichen Zuwachsprozente berechnet. Ihr arithmetisches Mittel ergibt das durchschnittliche Zuwachsprozent der Periode:

$$p_{j1} = 100 \cdot \frac{\Delta g_1}{g_0};\ p_{j2} = 100 \cdot \frac{\Delta g_2}{g_1};\ \cdots\ p_{jn} = 100 \cdot \frac{\Delta g_n}{g_{n-1}};$$

$$p = \frac{p_{j1} + p_{j2} + \cdots + p_{jn}}{n}. \tag{24}$$

Das Reihenmethodenprozent zeigt laut Schiffel jeden jährlichen Zuwachs ausdrücklich als physiologisches Phänomen. Da das jährliche Prozent schwankt, muss das durchschnittliche Prozent als arithmetisches Mittel der jährlichen Prozente aufgefasst werden. Der Vorzug dieser Methode liegt, wie Schiffel und Levaković betonen, darin, dass die Stärke der Schwankungen oder der systematischen Veränderung der Jahresprozente auf die Grösse der durchschnittlichen Prozente keinen nennenswerten Einfluss ausübt.

Aus besagten Gründen ist Levaković der Ansicht, dass Schiffels Idee hinsichtlich der Berechnung des durchschnittlichen Prozentes »... theoretisch die richtigste, ja allein richtig ist» ..... »Mit dieser zwar einfachen, aber in dem vorliegenden Gegenstand von niemand früher vorgebrachten Idee hat Schiffel jedenfalls einen mächtigen Grundstein zur — kann man sagen — theoretisch einwandfreien Lösung aller hieher gehörigen Probleme gelegt.» (1923, S. 215). Levakovic benutzt das Reihenmethodenprozent als Grösse, die er zu ihrer Beurteilung mit den Prozenten vergleicht, die die anderen Formeln liefern.

Bei der Beurteilung des Reihenmethodenprozentes muss gleich zu Beginn eine Merkwürdigkeit festgestellt werden. Der Methode wird als Vorteil angerechnet, dass die Schwankung der jährlichen Prozente oder ihre Veränderung nicht nennenswert die Grösse des durchschnittlichen Prozentes beeinflussen. Unabhängig davon, ob der jährliche Zuwachs während der Periode systematisch zu- oder abnehmend ist, beeinflusst dieses die Grösse des Reihenmethodenprozentes verhältnismässig wenig und zwar so, dass bei Zunahme des jährlichen Zuwachses das Reihenmethodenprozent kleiner ist als bei Abnahme des jährlichen Zuwachses (vergl. Petrini 1926 a).

Falls man an Hand des durchschnittlichen Prozentes bestrebt ist, die Effektivität des Wachstumsphänomenes darzustellen, muss die systematische Veränderung der jährlichen Zuwachswerte auch in dem durchschnittlichen Zuwachsprozent zum Ausdruck kommen. Falls die jährlichen Zuwachsbeträge ansteigen, handelt es sich um eine intensivere Zuwachsform als wenn die Jahreszuwachswerte abnehmen. Dieses müsste sich so zeigen, dass das durchschnittliche Prozent bei ansteigenden jährlichen Zuwachswerten grösser wäre und nicht umgekehrt, wie das Reihenmethodenprozent zeigt.

Das durchschnittliche Zuwachsprozent muss am genauesten dem Näherungswert des jährlichen Prozentes der Periodenmitte entsprechen, denn nur dann ist die Stellung des durchschnittlichen Prozentes hinsichtlich des Alters der wachsenden Grösse exakt anzugeben. Auch in dieser Hinsicht ist das Reihenmethodenprozent nicht das beste von allen.

Wenn man die zentrale Bedeutung des Zinseszinszuwachses in der Theorie der Zuwachsberechnung berücksichtigt, kann man folgenden Gedanken nicht ausser Acht lassen: Ein Grund, das Reihenmethodenprozent bei der Entscheidung der Zuwachsberechnungsprobleme als Grundstein zu betrachten, ist der, dass die Reihenmethode ungeachtet der Schwankungen und der Veränderungen im Jahreszuwachs annähernd dem Zinseszinsprozent entsprechende Werte liefert.

Aufstellung Nr. 1.

Wachsende Grösse			Jährlicher Zuwachs			Jährliches Zuwachs-p		
I	II	III	I	II	III	I	II	III
5.00	5.00	5.00	0.05	0.95	0.50	1.0000	19.0000	10.0000
5.05	5.95	5.50	0.15	0.85	0.50	2.9703	14.2957	9.0909
5.20	6.80	6.00	0.25	0.75	0.50	4.8077	11.0294	8.3333
5.45	7.55	6.50	0.35	0.65	0.50	6.4220	8.6093	7.6923
5.80	8.20	7.00	0.45	0.55	0.50	7.7586	6.7073	7.1429
6.25	8.75	7.50	0.55	0.45	0.50	8.8000	5.1429	6.6667
6.80	9.20	8.00	0.65	0.35	0.50	9.5588	3.8043	6.2500
7.45	9.55	8.50	0.75	0.25	0.50	10.0371	2.6178	5.8824
8.20	9.80	9.00	0.85	0.15	0.50	10.3659	1.5306	5.5556
9.05	9.95	9.50	0.95	0.05	0.50	10.4972	0.5025	5.2632
							$\frac{\sum_1^n p_j}{n}$	
10.00	10.00	10.00				7.2248	7.3230	7.1877

Das Reihenmethodenprozent gibt kein zufriedenstellendes Bild vom Wesen des Zuwachses. Es steht auch nicht in Einklang mit den Grundbegriffen des hier zusammenzustellenden Systems und eignet sich nicht als Definition für das durchschnittliche Zuwachsprozent.

In der Austellung Nr. 1 sind drei von L e v a k o v i č (1923) vorgelegte Zuwachsreihen enthalten, sowie die entsprechenden Reihen für die Prozente und das arithmetische Mittel der Prozente. Die Länge der Messungsperiode beträgt 10 Jahre. Die Differenzreihe I ist ansteigend, II abfallend und III unverändert. Aus der Aufstellung sehen wir, dass das Reihenmethodenprozent der Reihe I kleiner ist als das der Reihe II und dass das Prozent in der Periodenmitte nicht sehr zuverlässig ist.

233. *Petrinis Prozent als durchschnittliches Zuwachsprozent.*

Nachdem L e v a k o v i č (1923) seine recht umfangreiche Untersuchung über die Zuwachsprozente publiziert hatte, in der er zu der Schlussfolgerung kam, dass Schiffels Reihenmethodenprozent als theoretisch gesehen richtiges durchschnittliches Zuwachsprozent anzusehen sei, erschien kurz darauf P e t r i n i s vorzügliche Untersuchung *»Tillväxtprocentens beräknande»*. (1926 a). P e t r i n i weist die Schwächen des Reihenmethodenprozentes auf und schlägt eine eigene Lösung des Problemes vor, die einen der zentralsten Begriffe dieser Untersuchung liefert. Laut P e t r i n i erhält man das richtigste Bild von dem Zuwachsgang, wenn man das mit den Anfangswerten der wachsenden Grösse gewogene Mittel der Prozente berechnet. Wenn

$$p_{j1} = 100 \cdot \frac{\Delta g_1}{g_0}\,;\; p_{j2} = 100 \cdot \frac{\Delta g_2}{g_1}\,;\ \text{u.s.w.}$$

dann ist das gewogene Mittel, d.h. das durchschnittliche Zuwachsprozent (p_d):

$$p_d = \frac{g_0 \cdot 100 \cdot \frac{\Delta g_1}{g_0} + g_1 \cdot 100 \cdot \frac{\Delta g_2}{g_1} + \cdots + g_{n-1} \cdot 100 \cdot \frac{\Delta g_n}{g_{n-1}}}{g_0 + g_1 + \cdots + g_{n-1}} = 100 \cdot \frac{\sum\limits_1^n \Delta g}{\sum\limits_0^{n-1} g}\,, \qquad (25)$$

Um den Inhalt von Petrinis Prozent zu klären, kann man ihn von Gesichtspunkten ableiten, die von den obengenannten abweichen. Der durchschnittliche Zuwachs ist an sich klar, er ist das arithmetische Mittel der Jahreszuwachswerte (18). Die Schwierigkeit liegt darin, womit man ihn zur Errechnung des durchschnittlichen Zuwachsprozentes vergleichen soll.

Im Hinblick auf die Verwendung des durchschnittlichen Zuwachsprozentes muss man daran die Anforderung stellen, dass es in der Periodenmitte annähernd zutrifft. Falls man also den Wert der wachsenden Grösse, der auf die Periodenmitte fällt, mit dem durchschnittlichen Zuwachsprozent multipliziert, muss man den durchschnittlichen, absoluten Zuwachs erhalten. Hierbei wird das durchschnittliche Zuwachsprozent so definiert, dass es möglichst exakt dem Begriff des jährlichen Zuwachsprozentes entspricht.

Das durchschnittliche Zuwachsprozent ist das prozentuale Verhältnis des arithmetischen Mittels der jährlichen Zuwachswerte zu dem Durchschnittswert der jährlichen Anfangswerte:

$$p_d = 100 \cdot \frac{\frac{\Delta g_1 + \Delta g_2 + \cdots + \Delta g_n}{n}}{\frac{g_0 + g_1 \cdots + g_{n-1}}{n}} = 100 \cdot \frac{\sum\limits_1^n \Delta g}{\sum\limits_0^{n-1} g}\,,$$

wobei

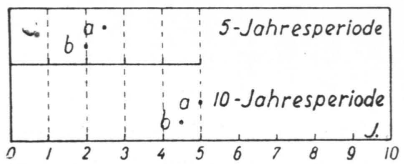
$$\sum_1^n \Delta g = g_n - g_0 \,.$$

Rechnerisch ist es das prozentuale Verhältnis des Periodenzuwachses zu der Summe der entsprechenden Anfangswerte.

Den Grundgedanken der Petrinischen Formel zur Errechnung des durchschnittlichen Prozentes aus einzelnen Prozenten hat früher, wenngleich nicht in diesem Zusammenhang, mindestens B o r g g r e v e (1888, S. 44) dargelegt.

Einer der wichtigsten Vorzüge des Petrinischen Prozentes ist der, dass es hinreichend exakt für die Periodenmitte gilt und besser als die anderen die Intensität des Zuwachsphänomenes wiedergibt. Falls die Reihe der Jahreszuwachswerte ansteigend ist, zeigt sich dieses in einem grösseren Prozent als wenn die Reihe unverändert oder abfallend ist.

Da die genaue Berechnung von Petrinis Prozent die Kenntnis eines jeden Jahreszuwachses voraussetzt, ist sie in der Praxis möglich für Spezialuntersuchungen, sowie für einige, den mathematischen Gesetzen gehorchende Zuwachsserien. Ihre Bedeutung ist somit rein theoretischer Natur, aber als solche sehr bemerkenswert. Viele andere Prozente können mit wechselnder Genauigkeit als seine Näherungswerte benutzt werden.



Zeichnung Nr. 5. Platz des durchschnittlichen Zuwachses und des Zuwachsprozentes (a) sowie der Vergleichsgrösse (b) zu den Periodenjahren.

In der Zeichnung Nr. 5 wird noch der Platz des durchschnittlichen Zuwachses, der Vergleichsgrösse und des durchschnittlichen Zuwachsprozentes im Verhältnis zur Abszisse, die die Jahre der Periode und das Alter der wachsenden Grösse angibt, dargestellt. In der Praxis können alle drei Grössen in die Periodenmitte verlegt werden, aber der theoretisch richtige Platz der Vergleichsgrösse liegt zu Beginn des Jahres, in dem sich der durschnittliche Zuwachs bildet.

2331. Kunzes Prozent als Näherungswert für Petrinis Prozent.

Falls man von der wachsenden Grösse nur die Endwerte der Messungsperiode kennt, so kann man Petrinis Prozent dann exakt ausrechnen, wenn die jährlichen Zuwachsbeträge untereinander gleichgross sind, d.h. wenn die wachsende Grösse sich als arithmetische Reihe entwickelt. Die Glieder der arithmetischen Reihe und also auch das arithmetische Mittel der jährlichen Anfangswerte können ausgerechnet werden, wenn man das erste und letzte Glied der Reihe, sowie die Anzahl der Glieder kennt. Hierbei ist der durchschnittliche und jeder jährliche Zuwachs $\frac{g_n - g_0}{n}$ und die Endwerte der Reihe sind: g_0 und $g_n - \frac{g_n - g_0}{n}$. Das arithmetische Mittel der järhlichen Anfangswerte ist:

$$\frac{g_0 + g_n - \frac{g_n - g_0}{n}}{2}.$$

Petrinis Prozent bekommt die Form:

$$p_d = 100 \cdot \frac{\frac{g_n - g_0}{n}}{\frac{g_0 + g_n - \frac{g_n - g_0}{n}}{2}} = 200 \cdot \frac{g_n - g_0}{(n+1)\, g_0 + (n-1)\, g_n}.$$

Die Formel ergibt Kunzes Prozent (21). Die Literatur hält diese für einen Näherungswert des Zinseszinsprozent darum, weil K u n z e (1873) sie durch Unterbrechung der Reihenentwicklung der Prozentrechnung erhalten hat. Mit der gleichen Berechtigung kann man jedoch das Zinseszinsprozent als einen Näherungswert von Kunzes Prozent betrachten und in dem betreffenden Sonderfall Kunzes Prozent für Petrinis Prozent halten.

Es sei erwähnt, dass L e v a k o v i č (1923, S. 231) den hier betonten mathematischen Inhalt der Kunzeschen Formel nachgewiesen hat. Er hält jedoch Kunzes Formel für eine Zinseszinsprozentformel, nicht so sehr wegen ihrer Ableitung als vielmehr aus dem Grunde, dass einem Teile der jährlichen Zuwachsbeträge dieselbe Aufgabe zugemessen worden ist wie dem Anfangswert der Periode, nämlich die Darstellung einer Vergleichsgrösse.

Wenn die klassische, die Zuwachsberechnung erleichternde Hypothese, nach der die Entwicklung der wachsenden Grösse annähernd eine arithmetische Reihe bildet, zuträfe, so gäbe Kunzes Formel ein theoretisch exakt richtiges, durchschnittliches Zuwachsprozent. Falls die jährlichen Zuwachswerte zunehmend sind, so ist Kunzes Prozent kleiner als Petrinis, bei abnehmenden Jahreszuwachsbeträgen wiederum ist es grösser (vergl. S. 62).

2332. Presslers Prozent als Näherungswert für Petrinis Prozent.

Ihrer Form nach ähnlich, aber rechnerisch einfacher als Kunzes Formel ist Presslers Formel (vergl. S. 45):

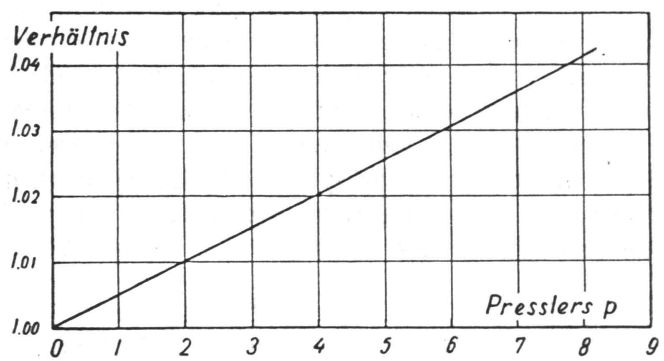
$$p_d = \frac{200}{n} \cdot \frac{g_n - g_0}{g_0 + g_n},$$

Sie entspricht Kunzes Formel in dem System, wo die Definition des jährlichen Zuwachsprozentes ist (vergl. L ö n n r o t h 1919—20, S. 251 und P e t r i n i 1926 a):

$$p_j = 200 \cdot \frac{\Delta g}{g_1 + g_0}.$$

In dem bei dieser Untersuchung entwickelten System ist der Vergleichswert der Presslerschen Formel zu gross. Falls die wachsende Grösse sich in arithmetischer Reihe entwickelt und falls n die Zahl der Jahre der Periode und somit die Zahl der dazu gehörenden Anfangswerte der wachsenden Grösse ist, so ist die Vergleichsgrösse der Presslerschen Formel das arithmetische Mittel der Anfangswerte, von denen es $n + 1$ Stück gibt. Die richtige Bezeichnung für die Vergleichsgrösse der Presslerschen Formel wäre durchschnittlicher Halbjahreswert. Es ist das arithmetische Mittel einer Reihe mit n Gliedern, wenn die Glieder der Reihe Mittelwerte der järhlichen Anfangs- und Endwerte darstellen.

Wenn die Entwicklung der wachsenden Grösse eine arithmetische Reihe darstellt, ist Presslers Prozent kleiner als das wahre Prozent. Da sowohl Presslers als auch Kunzes Prozent an Hand der gleichen Anfangs- und Endwerte berechnet wird, kann man, wenn das eine bekannt ist, das andere berechnen, ohne die betreffenden Anfangs- und Endwerte zu benutzen (vergl. Petrini 1948, S. 102).



Zeichnung Nr. 6. $\frac{\text{Kunzes p}}{\text{Presslers p}}$

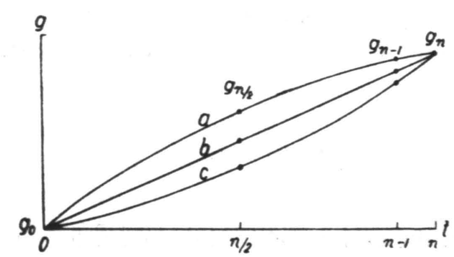
Das für eine 10 Jahresperiode berechnete Presslersche Prozent kann auch an Hand der Zeichnung Nr. 6 in ein Kunzesches umgeformt werden. Aus der Zeichnung geht hervor, wie sich Kunzes Prozent bei gleichbleibenden Anfangs- und Endwerten zu dem Prozent Presslers verhält. Auf der Abszisse finden wir die Werte für Presslers Prozent zwischen 0—9 und auf der Ordinate das entsprechende Verhältnis. Wenn Presslers Prozent z.B. 6 beträgt, kann es durch Multiplikation mit dem Näherungsverhältnis 1.031 in ein Kunzesches umgeformt werden.

Als Näherungswert für Petrinis Prozent ist Presslers Prozent meistens zu klein. Bei abnehmendem Jahreszuwachs gibt es in einigen Fällen annähernd richtige Werte (vergl. S. 62).

2333. Schuberts Prozent als Näherungswert für Petrinis Prozent.

Falls man nur die Endwerte der Messungsperiode kennt, weiss man nichts über evtl. Veränderung des Jahreszuwachses. Die Veränderung des Jahreszuwachses kann man durch Messung der wachsenden Grösse in der Periodenmitte prüfen. Wenn es sich um die Kreisfläche handelt, ist der Anfangswert der Periode g_0, der Mittenwert $g_{n/2}$ und der Endwert g_n. Die Zeitspannen zwischen 0 — n/2 und n/2 — n werden Halbperioden genannt. Ein anwendbares Verfahren zur Errechnung der Näherungswerte für Petrinis Prozent an Hand des Mittenwertes scheint Schuberts Formel zu bieten (Schubert 1888).

Schubert nimmt als Ausgangspunkt das absolute Zuwachsprozent und behandelt die wachsende Grösse als Zeitfunktion. In dem rechtwinkligen Koordinatensystem der Zeichnung Nr. 7 ist die Entwicklung der Kreisfläche g als Funktion der Zeit t in Form von 3 Möglichkeiten abgebil-



Zeichnung Nr. 7.

det. Der Zuwachs der Zeiteinheit nimmt ab (a), verbleibt unverändert (b) und nimmt zu (c), während der n-jährigen Periode. Schubert bestimmt das Zuwachsprozent an Hand der Formel:

$$p = 100 \cdot \frac{\frac{dg}{dt}}{g}, \tag{26}$$

Ferner

$$g_n - g_0 = \frac{1}{100} \cdot \int_0^n p \cdot g \cdot dt.$$

Falls p während der Periode konstant ist, so

$$p = 100 \cdot \frac{g_n - g_0}{\int_0^n g \cdot dt}. \tag{27}$$

Wenn die Entwicklung der Kreisfläche von g_0 bis g_n eine arithmetische Reihe ist (b), so gibt die Fläche des Dreiecks $g_0 g_n n$ ein bestimmtes Integral $\int_0^n g \cdot dt$. Eine der Möglichkeit (a) entsprechende Fläche erhalten wir, wenn wir die Seite $g_0 g_n$ des Dreiecks durch einen nach oben gewölbten Bogen ersetzen und in Möglichkeit (c) erhält man die Fläche, indem man die gleiche Seite gegen einen nach unten gewölbten Bogen austauscht. Die genannten Flächen sind graphische Bilder des Bestimmten Integrals $F_n = \int_0^n g \cdot dt$. Falls man für die Funktion $g = f(t)$ annähernd die Form einer Parabel 2. Grades voraussetzt und falls man den Wert der Funktion in der Periodenmitte ($g_{n/2}$) kennt, bekommt man den Wert für F_n. Hieraus folgt ohne Fortsetzung der Schubertschen Ableitung die Simpsonsche Formel:

$$F_n = \frac{n}{6} \cdot (g_0 + 4g_{n/2} + g_n) \cdot$$

Durch Einsetzen dieser Formel in die Prozentformel (27) ergibt Schuberts Formel zur Errechnung des durchschnittlichen Prozentes:

$$p_d = \frac{600}{n} \cdot \frac{g_n - g_0}{g_0 + 4\, g_{n/2} + g_n}. \tag{28}$$

Schuberts Formel geht durch Verkleinerung in Pressiers Formel über, falls die wachsende Grösse eine arithmetische Reihe bildet. Hierbei

$$4\, g_{n/2} = 4 \cdot \frac{g_n + g_0}{2} = 2\,(g_0 + g_n);\; g_0 + g_n + 2\,(g_0 + g_n) = 3\,(g_0 + g_n)$$

das, als Vergleichsgrösse in Schuberts Formel eingesetzt, Presslers Formel (20) ergibt.

Schuberts Formel ist jedoch theoretisch nicht richtig. Sie gibt kleinere Prozente als Petrinis Formel an und zwar darum, weil ihre Vergleichsgrösse zu gross ist (vergl. S. 62). In Schuberts Formel müsste an Stelle der Vergleichsgrösse F_n der Wert F_{n-1} stehen. In dieser Hinsicht ist sie Presslers Formel gleichzustellen.

2334. Das mathematische Verhältnis zwischen den Prozenten von Kunze, Pressler, Petrini und Schubert und mit dessen Hilfe vorgenommene Korrektur des Schubertschen Prozentes.

Im vorigen Kapitel ist festgestellt worden, dass Schuberts Formel kleinere Prozente liefert als Petrinis Formel und dass dieser Differenz dieselbe Ursache zu Grunde liegt wie der Differenz zwischen Presslers Prozent und Kunzes Prozent. Falls sich die wachsende Grösse als arithmetische Reihe entwickelt, gilt folgende Gleichung zwischen den Verhältnissen:

$$\frac{\text{Kunzes p}}{\text{Presslers p}} = \frac{\text{Petrinis p}}{\text{Schuberts p}} \tag{29}$$

Dieses folgt unmittelbar daraus, dass bei der Entwicklung der wachsenden Grösse als arithmetische Reihe folgende Analogien gelten: Kunzes p = Petrinis p (S. 54) und Presslers p = Schuberts p (S. 58).

Falls sich die wachsende Grösse nicht in arithmetischer Reihe entwickelt, so ist die annähernde Grösse der Verhältnisse dieses ungeachtet so genau, dass sie den Ansprüchen genügt. Petrinis Prozent erhalten wir durch Multiplikation des Schubertschen Prozentes mit dem Verhältnis der entsprechenden Prozente von Kunze und Pressler. Hierzu kann man die Zeichnung Nr. 6 auf S. 56 so verwenden, dass, falls Schuberts Prozent z.B. 6 ist (auf der Abszisse), man durch Multiplikation mit dem Verhältnis 1.031 (auf der Ordinate) den Näherungswert für Petrinis Prozent erhält.

Da zwischen den Prozenten die dargelegte Gleichung gilt, trifft sie auch für die Vergleichsgrössen der Formeln zu:

$$\frac{\frac{(n+1)\,g_0 + (n-1)\,g_n}{2\,n}}{\frac{g_0 + g_n}{2}} = \frac{\frac{1}{n} \cdot \sum\limits_0^{n-1} g}{\frac{g_0 + 4\,g_{n/2} + g_n}{6}} . \tag{30}$$

Aus der Gleichung bekommen wir die Vergleichsgrösse der Schubertschen Formel korrigiert (k Sch):

$$k\,Sch = \frac{(n+1)g_0 + (n-1)\,g_n}{n\,(g_0 + g_n)} \cdot \frac{g_0 + 4\,g_{n/2} + g_n}{6} . \tag{31}$$

Die Vergleichsgrösse (k Sch), in die allgemeine Formel des durchschnittlichen Zuwachsprozentes eingesetzt, ergibt das sog. korrigierte Schubertsche Prozent:

$$p_d = \frac{100}{n} \cdot \frac{g_n - g_0}{k\,Sch} . \tag{32}$$

Es ist der exakteste Näherungswert von Petrinis Prozent, falls man bei der wachsenden Grösse die Werte für den Endpunkt und die Periodenmitte kennt.

Die Errechnung von Petrinis Prozent und von dessen exaktestem Näherungswert bringt allerdings in der Praxis unüberwindlich scheinende Schwierigkeiten mit sich. In der Theorie der Zuwachsberechnung bilden sie einen dauerhaften Grund, wenn man vom einzelnen Baum zur Zuwachsberechnung des Holzvorrates übergeht. Ferner verliert die rechnerische Kompliziertheit der Schubertschen Formel hierbei ihre Bedeutung. Wenn wir den Zuwachs der Holzvorräte untersuchen, erweist sich die Berechnung des Zuwachsprozentes für den einzelnen Baum als unnötig.

2335. Das Zinseszinsprozent und das absolute Prozent als Näherungswert für Petrinis Prozent.

Falls hinreichend genaue Zinstabellen zur Verfügung stehen, kommen wir am schnellsten zu verhältnismässig genauen Näherungswerten für Petrinis Prozent, indem wir das Zinseszinsprozent benutzen (Petrini 1926 a). Hinsichtlich seiner Berechnung sei hier auf Seite 43 verwiesen.

Wenn die wachsende Grösse sich als Zinseszinsreihe entwickelt, sind die Prozente von Petrini und die des Zinseszins identisch. Für Petrinis Prozent sei p_P und für das Zinseszinsprozent p_R gesetzt. Unter Beachtung der Definition von Petrinis Prozent (25) und der Formel zur Errechnung der Summe der aufeinanderfolgenden Glieder der geometrischen Reihe[1] bekommt man:

$$p_p = 100 \cdot \frac{\sum\limits_1^n \Delta g}{\sum\limits_0^{n-1} g} = 100 \cdot \frac{(1.0p_R)^n \cdot g_0 - g_0}{\frac{g_0 \cdot [(1.0\,p_R)^n - 1]}{1.0\,p_R - 1}} = 100 \cdot (1.0\,p_R - 1) = p_R \cdot \tag{33}$$

Diese Übereinstimmung zwischen Petrinis Prozent und dem Zinseszinsprozent ebenso wie die Übereinstimmung mit Kunzes Prozent scheint Petrini selbst entgangen zu sein. Die Übereinstimmung zeigt, wie sich der grösste Teil der zur Errechnung des Zuwachsprozentes verwandten Formeln als Sonderfälle zu einer Einheit um Petrinis allgemeine Formel gruppiert. Wenn es sich um die Zinseszinsreihe handelt ist auch Schiffels Reihenmethodenprozent das gleiche wie Petrinis Prozent.

Wenn die Zunahme der Jahreszuwachswerte während der Periode grösser ist als der Zinseszinszuwachs voraussetzt, liefert die Formel des Zinseszinsprozentes kleinere Prozente als Petrinis Formel. Wenn die Jahreszuwachsbeträge gleichgross, oder abnehmend sind, ist das Zinseszinsprozent im Vergleich zu Petrinis Prozent um so kleiner, je stärker abnehmend die Differenzreihe ist. Im Hinblick hierauf empfiehlt Petrini (1926 a und 1948) zur Errechnung des durchschnittlichen Zuwachsprozentes in jungen Beständen und überhaupt in Wirtschaftswäldern, in denen die Jahreszuwachsbeträge wohl meistens von Jahr zu Jahr zunehmend sind, das Zinseszinsprozent.

Als Näherungswert für Petrinis Prozent könnte man auch das absolute Zinseszinsprozent (S. 31) verwenden, das etwas kleiner ist als das gewöhnliche Zinseszinsprozent. Zu diesem Zweck verwendet bringt es jedoch mit dem Zinseszinsprozent verglichen keinerlei Vorteile. Es sei erwähnt, dass das absolute Prozent rechnerisch elastisch zur Entscheidung bestimmter

[1] Die Summe der aufeinanderfolgenden Glieder der geometrischen Reihe $S = \frac{a\,(b^n-1)}{b-1}$, wobei n die Anzahl der Glieder angibt, b das Verhältnis der aufeinanderfolgenden Glieder und a das erste Glied.

theoretischer Probleme geeignet ist. Bei der Zuwachsberechnung haben es u.a. Burjatschek (1927) und Magnusson (1943) verwendet.

2336. Zahlenbeispiele über die Zuverlässigkeit der Näherungswerte des Petrinischen Prozentes.

In der Aufstellung Nr. 2 gibt es eine Anzahl verschiedener Prozente. In dem Teil a entsprechen die steigende, fallende und unveränderte Zuwachsreihe der Aufstellung Nr. 1 (S. 51) und in dem Teil b den entsprechenden Serien der Zeichnung Nr. 3 (S. 42). Schuberts korrigierte Prozente 1. sind an Hand der aus der Zeichnung Nr. 6 erhaltenen Verhältniswerte errechnet, sowie auf Seite 56 dargestellt und die Prozente 2. an Hand der Formel (32) auf Seite 60. Zum Vergleich ist für die Aufstellung auch Schiffels Reihenmethodenprozent (20) berechnet worden.

Aufstellung Nr. 2.

Zuwachstypus	Zinseszins p	Schiffels p	Levakovićs p	Kunzes p	Presslers p	Merkers p	Petrinis p	Schuberts p	Schuberts korrigiertes p p	Schuberts korrigiertes p p
					a					
I	7.1773	7.2248	7.1429	6.8966	6.6667	7.5000	7.7821	7.5000	7.7925	7.7586
II	7.1773	7.3230	7.1429	6.8966	6.6667	7.5000	6.1927	6.0000	6.1860	6.2069
III	7.1773	7.1877	7.1429	6.8966	6.6667	7.5000	6.8966	6.6667	6.8936	6.8966
					b					
I	4.013	4.019		3.961	3.884		4.129	4.051	4.144	4.131
II	4.013	4.025		3.961	3.884		3.854	3.773	3.845	3.903
III	4.043	4.014		3.961	3.884		3.961	3.884	3.962	3.962

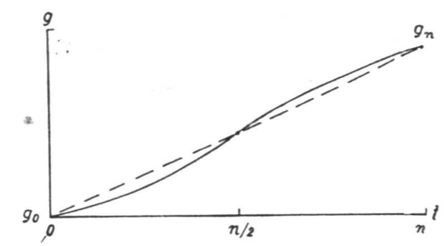
Aus der Aufstellung kann man folgende bereits früher dargestellte Schlussfolgerungen ziehen.

Beim Ansteigen der jährlichen Zuwachswerte ist Petrinis Prozent grösser als beim Abnehmen derselben. Schiffels Prozent verhält sich gerade umgekehrt. Wenn man die Aufstellung Nr. 1 (S. 51) prüft, kann man auch feststellen, dass Petrinis Prozent in der Periodenmitte genauer zutrifft als Schiffels Prozent.

Wenn die wachsende Grösse eine arithmetische Reihe bildet, ist Kunzes p = Petrinis p und Presslers p = Schuberts p.

Bei Veränderung des Jahreszuwachses entspricht das korrigierte Schubertsche Prozent sehr genau dem Petrinischen Prozent. Bleiben die jährlichen Zuwachswerte gleichgross, so ist es das gleiche wie Petrinis Prozent. Bei zunehmenden Prozenten nimmt die Genauigkeit ab. Bei Veränderung des Jahreszuwachses kommt Schuberts unkorrigiertes und danach das Zinseszinsprozent dem Petrinischen Prozent am nächsten. Falls der jährliche Zuwachs nicht abnehmend und das Prozent nicht besonders gross ist, sind die Abweichungen des Zinseszinsprozentes von Petrinis Prozent verhältnismässig klein.

Schuberts korrigiertes Prozent ist jedoch nur dann der Näherungswert von Petrinis Prozent mit der in Aufstellung Nr. 2 hervortretenden Genauigkeit, wenn die Entwicklungskurve der wachsenden Grösse im Verlauf der Periode nach der gleichen Seite gewölbt ist. Falls sie z.B. die Wölbung zeigt, die in der Zeichnung Nr. 8 dargestellt ist, ist die Genauigkeit des Näherungswertes nicht ebenso gross wie in den Beispielen der Aufstellung Nr. 2.



Zeichnung Nr. 8. Beispiel einer Wachstumskurve.

Die Kreisflächenzuwachsprozente von 100 Kiefern, die beliebig aus Wirtschaftsbeständen entnommen und für eine Periode von 10 Jahren berechnet wurden, zeigten, dass trotz der wechselnden Form der Wachstumskurve Schuberts korrigiertes Prozent in 98 Fällen mit einer Genauigkeit von einer Dezimale mit Petrinis Prozent übereinstimmte.

24. Berechnung des wahrscheinlichen Zuwachses des Messungsjahres.

Die Berechnung des Zuwachses des Messungsjahres auf Grund der Periodenmessung ist teilweise eine Art Voraussage, denn in ihr sind zahlreiche Unsicherheitsfaktoren enthalten. Das Ergebnis wird hier auch *wahrscheinlicher Zuwachs des Messungsjahres* genannt.

Seine Bestimmung ist hauptsächlich aus folgenden Gründen notwendig:

1. Der Abgang und der Zuwachs des Abganges während der Messungsperiode ist nicht bekannt.

2. Die wachsende Grösse und die Zuwachsverhältnisse kennt man am genauesten zum Messungszeitpunkt. Es sei hervorgehoben, dass den Angaben, die den Jahreszuwachs des einzelnen Baumes betreffen, nur dann volle Bedeutung zukommt, wenn die Zuwachsverhältnisse möglichst genau bekannt sind. Wenn für den Baum der durchschnittliche Zuwachs an Hand der rückläufigen Messungen bestimmt worden ist (Länge der Periode n Jahre) und die wachsende Grösse für die Periodenmitte abgeschätzt ist, so kommt diesen Angaben verhältnismässig wenig Bedeutung zu, wenn man nicht die Stellung des Baumes im Bestand vor n/2 Jahren kennt. So beeinflussen die durch den Abgang verursachten Veränderungen der Wachstumsbedingungen in so hohem Masse das Verhältnis zwischen jährlichem Zuwachs und wachsender Grösse, dass es völlig ungerechtfertig scheint, dieses Verhältnis für die Dauer einer auch nur auf einige Jahre beschränkten Zeitspanne als gleichbleibend zu betrachten.

Als Zuwachs des Messungsjahres bezeichnet man mehrere mehr oder weniger voneinander abweichende Begriffe. Wir können als Zuwachs des Messungsjahres den durchschnittlichen Zuwachs einer n jährigen Periode, die sich n/2 Jahre vom Messungszeitpunkt vorwärts und rückwärts erstreckt, betrachten (z.B. L a n g s a e t e r 1928 und B a e k k e n 1932, S. 598). Dieses ist jedoch nur so möglich, dass »der Messungszeitpunkt» bei Untersuchung des bereits geschehenen Zuwachses in die Periodenmitte gestellt wird oder dann, wenn man voraussetzt, dass man den Zuwachs von n/2 Jahren für die Zukunft vorausbestimmen kann.

Wenn wir in dieser Arbeit die Entwicklung des bereits geschehenen Zuwachses prüfen, ist der jährliche Zuwachs in einer Phase der Behandlung als durchschnittlicher Zuwachs des 3 Jahresperiode berechnet. Dieses geschah, um zufällige Schwankungen des Zuwachses zu vermindern. Bei Verwendung z.B. einer 10 Jahresperiode würden die wesentlichen Formen der Zuwachskurve ausgeglichen.

Der Zuwachs des Messungsjahres wird hier als wahrscheinliche Grösse definiert, bei der die wachsende Grösse am Ende der Periode zunimmt und an Hand der Periodenmessung berechnet wird. Hier gibt es drei Möglichkeiten:

1. Der Zuwachs des Messungsjahres ist der Zuwachs des letzten Jahres der Periode.
2. Der Zuwachs ist der 1. des auf die Periode folgenden Jahres in der Zukunft.
3. Der Zuwachs des Messungsjahres ist das Mittel der beiden oben genannten Werte.

Es kommt auf den Zweck der Berechnung an, welche dieser drei Möglichkeiten man erstrebt und von der Genauigkeit der Berechnungen hängt es ab, ob sie sich gegenseitig ersetzen können. Der Zuwachs des Messungsjahres trifft nur in den Grenzen, die von der Berechnungsmethode und von der Art des jeweils zustandegekommenen Zuwachsphänomens bestimmt werden, zu.

241. *Der durchschnittliche Zuwachs der Periode als Zuwachs des Messungsjahres.*

Das älteste und noch weithin verwandte Verfahren besteht darin, den durchschnittlichen Zuwachs der Periode als Zuwachs des Messungsjahres anzugeben (u.a. H a r t i g 1829, B a u r 1891 und J o n s o n 1928). In Finnland ist dieses das meist angewandte Verfahren (I l v e s s a l o 1927, 1937, 1939, 1942 und 1948). Hierbei setzt man voraus, dass der Baumeszuwachs, bald der der Kreisfläche, bald der der Masse, mit zunehmendem Alter so langsam sich verändert, dass die Übertragung des durchschnittlichen Zuwachswertes auf den Zuwachs des Messungsjahres einen nur geringfügigen Fehler verursacht. Natürlich ist es offenkundig, dass die Methode hinsichtlich der einzelnen Bäume zu sogar grossen Fehlern führen kann. Da jedoch das Material über Zuwachsmessungen aus zahlreichen Baumindividuen zusammengesetzt ist, setzt man voraus, dass die Fehler einander so ergänzen, dass man aufs Ganze gesehen zu einem verhältnismässig genauen Ergebnis gelangt.

Immerhin gibt es auch solches Material, bei dem man den durchschnittlichen Zuwachs nicht ohne erhebliche Fehler als Zuwachs des Messungsjahres benutzen kann. Als Beispiele dieser Art seien hier die jungen, kräftig abgetriebenen oder auf entwässertem Gelände befindlichen Bestände erwähnt. Für diese sind möglichst kurze Messungsperioden empfohlen worden (J o n s o n 1928 und I l v e s s a l o 1948).

Aus der Zeichnung Nr. 11 Seite 70 ersieht man, in wie weit der durchschnittliche Zuwachs von 10 und 5 Jahren, auf das Ende der Periode übertragen, imstande ist, dem sich verändernden jährlichen Zuwachs zu entsprechen. Wenn der jährliche Zuwachs kleiner wird, ergibt er zu grosse Werte und bei zunehmendem Zuwachs zu kleine. Die Fehler sind umso grösser, je längere Perioden verwandt werden. Der Inhalt der Zeichnung wird auch im Hinblick auf den durchschnittlichen Zuwachs im Zusammenhang mit den Ergebnissen der Formel von Östlind auf Seite 71 näher erläuternt.

Bei der Verwendung des durchschnittlichen Zuwachses als Zuwachs des Messungsjahres ist als allgemeine Regel das Zitat verwendbar:

»Will man an Hand dieser Untersuchung den Zuwachswert für die nächstliegende Zukunft errechnen, so muss man dem Ergebnis in diesem Falle noch eine Korrektur (wie überhaupt meistens bei dieser Art »Intervalluntersuchungen») hinzufügen, deren Vorzeichen und Grösse von der derzeitigen Entwicklungsrichtung und -intensität des Zuwachses abhängig ist.» (Lönnroth 1919—20, S. 252)

Die Umformung des durchschnittlichen Zuwachses in einen Zuwachs des Messungsjahres gründet sich auf Erfahrung und Überlegung, falls eine genauere Untersuchung als die übliche Periodenmessung nicht vorgenommen worden ist. Bei rechnerischer Untersuchung des systematisch sich verändernden Zuwachses sind Methoden nötig, die die Veränderung des Zuwachses mit in Betracht ziehen.

242. *Die Berechnung des Zuwachses des Messungsjahres unter der Voraussetzung, dass die Entwicklungskurve der wachsenden grösse eine Parabel 2. Grades ist* (VIGERUST *und* ÖSTLIND).

Falls man den Zuwachs zweier oder mehrerer aufeinanderfolgender Teilperioden kennt, so kann man durch rechnerische Behandlung dieser Schlüsse auf die Richtung und Stärke der Veränderung des jährlichen Zuwachses ziehen. In der nordischen Literatur über Zuwachsberechnung ist diese Möglichkeit auch besprochen worden. Es begann mit Vigerusts (1928 a) Vorschlag, in dem er versucht graphisch und mathematisch den Radialzuwachs des Messungsjahres an Hand des durchschnittlichen Zuwachses der aufeinanderfolgenden Perioden zu extrapolieren.

Hier beschränkt man sich auf die Möglichkeit, den Radialzuwachs des Messungsjahres an Hand des durchschnittlichen Zuwachses zweier Teilperioden zu extrapolieren (die Messungsperiode von n Jahren wird in zwei n/2 Jahre umfassende Teilperioden gegliedert). Über das Prinzip a sichn

schreibt Langsaeter (1928), dass man den Zuwachs zweier 5 Jahre währender Teilperioden nicht als ausreichend betrachten kann, denn die Schwankungen des Radialzuwachses sind so labil z.B. nach Einschlägen, dass die Schlussfolgerungen an Hand von nur zwei Werten völlig irreführend sein können. Die Beobachtung von drei oder vier Perioden wäre wiederum zu mühsam, sodass Langsaeter dieses in der Praxis nicht für möglich hält.

Es ist auch offenbar, dass zwei aufeinanderfolgende Perioden kein exaktes Ergebnis für die einzelnen Bäume liefern, nicht einmal für die einzelnen Bestände, denn so schwankend ist der Zuwachs des Radius und der Kreisfläche in abgetriebenen Beständen (z.B. Näslund 1944, Lihtonen 1943, S. 101—112 und Nyyssönen 1952). Aber andererseits ist es auch offenbar, dass zur Feststellung der Einschlagsreaktionen ziemlich wenig Nutzen aus den Angaben entspringt, die die Grösse des 10 Jahre früher liegenden Zuwachses betreffen, da sie sich mit so kurzen Intervallen vollziehen. Vigerusts Vorschlag, die Messung des veränderlichen Zuwachses zu probieren, ist ausserordentlich wichtig und die hierin verborgenen Möglichkeiten verdienen eine Überprüfung und einen Vergleich mit anderen Methoden.

Unter Vervollständigung der rechnerischen Durchführung Vigerusts zeigt Östlind (1929), wie man aus den Messungsergebnissen zweier aufeinanderfolgender Perioden den Zuwachs des Messungsjahres erhält. Östlind behandelt nur den Radialzuwachs, aber die Methode eignet sich auch zur Überprüfung anderer wachsender Grössen.

Kennt man den Anfangswert der Periode g_0, den Mittenwert $g_{n/2}$ und den Endwert g_n, sowie die Länge der halben Periode $n/2 = m$, so betragen die Zuwachsgrössen der Halbperioden $g_m — g_0$ und $g_n — g_m$. Falls der jährliche Zuwachs sich systematisch verändert, so beträgt die Veränderung laut Östlind per Jahr:

$$\frac{(g_n - g_m) - (g_m - g_0)}{m^2}$$

Fügt man diese zum durchschnittlichen Zuwachs der letzten Halbperiode in folgender Weise, so erhält man für den Zuwachs des letzten Jahres der Periode die Formel:

$$g_n - g_{n-1} = \frac{g_n - g_m}{m} + \frac{m-1}{2} \cdot \frac{(g_n - g_m) - (g_m - g_0)}{m^2}, \qquad (34)$$

für den Zuwachs des ersten Jahres nach der Periode:

$$g_{n+1} - g_n = \frac{g_n - g_m}{m} + \frac{m+1}{2} \cdot \frac{(g_n - g_m) - (g_m - g_0)}{m^2} \qquad (35)$$

und für deren Mittel:

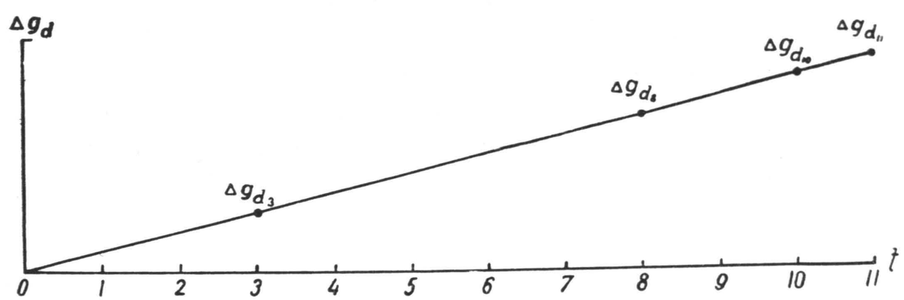
$$\frac{(g_n - g_{n-1}) + (g_{n+1} - g_n)}{2} = \frac{g_n - g_m}{m} + \frac{m}{2} \cdot \frac{(g_n - g_m) - (g_m - g_0)}{m^2} =$$

$$\frac{1}{2m} \cdot [3(g_n - g_m) - (g_m - g_0)] \cdot \qquad (36)$$

Von den Formeln ist die letzte rechnerisch dann verhältnismässig einfach, wenn $n = 10$.

Östlinds Formeln können auch in folgenden zwei Arten abgeleitet werden, die den Inhalt jeder Formel sowie die Untersuchungsmöglichkeiten der Zuwachs- und Wachstumskurven beleuchten.

Falls die Länge der Periode 10 Jahre beträgt, haben wir für die Endwerte der Teilperioden g_0, g_5 und g_{10}. Der durchschnittliche Zuwachs der 1. Teilperiode $\frac{g_5 - g_0}{5} = \varDelta g_{d3}$ und derselbe der 2. Teilperiode $\frac{g_{10} - g_5}{5} = \varDelta g_{d8}$. In der Zeichnung Nr. 9 ist der durchschnittliche Zuwachs eine Funktion der Zeit t.



Zeichnung Nr. 9.

Um den Zuwachs des letzten Jahres der Periode $\varDelta g_{d10}$ $(g_{10} - g_9)$ zu extrapolieren, bildet man die Gleichung für die Gerade, die durch die Punkte $\varDelta g_{d3}$ und $\varDelta g_{d8}$ geht, wobei die Zeit das Argument (x) und der durchschnittliche Zuwachs die Funktion (y) ist. Durch Einsetzen der bekannten Werte bekommt man $\varDelta g_{d10}$:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}; \frac{10 - 3}{8 - 3} = \frac{\varDelta g_{d10} - \varDelta g_{d3}}{\varDelta g_{d8} - \varDelta g_{d3}};$$

$$\varDelta g_{d10} = \frac{7 \varDelta g_{d8} - 2 \varDelta g_{d3}}{5} \approx (g_{10} - g_9) \approx \frac{7 g_{10} - 9 g_5 + 2 g_0}{25} \qquad 37)$$

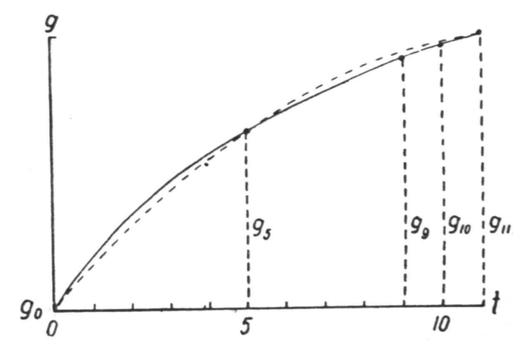
Die letzte Formel (37) und Östlinds Formel (34) können auseinander entwickelt werden. — Entsprechend kann man $\varDelta g_{d11}$ extrapolieren.

Eine weitere Möglichkeit, die Formeln zu entwickeln, ist dann gegeben, wenn man voraussetzt, dass die Entwicklung der wachsenden Grösse als Funktion der Zeit t dem Verlaufe einer Parabel 2. Grades folgt. Hierbei kann man die Wachstumskurve an Hand der Grössen g_0, g_5 und g_{10} bestimmen und die wachsende Grösse ist zum erwünschten Zeitpunkt berechenbar. Der Zuwachs des letzten Jahres der Periode $(g_{10} - g_9)$ wird an Hand der Formeln berechnet (vergl. Zeichnung Nr. 10):

$$g = at^2 + bt + c; \quad a = \frac{2 g_0 - 4 g_5 + 2 g_{10}}{10^2};$$

$$b = \frac{-3 g_0 + 4 g_5 - g_{10}}{10}; \quad c = g_0;$$

$$g_{10} - g_9 \approx g_{10} - (a\,9^2 + b\,9 + c) \approx \frac{7 g_{10} - 9 g_5 + 2 g_0}{25} \qquad (38)$$

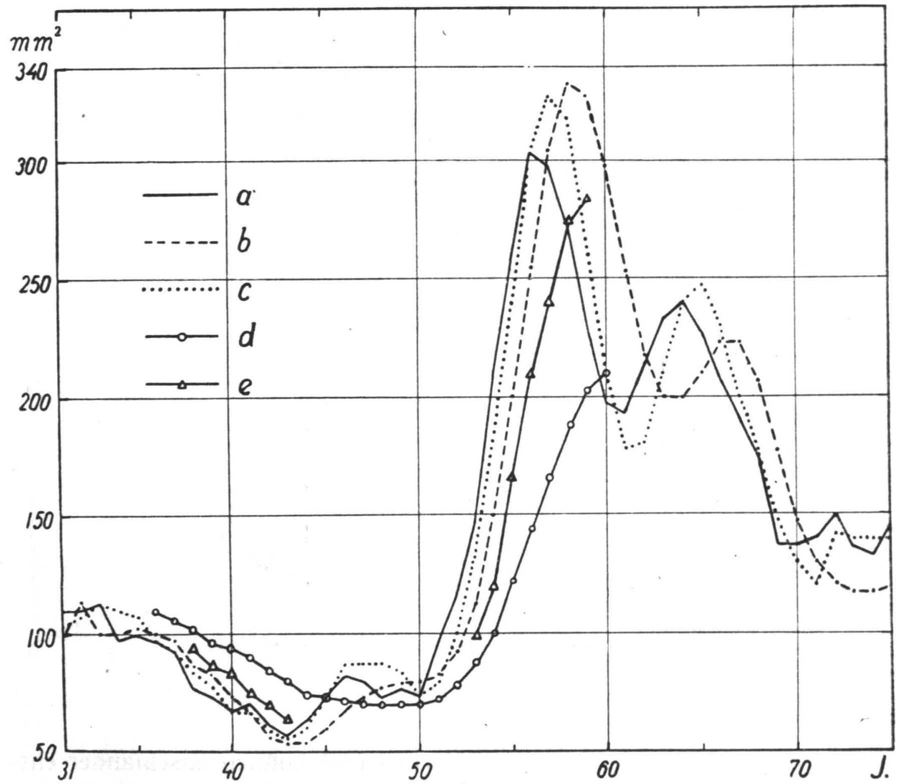


Zeichnung Nr. 10.

Die Formel (38) sowie Östlinds Formel (34) können auseinander entwickelt werden. Der jährliche Zuwachs $(g_{11} - g_{10})$ ist ebenso mühelos zu extrapolieren, indem man die notwendigen Werte in die allgemeinen Gleichungen einsetzt.

Östlinds Formeln liegt also die Voraussetzung zu Grunde, dass die Entwicklungskurve der wachsenden Grösse annähernd dem Verlauf einer Parabel 2. Grades entspricht. Berechnet man an Hand dieser den Zuwachs des Messungsjahres, nimmt man eine kurvenförmige Intra- und Extrapolierung der wachsenden Grösse zu beiden Seiten des Messungszeitpunktes vor. Dieses kommt andererseits dem geradlinigen Extrapolieren des Zuwachses des Messungsjahres auf Grund der durchschnittlichen Zuwachswerte der Teilperioden gleich.

Die fortlaufenden, gebrochenen Linien der Zeichnung Nr. 11 stellen den wirklichen Zuwachs der Quadrate der Kreisflächenradien und den an Hand von Östlinds Formel errechneten wahrscheinlichen jährlichen Zuwachs während 45 Jahren dar. Als Beispiel wurde der gleiche Baum gewählt wie



Zeichnung Nr. 11. Zuwachs des Messungsjahres. a. Wirklicher Zuwachs. b. Zuwachs nach Östlinds Formel $^5/_5$ J. c. Zuwachs nach Östlinds Formel $^3/_3$ J. d. Durchschnittlicher Zuwachs von 10 Jahren. e. Durchschnittlicher Zuwachs von 5 Jahren.

in der Zeichnung Nr. 2 auf Seite 35. Die wirklichen Zuwachszahlen sind auf die durchschnittlichen Werte für drei Jahre abgerundet. An Hand von Östlinds Formel (34) ist der wahrscheinliche Zuwachs des letzten Jahres der Periode unter Verwendung von 5/5 und 3/3 Jahresperioden berechnet worden. Die gebrochenen Linien zeigen die Grösse der angenommenen jährlichen Zuwachsmengen, wenn man als Zuwachs des Messungsjahres den durchschnittlichen Zuwachs der vorangegangenen 10 oder 5 Jahresperioden ansieht.

Der Kreisflächenzuwachs ist in Wirtschaftswäldern äusserst labil und auf Grund der Einschläge dauernden Schwankungen unterworfen. Der in der Zeichnung dargestellte Zuwachs zeigt vielleicht überdurchschnittlich krasse Schwankungen, aber andererseits kommen hier einige, bei der Zuwachsberechnung unbedingt zu beachtende Gesichtspunkte deutlich zum Ausdruck.

Falls der jährliche Zuwachs zunehmend ist, führt die Übertragung des durchschnittlichen Zuwachses auf den Zuwachs des letzten Jahres der Periode zu dessen Unterbewertung. Falls die jährlichen Zuwachsbeträge abnehmen, ist der durchschnittliche Zuwachs zu gross. Bei Verwendung einer 10 Jahresperiode beträgt die grösste Abweichung vom wirklichen Zuwachs in der — Richtung etwa 50 % und in der + Richtung etwa 30 %, sowie bei einer 5 Jahresperiode entsprechend 40 % und 25 %.

Bei Verwendung der Östlindschen Formel sind die Fehler für die Grenzfälle fast ebenso gross, aber sie divergieren deutlicher in verschiedener Richtung und gleichen so einander aus. Die Streuung der Abweichung um die richtigen Werte herum ist nicht so gross wie bei dem durchschnittlichen Zuwachs.

Berechnet man die Abweichungen der 45 auf verschiedene Weise erhaltenen jährlichen Zuwachswerte von den wahren Werten, so beträgt die prozentuale Grösse der arithmetischen Mittel dieser Abweichungen mit dem arithmetischen Mittel des wirklichen Jahreszuwachses verglichen:

Östlinds Formel		Durchschnittlicher Zuwachs	
5/5 Jahre	3/3 Jahre	10 Jahre	5 Jahre
— 0.28 %	+ 0.45 %	— 1.65 %	— 2.01 %

Die Zahlen zeigen, dass die durch die Verwendung der Östlindschen Formel verursachten Fehler einander fast ausgleichen, unabhängig von der Länge der Periode und davon, ob der Zuwachs systematisch abnehmend oder zunehmend ist.

Falls die Wachstumskurve einer bestimmten Form entspricht, so ist die Genauigkeit des Ergebnisses, das Östlinds Formel liefert, von der Fähigkeit der Formel, der Wachstumskurve zu folgen, abhängig, d.h. davon, inwieweit sie an eine Parabel 2. Grades erinnert. Die Genauigkeit des Ergebnisses und die Möglichkeit, an den wahren Zuwachs möglichst nahe heranzukommen, kann dadurch erhöht werden, dass man die Messungsperiode abkürzt. Als Tatsache bleibt jedoch bestehen, dass Östlinds Formel bei bestimmten Sonderfällen verhältnismässig grosse Fehler liefern kann. Dieses ist z.B. dann der Fall, wenn die Wachstumskurve während der Periode die Richtung ihrer Auswölbung ändert.

Wenn eine Abweichung von 15 mm² vom richtigen Wert für die Messungsergebnisse im Beispiel noch als erlaubt gelten könnte, zeigen die folgenden Prozente die Zahl der Fälle, bei denen diese Genauigkeit erreicht wurde:

Östlinds Formel		Durchschnittlicher Zuwachs	
5/5 Jahre	3/3 Jahre	10 Jahre	5 Jahre
55 %	69 %	40 %	58 %

Wenn man im Einzelfalle den Zuwachs des Messungsjahres klären will, so bekommt man mit grösster Wahrscheinlichkeit ein richtiges Ergebnis, wenn man Östlinds Formel unter Verwendung der 3/3 Jahresperiode benutzt. Östlinds 5/5 Jahresperiode und die 5 Jahresperiode des durchschnittlichen Zuwachses sind annähernd gleichwertig und am schwächsten ist der durchschnittliche Zuwachs der 10 Jahresperiode.

Falls die Veränderung des jährlichen Zuwachses systematisch an- oder absteigend ist, liefert Östlinds Formel unter Verwendung beider Periodenlängen ein richtigeres Ergebnis als der durchschnittliche Zuwachs, der als Zuwachs des Messungsjahres entweder zu klein oder zu gross ist. Bei beiden Methoden nimmt die Genauigkeit bei Verkürzung der Periode jedoch so zu, dass der durchschnittliche Zuwachs sich dem wirklichen Werte nähert ohne ihn jedoch zu erreichen.

Falls die Voraussetzungen, den durchschnittlichen Zuwachs als jährlichen Zuwachs an das Ende der Periode zu stellen, gegeben sind, so liefert Östlinds Formel hier auch ein richtiges Ergebnis. Ferner kann man mit Östlinds Formel auch dann richtig oder annähernd richtige Ergebnisse erhalten, wenn die Wachstumskurve nach der gleichen Seite gewölbt ist. Das Gebiet, auf dem Östlinds Formel richtige Werte liefert, ist bedeutend ausgedehnter als wenn man die durchschnittlichen Zuwachswerte gebraucht.

243. *Die Möglichkeiten, die Zuwachs- und Wachstumskurven rechnerisch und graphisch festzulegen.*

Der Prüfung der Östlindschen Formel schliesst sich unmittelbar der Gedanke an, den Zuwachs von mehr als zwei Teilperioden festzustellen, und an Hand dieser entweder die Wachstumskurve oder die Kurve der durchschnittlichen Zuwachswerte zu bestimmen. Die letztere ist, was ihre mathematische Behandlung betrifft, offensichtlich einfacher, da die Zahl der Teilperioden unverändert bleibt.

Bei allen diesen Erwägungen muss man sich stets vor Augen halten, dass die Erlangung des Zieles dem Aufwand an Mühe entsprechen soll. Die Einteilung der Gesamtperiode in mehr als zwei Teile erschwert die Messung ausserordentlich. Die mathematische Festlegung der Wachstums- und Zuwachskurven erfordert komplizierte Funktionen, die dennoch an ihre eigenen Grenzen gebunden sind und — bestimmte Einzelfälle ausgenommen — nicht imstande sind, der Form der dauernd schwankenden Wachstums- und Zuwachskurven zu folgen. Es ist auch schwer, geeignete mathematische Funktionen zu wählen, solange unser Wissen um die Formen der Wachstums- und Zuwachskurven in Wirtschaftsbeständen so minimal ist.

Falls die Teilperioden drei oder mehr sind, wobei die Länge der Gesamtperiode grösser sein kann als 10 Jahre, hat es den Anschein, als ob der graphischen Festlegung der Kurven gegenüber der rechnerischen viele Vorzüge zukämen. Ihre Durchführung ist in gewissem Sinne leichter. Sie ist auch nicht im Voraus an irgendwelche Formeln gebunden, falls nicht des Forschers subjektive Überlegung zu einer solchen wird.

25. Berechnung des Zuwachsprozentes des Messungsjahres.

Wenn der absolute Zuwachs des Messungsjahres gefunden ist, kann er als Zuwachsprozent angegeben werden, d.h. als prozentuales Verhältnis zu seinem Anfangswert. Hiernach wird der Zuwachs des letzten Jahres der Periode in ein prozentuales Verhältnis zu dem letzten Anfangswert der Periode gebracht und der Zuwachs des ersten Jahres nach der Periode zu der wachsenden Grösse des Messungszeitpunktes. Falls der Zuwachs des Messungsjahres das Mittel des ersteren ist, ist die wachsende Grösse des Messungszeitpunktes die natürlichste Vergleichsgrösse. Die Genauigkeit des Zuwachsprozentes ist davon abhängig, wie genau der absolute Zuwachs und die Vergleichsgrösse bestimmt werden können.

251. *Die Methoden, die sich auf die gleichbleibende Grösse der Jahresringe beziehen.*

Der Wesenskern der Methoden ist der, dass die Entwicklung der wachsenden Grösse eine arithmetische Reihe bildet. Der jährliche Zuwachs ist konstant und der durchschnittliche Zuwachs entspricht jedem Jahreszuwachs.

2511. Baurs Prozent als Zuwachsprozent des Messungsjahres.

Baur (1891), der davon überzeugt ist, dass der Zuwachs nicht dem Zinseszinszuwachs folgt, hat folgende Formel zur Errechnung des Zuwachsprozentes des Messungsjahres (p_j) aufgestellt:

$$p_j = 100 \cdot \frac{g_n - g_0}{(n-1)\, g_n + g_0}\,. \tag{39}$$

Aus der Struktur und noch deutlicher aus der Ableitung der Formel geht hervor, dass sie das prozentuale Verhältnis des durchschnittlichen Zuwachses zum Anfangswert des letzten Jahres der Periode, also das Zuwachsprozent des letzten Jahres angibt unter der Voraussetzung, dass die wachsende Grösse sich in arithmetischer Reihe entwickelt.

Laut Levaković (1923, S. 235) deutet das äussere Aussehen der Formel auf das durchschnittliche jährliche Prozent, da dort nur der Anfangs- und Endwert der Periode sowie die Zahl der Periodenjahre zu finden sind. Dieser Hinweis ist bedeutungslos, denn bei gewöhnlicher Periodenmessung erhält man überhaupt keine anderen Grössen als diese drei. Auch Levakovićs (1923, S. 235) Kritik, dass »... für die Berechnung des letztjährigen Zuwachsprozentes, welche Aufgabe ihr Baur selbst ausdrücklich zuteilt, ist sie aber unter allen Umständen vollständig unbrauchbar.» ist ein wenig übertrieben. Falls nämlich die Voraussetzung gilt, dass die jährlichen Zuwachsbeträge gleich gross sind, ergibt die Formel ein richtiges Prozent. Dennoch muss man, wenn man berücksichtigt, dass er für die von der Formel geforderten Voraussetzung, Einzelfälle ausgenommen, keine Garantie gibt, Levakovićs Kritik zustimmen, falls Baurs Formel als allgemeine Formel zur Errechnung des Zuwachsprozentes des Messungsjahres verwendet werden soll.

2512. Jonsons Prozent als Zuwachsprozent des Messungsjahres.

Jonson (1928) kommt in seiner Untersuchung »*Några nya metoder för beräkning av stamvolym och tillväxt hos stående träd.*» zu dem Schluss, dass das Diskontprozent des einfachen Zinsfusses geeigneter ist für die Berechnung des Kreisflächenzuwachsprozentes. Da dieses Prozent heutigen Tages ausschliesslich bei der finnischen Zuwachsberechnung Verwendung findet und namentlich wegen der von Jonson ihm erteilten Aufgabe muss es hier etwas eingehender in Augenschein genommen werden.

Jonson hat auf der Suche nach einem geeigneten Zuwachsprozent einige Forderungen daran geknüpft: 1. Es muss vom Diskonttypus sein, da es der wachsenden Grösse des Messungsjahres angepasst werden muss. 2. Es darf nur Beobachtungen einschliessen, die stehende Bäume betreffen. 3. Die in ein und derselben Gruppe untersuchten Bäume müssen in der Messungsperiode gleichviele Jahresringe aufweisen. 4. Die Messungsperiode muss in verschiedenen Beständen und unter verschiedenen Verhältnissen geändert werden können. 5. Die Methode muss sowohl den Wachstumsgesetzen, wie der numerischen Berechnungsarbeit und der Verwendung von Tabellen angepasst werden können.

Es bestand nicht die Absicht, eine Methode für stammweise Untersuchung zu bekommen, sondern für den Übergang von Probestämmen zum Zuwachsprozente der Holzvorräte. Somit braucht die Methode sich nicht nach den Wachstumgsgesetzen der einzelnen Bäume zu richten, sondern nach denen der Bestände und der Holzvorräte.

Die später (S. 77) darzustellenden Formeln von Schneider (41) und Breymann (42) verwirft Jonson, da in der ersteren die Messungsperiode je nach Breite der Jahresringe wechselt und beide das Zuwachsprozent des Messungsjahres nur dann liefern, wenn die Breite der Jahresringe unverändert ist. Laut Jonson werden die Jahresringe in den dortigen Wäldern bei zunehmendem Alter des Baumes schmäler.

Jonsons Formel

$$p_j = \frac{100}{n} \cdot \frac{g_n - g_0}{g_n} \tag{40}$$

ist ihrer Grundstruktur nach genau wie Baurs Formel aufgebaut. Ihr Zweck besteht darin das Zuwachsprozent des ersten auf die Periode folgenden Jahres zu liefern. Die Formel ist einfach und von rechentechnischem Gesichtspunkt sehr brauchbar. Als Zuwachsprozent finden wir ihr Prinzip in vielen Schriften, sowie bei Hartig (1819, S. 20) und König (1854, S. 420). Prodan (1951) legt sie unter dem Namen Breymannsche Formel vor und empfielt sie hauptsächlich zur Errechnung des durchschnittlichen Zuwachsprozentes.

Jonson hebt jedoch hervor, dass in Einzelfällen und unter sich verändernden Zuwachsverhältnissen der jährliche Zuwachs ansteigend oder abnehmend sein kann. »Härav framgår, att det vid mätning av fleråriga tillväxtbelopp är omöjligt att konstruera en generellt giltig tillväxtformel, som noggrant angiver årliga tillväxtprozenten för viss bestämd del av den undersökta perioden.» (1928, S. 479) Aus diesem Grunde empfielt Jonson, dass die Messungsperiode von den sonst üblichen 10 Jahren bei Untersuchungen nach Einschlägen und Entwässerungen oder bei Untersuchungen, die den Zuwachs junger Bestände betreffen, verkürzt werden sollte. Für sehr junge Bestände empfielt er die Messung von einem Jahreszuwachs.

Wie aus der Behandlung des absoluten Zuwachses des Messungsjahres hervorging, verringert, wenn die Voraussetzung der Gleichheit des Jahreszuwachses nicht erfüllt ist, die Verwendung kurzer Perioden den Fehler, hebt ihn jedoch nicht auf. Falls die Diskontformel des einfachen Zinsfusses bei der Berechnung des Zuwachsprozentes des Messungsjahres als allgemeine Formel verwendet werden soll, muss die von Levaković hinsichtlich Baurs Formel ausgesprochene Kritik ». . . vollständig unbrauchbar.» (S. 74) auch hier angewandt werden. Der wahre Inhalt der Formel darf jedoch nicht vergessen werden. Sie gibt das prozentuale Verhältnis des durchschnittlichen Zuwachses zum Endwert der wachsenden Grösse an. In dieser Eigenschaft ist sie eine äusserst brauchbare Hilfsgrösse beim Übergang vom Zuwachs der Probestämme zum durchschnittlichen Zuwachs der Bestände (S. 88).

Aus der Zeichnung Nr. 12 Seite 80 ersieht man, wie Jonsons Prozent mit einer 10 Jahresperiode berechnet, dem Verlauf des wirklichen Kreisflächenzuwachsprozentes bei Zuwachsschwankungen zu folgen vermag. Sie unterschätzt den ansteigenden und überschätzt den fallenden Zuwachs.

252. *Die Methoden, die sich auf die gleichbleibende Breite der Jahresringe beziehen.*

Der Wesenskern der Methode ist, dass die Breite der Jahresringe gleich gross ist. Da der Kreisflächenzuwachs in einem direkten Verhältnis zum Quadrat des Radialzuwachses steht, bedeutet die Voraussetzung, dass die

Differenzreihe, die durch die jährlichen Zuwachsbeträge der Kreisfläche gebildet wird, eine ansteigende ist.

2521. Schneiders und Breymanns Prozente als Zuwachsprozente des Messungsjahres.

Die Schneidersche Formel und Breymanns Variante davon (Schneider 1853 und Breymann 1868) sind im Prinzip die gleichen, aber der Form und den von ihnen verlangten Messungsbedingungen nach etwas verschieden. Den Grundgedanken der Formeln hat laut Borggreve (1888) zuerst König (1823) umrissen.

Es bedeutet: d = Durchmesser zum Messungszeitpunkt, n = Anzahl der Jahresringe in Masseinheiten oder Zahl der Jahre der betreffenden Messungsperiode und i = durchschnittliche Breite der Jahresringe. Die letztgenannte betrachtet man als wahrscheinliche Breite des Jahresringes des Messungsjahres. Die erwähnten Formeln lauten:

$$p_j = \frac{400}{nd}; \qquad (41) \qquad\qquad p_j = \frac{400\,i}{d}. \qquad (42)$$

Beide stellen das Gleiche dar mit dem formellen Unterschied, dass in Schneiders Formel i von der Indentität 1/n ersetzt wird, wobei 1 beim Messen des Radialzuwachses als Masseinheit verwendet wurde. Die Ergebnisse beider Formeln sind gleicherweise exakt, unter der Voraussetzung, dass das n der Schneiderschen Formel eine Bruchzahl sein kann.

Hier wird die Formel von Breymann näher geprüft, in der die Messungsperiode eine feste ist und die Anzahl der Jahre eine ganze Zahl. Die Ableitung der Formel:

$$p_j = 100 \cdot \frac{d^2 - (d - 2\,i)^2}{d^2} = 100 \cdot \frac{4\,di - 4\,i^2}{d^2} = 400 \cdot \frac{di - i^2}{d^2} \approx \frac{400\,i}{d}.$$

Die letzte Verschönung wird durch Entfernung des i^2 durchgeführt, ein auf die Grösse des Prozentes in der Praxis unbedeutend geringen Einfluss ausübender Faktor. Geometrisch bedeutet dieses, dass an die Stelle der Fläche des wahrscheinlichen Jahresringes ($di - i^2$) die Fläche des Rechteckes di tritt, die ein wenig zu gross ist. Exakt liefert die Formel das arithmetische Mittel des Zuwachses des letzten Jahres der Periode und des Zuwachses des ersten auf die Periode folgenden Jahres ($di + i^2$) und dessen prozentuales Verhältnis zur Kreisfläche des Messungszeitpunktes unter der Voraussetzung, dass der Radialzuwachs während der Periode und des ersten Jahres nach der Periode unverändert ist.

In der ursprünglichen Schneiderschen Formel besteht hinsichtlich der eben erläuterten der Unterschied, dass, falls man den Zuwachs der zu ein und demselben Bestand gehörenden Bäume hiermit prüft, die Messungsperiode je nach der Zahl der Jahresringe, die in der Messungseinheit Platz haben, wechselt. Falls die Zahl der Jahresringe als ganze Zahl angegeben wird, verursacht dieses in Einzelfällen Differenzen hinsichtlich der an Hand der Breymannschen Variante erhaltenen genaueren Werte. Handelt es sich um mehrere Fälle, so gleichen sich die Unterschiede offensichtlich aus.

Jonson (1928, vergl. auch S. 75) hält Schneiders Formel für methodisch nicht zufriedenstellend, da bei Verwendung derselben die Bäume des Bestandes, je nach Breite der Jahresringe, verschieden lange Messungsperioden zeigen können. Der Vorwurf ist ohne Bedeutung, denn wenn die für Schneiders Formel geforderte Voraussetzung, dass die Jahresringe des einzelnen Baumes gleich breit sein sollen, zutrifft, ist es gleichgültig, wieviele gleichbreite Jahresringe zur Messungsperiode gehören. Falls wiederum diese Voraussetzung nicht zutrifft, ist Breymanns Formel methodisch nicht besser, trotz seiner festen Messungsperiode.

U.a. Kalk (1889, S. 4—6) beurteilt ebenso wie Jonson Schneiders Formel so, dass die Voraussetzung eines gleichgrossen Radialzuwachses unzuverlässig ist, da dieses eine Vergrösserung des jährlichen Kreisflächenzuwachses zur Folge hat. In diesem Sinn ist es unnatürlich von dem Fehler in Schneiders Formel zu sprechen, denn die Voraussetzung, dass der jährliche Kreisflächenzuwachs konstant wäre, ist ebenso dem Zufall unterworfen wie die gleiche Voraussetzung hinsichtlich des jährlichen Radialzuwachses (Fricke 1890, S. 329).

Andersson (1912) stellt bei der Verwendung der Schneiderschen Formel zur Errechnung des Massenzuwachsprozentes fest, dass die Formel, falls der jährliche Radialzuwachs entweder zunehmend oder abnehmend ist, entsprechend entweder ein zu kleines oder ein zu grosses Prozent liefert. Ist der Radialzuwachs abnehmend, so schlägt er eine Verkleinerung des Vergleichswertes vor. Jedoch ist Andersson der Ansicht, dass die Differenzen, die sich aus der Verwendung einer zehnjährigen durchschnittlichen Jahresringbreite ergeben, unbedeutend klein sind und dass ferner — als Komponente des Massenzuwachsprozentes — sich der schmäler werdende Jahresring auf Brusthöhe der bessernden Form anschliesst und umgekehrt, so dass die Fehler sich überkreutzen und somit ausgleichen.

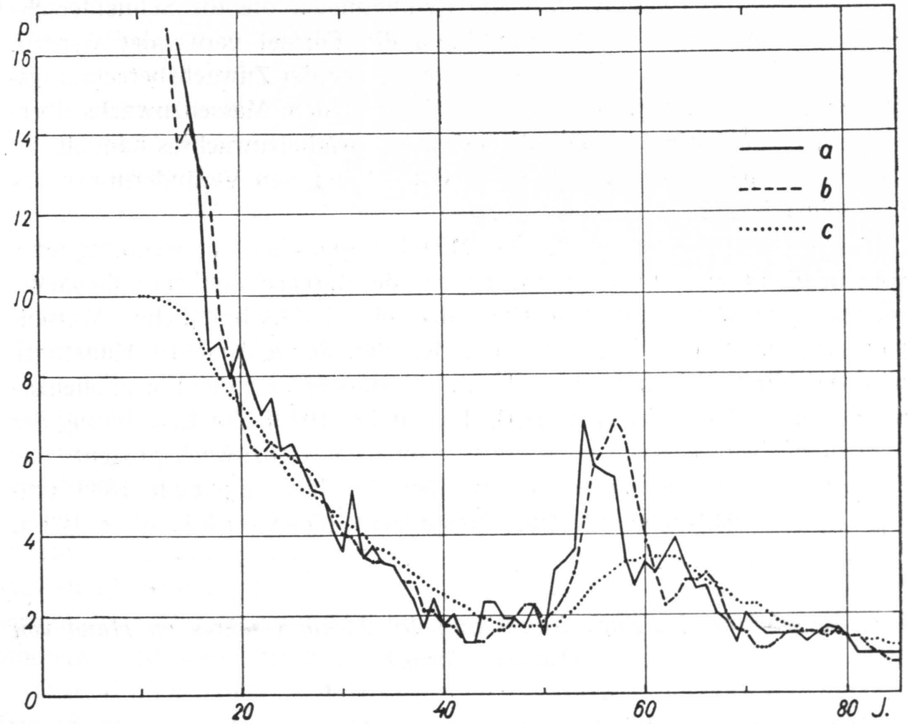
Falls wir gewiss sind, dass die Bedingungen, die die Schneidersche Formel voraussetzt, erfüllt sind, kann die Formel verwendet werden. Dank ihrer Einfachheit ist sie ja eine der besten der Zuwachsberechnungsformeln. Wenn es sich um systematische, mit dem Massenzuwachs übereinstimmende Veränderungen des jährlichen Radialzuwachses handelt, ist sie ebenso fehlerhaft wie Jonsons Formel bei den Veränderungen des jährlichen Kreisflächenzuwachses.

Schneiders Formel wird, der Mitteleuropäischen Verwendung entsprechend, hauptsächlich zur Errechnung des durchschnittlichen Zuwachsprozentes verwendet und hierbei wird ein durchschnittliches Massenzuwachsprozent erstrebt. Mit Hilfe der sog. Schneiderschen Konstante wird das Kreisflächenprozent so korrigiert, dass es auch den Formhöhenzuwachs mit in Betracht zieht (z.B. Prodan 1949). Zur Errechnung der Schneiderschen Konstante ist als wahres Massenzuwachsprozent das Presslersche Prozent angesehen worden (Schwappach 1888 und Speidel 1949) oder das Zinseszinsprozent (Gevorkiantz 1927).

253. *Berechnung des Zuwachsprozentes des Messungsjahres an Hand von Östlinds Formel.*

Wenn der wahrscheinliche Zuwachs des Messungsjahres an Hand von Östlinds Formel errechnet ist (vergl. S. 66), stellen wir diesen Wert in ein prozentuales Verhältnis zu der Vergleichsgrösse. Die Genauigkeit des erhaltenen Prozentes hängt von der Genauigkeit der absoluten Grösse ab.

In der Zeichnung Nr. 12 ist dargestellt, wie das an Hand von Östlinds Formel (36) und unter Verwendung der 5/5 Jahres Periode errechnete Zuwachsprozent dem veränderlichen Zuwachs folgt. Die gebrochene Linie des Prozentes folgt ziemlich exakt den Formen der gebrochene Linie der wirklichen Zuwachsprozente, jedoch so, dass die plötzlichsten und krassesten Wechsel 2—3 Jahre »verspätet» einfallen.



Zeichnung Nr. 12. Zuwachsprozent des Messungsjahres. a. Wirkliches p. b. p nach Östlinds Formel $^{5}/_{5}$ J. c. Diskont p von 10 Jahren.

3. Zuwachsberechnung des Bestandes.

Wenn wir jetzt daran gehen, die Probleme der Periodenmessung im Bestand zu untersuchen, muss zuerst der Unterschied zwischen dem einzelnen Baum in dem Bestand hervorgehoben werden. Die wachsende Grösse des einzelnen Baumes nimmt jedes Jahr zu und die Zunahmen bilden einen organischen, vom Baume nicht zu trennenden Teil. Im Bestand haben wir hingegen ausser dem Zuwachs auch den Abgang. Für die ganze Lebensdauer des Bestandes nimmt die Stammzahl ab und jeder abgehende Baum verkleinert die wachsende Grösse.

Früher (S. 41) ist man zu dem Schluss gekommen, dass der Zuwachs des einzelnen Baumes am meisten an die sog. kombinierte Zinseszinszunahme erinnert. Im Bestand gilt dieses nur für eine Zeit, während der kein Abgang zu verzeichen ist. Im Entwicklungsstadium des Wirtschaftsbestandes, vom naturnormalen Bestand ganz zu schweigen, gibt es kaum eine der Messungsperiode entsprechende Zeit, während der die wachsende Grösse nicht auf Grund des natürlichen oder Hiebsabganges abnehmen würde. Als eine Ausnahme dieser Regel können die alten, im Verjüngungsstadium befindlichen Bestände erwähnt werden, in denen die Bäume so vereinzelt stehen, dass man kaum von einem Sterben der Bäume auf Grund einer natürlichen Auslese sprechen kann.

Die dem jährlichen Bestandeszuwachs entsprechende Holzmenge kann man, wenigstens in der Theorie, als jährlichen Abgang hauen. Falls man dieses tut, erinnert der Bestandeszuwachs an den sog. kombinierten einfachen Zinszuwachs: Der jährliche Zuwachs wird von einem jedes Jahr gleichgrossen, unveränderten Anfangswert hervorgerufen und das jährliche Zuwachsprozent wechselt mit dem schwankenden jährlichen Zuwachs. Da man aus dem Bestand nicht die jährlichen Zuwachsmäntel entfernen kann, muss der Abgang sowohl die wachsende Grösse als auch den Zuwachs enthalten, d.h. man kann »Kapital» und »Zins» nicht von einander trennen.

Ferner ist die Wachstumskurve des einzelnen Baumes stets ansteigend (falls mit wachsender Grösse Kreisfläche oder Masseninhalt gemeint ist).

Der Baum wächst jedes Jahr so lange er lebt. Im Bestand kann die Wachstumskurve fallen und sie fällt auch sofort, wenn der Abgang grösser wird als der Zuwachs. Selbst ein verhältnismässig geringer Abgang ruft bei der Wachstumskurve ein momentanes Abfallen hervor.

Der Bestandeszuwachs, die gewachsene Holzmasse per Flächeneinheit (den forstlige tilvaekst, Møller 1951, S. 21) kann von Jahr zu Jahr abnehmend sein, aber dieses bedeutet nicht, dass der jährliche Zuwachs der einzelnen Bäume abnimmt (Baader 1945, S. 157). Die Stammzahl des Bestandes kann gleichzeitig in dem Masse abnehmen, dass der Zuwachs der im Bestand zurückbleibenden Bäume trotz der Abnahme des Bestandeszuwachses zunimmt.

31. Die wachsenden Grössen des Bestandes und deren Veränderungen während der Periode (nach Lönnroth).

Die sich an den Bestandeszuwachs anschliessenden theoretischen Grundbegriffe sind bis zu einem verhältnismässig späten Zeitpunkt unklar gewesen. Eine erschöpfende Darstellung derselben steht seit 1929 zur Verfügung, da Lönnroth seine Untersuchung »*Theoretisches über den Volumzuwachs und -abgang des Waldbestandes*» veröffentlichte. Unter der ungenügenden Beachtung dieser Untersuchung leidet die Theorie und Praxis der sich auf periodische Messungen gründenden Zuwachsberechnungen noch heute.

Im Folgenden hat man sich auf die von Lönnroth definierten Begriffe als solche gestützt. Die Buchstabensymbole sind einer für die Behandlung notwendigen Veränderung unterworfen worden, auch die Terminologie ist für die Zwecke der vorliegender Arbeit umgeformt.

Der Bestand wird hier als gleichaltrig und einschichtig betrachtet. Er hat eine Umtriebszeit im Gegensatz zum Plenterbestand, der aus Bäumen allen Alters und aller Grössenklassen zusammengesetzt ist und der keine Umtriebszeit im eigentlichen Sinne dieses Wortes hat. Der Plenterbestand kann in mancher Hinsicht mit dem Normalwald verglichen werden, der später behandelt wird.

Den wichtigsten Gegenstand der Untersuchung bildet der Allgemeinfall, bei dem aus dem Bestand während der Periode ein Teil abgeht. Die Aufgabe wird dadurch vereinfacht, dass man annimmt, der Abgang entfalle auf die Mitte der n Jahre langen Periode, zu dem Zeitpunkt $n/2 = m$. Ausserdem wird als Sonderfall die Möglichkeit behandelt, dass während der Periode kein Abgang zu verzeichnen ist.

Im Allgemeinfall zerfällt *der Gesamtbestand* in zwei Teile. Den einen Teil bildet *der bleibende Bestand*, der während der gesamten Messungsperiode im Wachstum begriffen ist. Ferner gibt es *einen abgehenden Bestand*, der vom Beginn der Periode bis zum Zeitpunkt des Abganges wächst. Die für den Zusammenhang der Periodenmessung wichtigen Begriffe sind:

Der Anfangswert des bleibenden Bestandes E_0. Hierunter verstehen wir den Wert der wachsenden Grösse gebildet durch die bis zum Periodenende im Bestand verbleibenden Bäume zu Beginn der Periode. Die Bäume, die den Anfangswert E_0 darstellen, müssen vom Beginn der Periode bis zu ihrem Ende im Bestand bleiben.

Der Endwert des bleibenden Bestandes E_n ist die wachsende Grösse des Bestandes am Ende der Periode. Der bleibende Bestand wächst während der Periode vom Wert E_0 bis zum Wert E_n.

Der periodische Zuwachs des bleibenden Bestandes Z_E ist die Differenz $E_n - E_0$.

Der Anfangswert des abgehenden Bestandes A_0 ist die wachsende Grösse des aus dem Bestand verschwindenden Teils zu Beginn der Periode.

Der Endwert des abgehenden Bestandes A_m ist die wachsende Grösse der aus dem Bestand abgehenden Bäume zur Zeit des Abganges. Aus der lebendigen Bestandesganzheit gelöst bildet er den Abgang. Falls, wie angenommen ist, der Zeitpunkt für den Abgang auf m fällt, haben die abgehenden Bäume ihre eigene, m Jahre lange Messungsperiode.

Der periodische Zuwachs des abgehenden Bestandes Z_A ist die Differenz $A_m - A_0$. Dieses ist der Zuwachs des abgehenden Bestandes während einer m Jahre langen Periode und zugleich ist es der Zuwachs des abgehenden Bestandes während einer n jährigen Gesamtperiode.

Der Anfangswert des Gesamtbestandes B_0 ist die wachsende Grösse des Bestandes zu Beginn der Periode. Er ist die Summe der Anfangswerte der bleibenden und abgehenden Bestände: $B_0 = E_0 + A_0$.

Der Endwert des Gesamtbestandes B_n ist insofern ein abstrakter, als er in Wirklichkeit nicht durch Einzelmessungen festgestellt werden kann. Er wird als Summe der Endwerte des bleibenden und abgehenden Bestandes definiert: $B_n = E_n + A_m$ und kann auf diesem Wege errechnet werden.

Der periodische Zuwachs des Gesamtbestandes Z_B ist die Differenz $B_n - B_0$. Dieser Wert gibt den Bestandeszuwachs während der Periode an und entspricht also Møllers Begriff »den forstlige tilvaekst» (1951, S. 21). Früher ist in unserem Lande der Zuwachs des Gesamtbestandes oft Ertrag benannt worden und der Zuwachs des bleibenden Bestandes Bestandeszuwachs oder Zuwachs der jetzigen Bäume (Lönnroth 1919

—20, Ilvessalo 1930 und 1932). In dieser Arbeit meinen wir mit Bestandeszuwachs namentlich den Zuwachs des Gesamtbestandes.

Die Bestandesdifferenz $R = E_n - B_0 = Z_B - A_m$. Sie gibt die Differenz zwischen den End- und Anfangsbeständen der Periode an. Diese ist negativ, falls der Zuwachs des Gesamtbestandes geringer ist als der Abgang.

Falls während der Periode Bäume aus dem Bestand abgehen muss man zur Errechnung des Zuwachses unbedingt die 10 obigen Begriffe kennen. Ihre eingehendere Darstellung und die 30 Gleichungen die zwischen ihnen gelten, sind in der genannten Arbeit von Lönnroth zu finden.

Es sei hier noch erwähnt, dass zwischen den wichtigsten Begriffen, die Lihtonen (1943) in seiner Ertragshiebsberechnung entwickelt, hat und den sich an die Periodenmessungen anschliessenden Begriffen folgende Übereinstimmungen herrschen: Ertragsvorrat = bleibender Bestand, Abgangsvorrat = abgehender Bestand und Grundvorrat = Anfangswert des Gesamtbestandes.

Falls während der Messungsperiode im Bestand kein Abgang, zu verzeichnen ist, so wird der abgehende Bestand überflüssig. Der bleibende Bestand und der Gesamtbestand sind gleich. Hierbei brauchen wir für die Zuwachsberechnung nur den Anfangs- und Endwert des Gesamtbestandes. Wenn man die Untersuchung zur Klärung des Bestandeszuwachses auf diesen Sonderfall beschränken könnte, würde dieses die Zuwachsuntersuchungen ganz erheblich erleichtern.

32. Gründe für die Notwendigkeit die wachsenden Grössen des Bestandes während der Periode von einander zu trennen.

Zur Vereinfachung der Zuwachsberechnung ist man in der Praxis geneigt gewesen, die Begriffe Periodenzuwachs des bleibenden Bestandes und Periodenzuwachs des Gesamtbestandes gleichzusetzen ($Z_E \approx Z_B$). Dieses ist auch ohne grössere Fehler bei Untersuchungen in naturnormalen Beständen möglich, denn den Zuwachs des natürlichen Abganges kann man wohl während einer 5—10 Jahre währenden Messungsperiode als unbedeutend klein betrachten (Lönnroth 1919—20 und Ilvessalo 1930).

Der Zuwachs des abgehenden Bestandes in Wirtschaftswäldern kann hingegen sogar sehr gross sein, abhängig von der Bestandesbehandlung und der Grösse des Einschlages. Aus diesem Grunde ist es auch verständlich, dass die europäische Literatur die Regel hervorhebt: Der Bestandeszuwachs dürfte nicht durch rückwirkende Periodenmessungen erforscht werden, falls in dem Bestand während der Periode Abgang zu verzeichnen ist (z.B. Tischendorf 1927, S. 179). Hierbei bleibt ja der Zuwachs des Abganges unbeachtet.

Die vorgelegte Regel kann jedoch nicht immer in der Praxis befolgt werden. Z.B. müssen bei Zuwachsuntersuchungen eines grossen Waldgebietes die Probeflächen in allerlei Bestände verlegt werden, deren Auswahl eine ganz beliebige ist, unabhängig davon, wann sie eingeschlagen sind. Andererseits wird die Auffassung, dass der natürliche Abgang einen geringen Zuwachs bedeutet, auch auf den Hiebsabgang bezogen, denn so umgeht man komplizierte Untersuchungsmethoden und Schwierigkeiten.

Das allmähliche Ausserachtlassen des Abgangszuwachses bringt vom Gesichtspunkt der Messungstechnik und Zuwachsberechnung aus betrachtet einige weittragende Folgen mit sich. Wenn man den Periodenzuwachs des Gesamtbestandes dem Periodenzuwachs des bleibenden Bestandes gleichsetzt, so setzt man auch die empirisch gewonnenen Angaben über den Zuwachs des Gesamtbestandes dem Zuwachs des bleibenden Bestandes gleich. Wenn z.B. der jährliche Bestandeszuwachs den Ertragstafeln nach zu einem bestimmten Alter annähernd unverändert ist, so kann man annehmen, dass auch der Zuwachs der zum Messungszeitpunkt im Bestand vorhandenen Bäume während der Periode annähernd unverändert ist. Wenn jedoch der jährliche Bestandeszuwachs unverändert ist, nimmt bei zurückgehender Stammzahl der jährliche Zuwachs der im Bestand bleibenden Bäume zu.

Der Zuwachs des bleibenden Bestandes als Zuwachs des Gesamtbestandes betrachtet gibt eine unterbewertende Grösse, denn der Zuwachs des Abganges ist in ihm nicht enthalten. Obwohl allerdings der Zuwachs des Abganges im Naturwald geringfügig sein kann, ist er dieses im Wirtschaftswald und besonders in kräftig und nicht waldbaulich gehauenen Beständen, die es in unserem Lande reichlich gibt, kaum. Hier führt ein Ausserachtlassen des Abgangszuwachses zu einer systematischen Unterbewertung.

In Finnland und in den Skandinavischen Ländern sind vielleicht die meisten der rückwirkend vorgenommenen Periodenmessungen unabhängig davon vorgenommen, ob der Bestand während der Periode gehauen wurde oder nicht. Derartige Zuwachsuntersuchungen sind die bei der Inventur der Waldvorräte genommenen Probeflächen.

Auch in einigen der letzten einheimischen Untersuchungen, die sich auf die Wirtschaftswälder beziehen, hat man sich nicht unbedingt an die Regel gehalten, dass in der Messungsperiode kein Abgang enthalten sein dürfe (z.B. Nyyssönen 1949, Vuokila 1950 und Kuusela 1951). Allerdings hat man einen starken Abgang während der Periode und ganz besonders am Ende derselben vermieden, aber dieses ändert nichts an der Tatsache, dass die den Zuwachs des Messungsjahres betreffenden Schlussfolgerungen an Hand von Periodenmessungen, die Abgang enthalten, vorgenommen sind. Es ist jedoch zu beachten, dass bei dem Bestreben, den Zuwachs des Messungsjahres festzustellen, die Verwendung einer Messungsperiode, die einen Abgang enthält, an sich keinen Fehler bedeutet, wie es bei einer Methode der Fall ist, bei der der durchschnittliche Zuwachs des bleibenden Bestandes als durchschnittlicher Zuwachs des Gesamtbestandes betrachtet wird.

Der durchschnittliche Zuwachs des bleibenden Bestandes kann — Einzelfälle ausgenommen — als Zuwachs des Messungsjahres nicht anerkannt werden, vor allem dann nicht, wenn während der Periode Abgang zu verzeichnen ist. Den durchschnittlichen Zuwachs als Zuwachs des Messungsjahres zu betrachten wäre das gleiche wie die Voraussetzung, dass dem Abgang und den im Zusammenhang hiermit frei werdenden Wachstumsfaktoren keine Bedeutung für den Zuwachs der im Bestand zurückbleibenden Bäume zukäme. Dieses kann man kaum für zutreffend halten (vergl. z.B. Lönnroth 1919—20, S. 85—86).

Auf Grund des Gesagten ist festzustellen, dass die Gleichung $Z_B = Z_E + Z_A$ eine Schlüsselstellung in Theorie und Praxis der Zuwachsberechnung des Bestandes und auch des Waldes einnimmt. Die ungenaue Behandlung der in der Gleichung enthaltenen Begriffe führt unweigerlich zu Fehlern, die sich an Hand von empirischen Zahlenreihen wie den Zuwachsprozenten verbreiten. Um diese zu veranschaulichen, sei die ungenaue Behandlung der Zuwachswerte des gesamten, des bleibenden und des abgehenden Bestandes als Quelle der Fehlerbildung und die Zuwachsprozente als Fehlerträger verglichen, wie sie die Theorie und Praxis der Zuwachsberechnung in alle Gebiete tragen.

33. Ermittlung des Bestandeszuwachses.

Lönnroth (1919—20, S. 264) hat folgenden Zusammenhang der Methoden zur Abschätzung des Bestandeszuwachses gegeben:

1. Die rückwärts gerichtete Untersuchung, d.h. die Analysenmethode.
2. Die vorwärtsgerichtete Untersuchung, d.h. eine Zuwachsbestimmung aus der Differenz der zu Beginn und am Ende der Periode erhaltenen Messungsergebnisse.
3. Verwendung von Ertragstafeln zur Abschätzung des Zuwachses.
4. Abschätzung des jährlichen Zuwachses an Hand des durchschnittlichen Zuwachses (unter durchschnittlichem Zuwachs verstehen wir hier das Verhältnis der wachsenden Grösse des Bestandes zu ihrem Alter).
5. Das Prozentverfahren.

Von diesen können Nr. 3 und Nr. 4 übergangen werden, denn ihnen kommt für die Periodenmessung keine nennenswerte Bedeutung zu.

Das letzte, das Prozentverfahren, gründet sich auf die Periodenmessung, falls die Prozente nicht aus empirischen Tabellen abgelesen werden. Das sich auf Messungsergebnisse gründende Prozentverfahren beruht auf rückwärts gerichtete Untersuchungen. Bevor das Prozent errechnet werden kann, müssen die absoluten Grössen erst geklärt werden, d.h. der Zuwachs und die Vergleichsgrösse müssen festgelegt werden.

Einer näheren Prüfung werden die beiden ersten Methoden der obigen Aufstellung, die Messung des Bestandes am Anfang und am Ende der Periode, sowie die rückwirkende Untersuchung, unterzogen.

331. *Messung des Bestandes am Anfang und Ende der Periode.*

Zur Errechnung des Zuwachses kann der Bestand am Anfang und Ende der Periode gemessen werden. Wenn man zur Differenz dieser Werte den evtl. Abgang der Periode hinzuzählt, erhält man den Zuwachs des Gesamtbestandes.

Die Methode scheint einfach zu sein, sie enthält jedoch viele hier nur andeutungsweise zu streifende Schwierigkeiten. Erstens erstreckt sich die Zuwachsuntersuchung auf die Zeitspanne einer Messungsperiode. Mit der Bestimmung der wachsenden Grösse sind so grosse Fehlermöglichkeiten verbunden, dass der als Differenz berechnete Zuwachswert sehr unzuverlässig ist. Gewissheit kann man nur dann erlangen, wenn mehrere Periodenmessungen hintereinander vorgenommen werden, was natürlich die für die Untersuchung notwendige Zeit noch mehr verlängert.

Die Methode wird auch hauptsächlich auf den festen Versuchsflächen der Forschungsinstitute verwendet, sowie unter intensiven Umständen, wie in der Kontrollwaldwirtschaft.

332. *Rückwirkende Zuwachsmessung.*

Bei der Zuwachsmessung an Hand der rückwirkenden Methoden verfährt man gewöhnlich so, dass im Bestand eine Probefläche abgegrenzt wird, in der durch Zählung aller Bäume die wachsende Grösse zum Messungszeitpunkt festgestellt wird. Der Zuwachs wird zur Erleichterung der Arbeit auf Grund der der Probefläche entnommenen Probebäume bestimmt.

Das Prinzip ist hierbei das, dass jeder Probebaum eine begrenzte Ganzheit repräsentiert, z.B. den Zuwachs der Bäume einer Durchmesserklasse. Man setzt voraus, dass das Verhältnis des Periodenzuwachses des Probebaumes oder das Verhältnis des durchschnittlichen Zuwachses zu einer, aus den Massen des Probebaumes erhaltenen Vergleichsgrösse, das gleiche ist, wie das Verhältnis des entsprechenden Zuwachses der von ihm repräsentierten Baumgruppe zu der Vergleichsgrösse, die aus den Massen der Bäume dieser Durchmesserklasse erhalten worden sind.

Wenn man für den Probebaum an Hand des durchschnittlichen Zuwachses das Diskontprozent des einfachen Zinsfusses (12) berechnet, kann man annehmen, dass es ebensogross ist wie das Diskontprozent des durchschnittlichen Zuwachses der Bäume der von ihm repräsentierten Durchmesserklasse.

Das Diskontprozent des einfachen Zinsfusses geht in Finnland und Skandinavien meistens unter dem Namen Jonsons Prozent (S. 75). Wenn man dieses beim Übergang vom Zuwachs der Probebäume zum Zuwachs der von ihnen repräsentierten Baumgruppen verwendet, ist es kein Zuwachsprozent (der Terminologie dieser Untersuchung nach), sondern eine Hilfsgrösse, die das prozentuale Verhältnis des durchschnittlichen Zuwachses zu der wachsenden Grösse zum Messungszeitpunkt angibt (vergl. Langsaeter 1944).

Beim Übergang vom Zuwachs der Probebäume zum Bestandeszuwachs ist Jonsons Prozent äusserst einfach. Ferner gibt es für die Kreisflächenprozente Tabellen, aus denen man sie auf Grund des 5 oder 10 jährigen Radialzuwachses sowie auf Grund des Baumdurchmessers direkt entnehmen kann (z.B. Jonson 1929 und Ilvessalo 1948).

Formell berechnet man Jonsons Prozent für die Kreisfläche des Bestandes folgendermassen: Falls die Bäume in Durchmesserklassen 1, 2, 3, ... eingeteilt werden, deren Kreisflächen mit G_1, G_2, G_3, ... und die jeder Durchmesserklasse entsprechenden Jonsonschen Prozente mit p_1, p_2, p_3, ... bezeichnet werden, berechnet man das Bestandesprozent P als gewogenen Durchschnittswert der einzelnen Prozente, wobei als Gewichtswert die

Kreisflächen der entsprechenden Durchmesserklassen verwendet werden (Borggreve 1888, S. 44, Lönnroth 1919—20, S. 263 und Ilvessalo 1939, S. 40):

$$P = \frac{G_1 \cdot p_1 + G_2 \cdot p_2 + G_3 \cdot p_3 + \cdots}{G_1 + G_2 + G_3 + \cdots} = \frac{\Sigma G \cdot p}{\Sigma G}, \tag{43}$$

in der ΣG die Kreisfläche des Probebestandes zum Messungszeitpunkt bedeutet. Falls die Messungsperiode n Jahre umfasst, bekommt man für die Bestandeskreisfläche vor einer Zeit von n Jahren mit dem Prozent P:

$$\Sigma G_0 = \Sigma G_n - n \cdot \frac{P}{100} \cdot \Sigma G_n \cdot \tag{44}$$

So kann man für den Bestand die wachsenden Grössen g_0, $g_{n/2}$ und g_n, wie sie bei der Behandlung des einzelnen Baumes bezeichnet wurden, feststellen. Als Grössen der Messungsperioden kann man sie bei der Zuwachsberechnung ebenso behandeln wie die entsprechenden Werte für den einzelnen Baum.

Es sei betont, dass man bei Rückwärtsbeurteilung der zum Messungszeitpunkt im Bestand befindlichen Bäume die wachsenden Grössen nur für den bleibenden Bestand feststellen kann. Der Zuwachs des abgehenden Bestandes muss gesondert in der gleichen Weise festgestellt werden. Die Länge der Messungsperiode der Abgehenden Bäume muss so viele Jahre betragen, wie sie zur eigentlichen Messungsperiode zum lebenden Bestand gehören.

34. Berechnung des durchschnittlichen Zuwachses und des Zuwachsprozentes.

Wenn der Bestand während der Periode einen Abgang aufweist, muss zur Bestimmung des Zuwachses des Gesamtbestandes der Zuwachs des bleibenden und der des abgehenden Bestandes gesondert untersucht werden. Der durchschnittliche Zuwachs Z_{Ed} des bleibenden Bestandes ist:

$$Z_{Ed} = \frac{E_n - E_0}{n} = \frac{Z_E}{n} \tag{45}$$

und der durchschnittliche Zuwachs des abgehenden Bestandes Z_{Adm}:

$$Z_{Adm} = \frac{A_m - A_0}{m} = \frac{Z_A}{m} \,. \tag{46}$$

Der durchschnittliche Zuwachs des abgehenden Bestandes während der ganzen Messungsperiode Z_{Ad} ist:

$$Z_{Ad} = \frac{A_m - A_0}{n} = \frac{Z_A}{n} \,. \tag{47}$$

Es ist keine Zahl mehr, die im wahrsten Sinne des Wortes den durchschnittlichen Zuwachs angibt, sondern ein Bruch, der angibt, wie sich der Zuwachs des abgehenden Bestandes durchschnittlich auf die Jahre der Messungsperiode verteilt.

Den Grössendefinitionen des Bestandes entsprechend ist der durchschnittliche Zuwachs des Gesamtbestandes Z_{Bd} die Summe des durchschnittlichen Zuwachses des bleibenden und des abgehenden Bestandes:

$$Z_{Bd} = Z_{Ed} + Z_{Ad} \,. \tag{48}$$

Wenn man den Zuwachs so untersucht, dass man die wachsende Grösse zu Beginn der Periode und am Ende derselben, sowie den Abgang misst, so:

$$Z_{Bd} = \frac{E_n - B_0 + A_m}{n} \,. \tag{49}$$

Die Formel ist die gleiche wie bei der Zuwachsberechnung der Kontrollmethode (K n u c h e l 1950).

Die durchschnittlichen Zuwachsprozente des bleibenden und abgehenden Bestandes werden so berechnet, wie im Zusammenhang mit dem einzelnen Baum dargelegt wurde. Wenn man z.B. für den bleibenden Bestand die Werte E_0, $E_{n/2}$ und E_n kennt, bekommt man das genaueste durchschnittliche Zuwachsprozent p_{Ed} unter Verwendung der korrigierten Schubertschen Formel:

$$p_{Ed} = \frac{100}{n} \cdot \frac{E_n - E_0}{k\,Sch} \,. \tag{50}$$

Nachdem die durchschnittlichen Zuwachsprozente des bleibenden und abgehenden Bestandes berechnet sind, muss entschieden werden, wie sie zum durchschnittlichen Zuwachsprozent des Gesamtbestandes zusammengestellt werden. Wenn Δ E und Δ A den jährlichen Zuwachs des bleibenden und abgehenden Bestandes darstellen und E sowie A die jährlichen Anfangswerte der wachsenden Grössen, so betragen die durchschnittlichen Zuwachsprozente des bleibenden, abgehenden und Gesamtbestandes p_{Ed}, p_{Ad} und p_{Bd} laut der in Petrinis Formel (S. 52) enthaltenen Definition:

$$p_{Ed} = 100 \cdot \frac{\sum\limits_{1}^{n} \Delta E}{\sum\limits_{0}^{n-1} E} \,; \tag{51}$$

$$p_{Ad} = 100 \cdot \frac{\sum\limits_{1}^{m} \Delta A}{\sum\limits_{0}^{m-1} A} \,; \tag{52}$$

$$p_{Bd} = 100 \cdot \frac{\sum\limits_{1}^{n} \Delta E + \sum\limits_{1}^{m} \Delta A}{\sum\limits_{0}^{n-1} E + \sum\limits_{0}^{m-1} A} \,. \tag{53}$$

Aus diesen ergibt sich:

$$p_{Bd} = \frac{\sum\limits_{0}^{n-1} E \cdot p_{Ed} + \sum\limits_{0}^{m-1} A \cdot p_{Ad}}{\sum\limits_{0}^{n-1} E + \sum\limits_{0}^{m-1} A} \,. \tag{54}$$

Das durchschnittliche Zuwachsprozent des Gesamtbestandes ist der gewogene Durchschnittswert der durchschnittlichen Prozente des bleibenden und abgehenden Bestandes und als Gewichtswerte verwendet man die Summe der Anfangswerte der entsprechenden wachsenden Grössen. Diese ist die gleiche wie das prozentuale Verhältnis des Periodenzuwachses des Gesamtbestandes zur Summe der jährlichen Anfangswerte der wachsenden Grössen.

Da man exakte Gewichtswerte nicht bekommen kann, wenn man nicht jeden jährlichen Zuwachs des bleibenden und des abgehenden Bestandes misst, muss man sich mit Näherungswerten begnügen. An die Näherungswerte muss man die Forderung stellen, dass ihr Verhältnis annähernd das gleiche ist, wie das Verhältnis der Summe der jährlichen Anfangswerte des bleibenden Bestandes zur Summe der jährlichen Anfangswerte des abgehenden Bestandes.

Die Aufgabe ist genau die gleiche wie das Ausfindigmachen einer geeigneten Vergleichsgrösse zur Errechnung des Näherungswertes des durchschnittlichen Zuwachsprozentes. So kann man als Gewichtswert des Prozentes des bleibenden Bestandes mit zunehmender Genauigkeit die Grössen

$$E_0,\ E_n,\ \frac{E_0 + E_n}{2},\ \frac{(n+1)\,E_0 + (n-1)\,E_n}{2n},\ \frac{E_0 + 4\,E_{n/2} + E_n}{6}$$

verwenden. Die genaueste ist die Vergleichsgrösse k Sch (S. 60).

Wenn das durchschnittliche Zuwachsprozent p_{Ed} und das entsprechende Prozent p_{Ad} an Hand der korrigierten Schubertschen Formel errechnet worden ist (oder mit Hilfe einer einfacheren, aber ungenaueren Näherungswertformel), kann man durch Einsetzen in Formel (54) das durchschnittliche Zuwachsprozent des Gesamtbestandes errechnen:

$$p_{Bd} = \frac{\frac{100}{n}\cdot(E_n - E_0) + \frac{100}{n}\cdot(A_m - A_0)}{k\,Sch_E + k\,Sch_A} = 100\cdot\frac{Z_{Ed} + Z_{Ad}}{k\,Sch_E + k\,Sch_A}\,. \tag{55}$$

Die Formel enthält die Definition: Das durchschnittliche Zuwachsprozent des Gesamtbestandes ist das prozentuale Verhältnis der Summe der durchschnittlichen Zuwachsbeträge des bleibenden und abgehenden Bestandes zur Summe der entsprechenden, korrigierten Vergleichsgrössen der Schubertschen Formel.

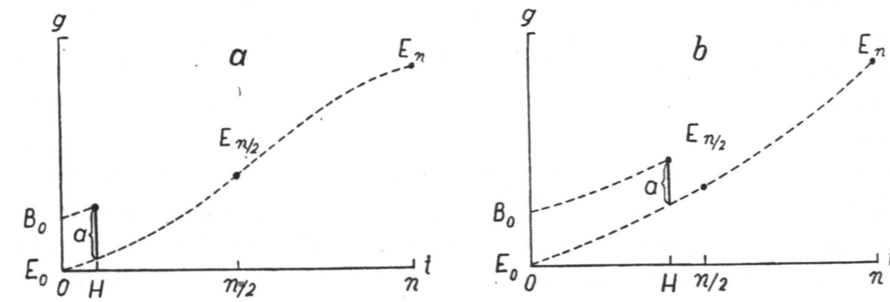
Falls die Messungsperiode keinen Abgang aufweist, sind Gesamtbestand und bleibender Bestand einander gleich. Die Berechnung zur Feststellung des durchschnittlichen Zuwachses und des Zuwachsprozentes werden wie für den bleibenden Bestand vorgenommen.

35. Berechnung des Zuwachses und des Zuwachsprozentes des Messungsjahres.

Als Zuwachs des Messungsjahres kann man den durchschnittlichen Zuwachs des Gesamtbestandes oder den des bleibenden Bestandes betrachten, wie auch bei den einzelnen Bäumen und mit den gleichen Fehlermöglichkeiten. Falls die Periode Abgang aufweist, ist der durchschnittliche Zuwachs des Gesamtbestandes zuverlässiger, aber z.B. in jungen Beständen, in denen der Zuwachs ansteigend ist, ist er kleiner als der Zuwachs des

Messungsjahres. Der durchschnittliche Zuwachs des bleibenden Bestandes als Zuwachs des Messungsjahres ist im allgemeinen um so fehlerhafter, je grösser der Abgang während der Periode gewesen ist.

Kennen wir die wachsenden Grössen B_0, $B_{n/2}$ und B_n, oder die Werte E_0, $E_{n/2}$ und E_n für den Fall, dass in der Periode Abgang enthalten ist, so kann der wahrscheinliche Zuwachs des Messungsjahres mit Hilfe der Formel von Östlind errechnet werden, wie für den einzelnen Baum (S. 66). Wenn man an Hand von Östlinds Formel den Bestandeszuwachs untersucht, und wenn vor allem in der Messungsperiode Abgang enthalten ist, muss die Bedeutung von Vorsicht und Überlegung besonders beim Festlegen der Periodenlänge und überhaupt hinsichtlich der Zuverlässigkeit des Ergebnisses betont werden. Dieses ist in der Zeichnung Nr. 13 veranschaulicht.



Zeichnung Nr. 13. Beispiele der Wachstumskurven.

In dem Teil a. der Zeichnung veranschaulicht die Kurve $E_0\ E_{n/2}\ E_n$ die Entwicklung der Kreisfläche des bleibenden Bestandes als Zeitfunktion während der Messungsperiode. In Punkt 0, also zu Beginn der Periode, ist der Anfangswert des Gesamtbestandes B_0 gewesen und der Anfangswert des bleibenden Bestandes betrug E_0. In Punkt H war der Hiebsabgang a. Als Folge dieses Abganges hat sich der Zuwachs des bleibenden Bestandes erholt und die wachsende Grösse entwickelt sich schneller als in Form einer arithmetischen Reihe. Vor Ende der Periode ist die Wachstumskurve nach oben gewölbt z.B. als Folge davon, dass der vom Abgang hinterlassene »freie Platz» aufgefüllt worden ist, oder dass der Schwerpunkt des Stärkezuwachses zwischen $H - n/2$ sich auf den Fussteil des Stammes konzentriert und zwischen $n/2 - n$ auf den Gipfelteil. Im Beispiel a. würde die Verschiebung des durchschnittlichen Zuwachses des bleibenden Bestandes auf den Zuwachs des Messungsjahres zu einem zu kleinen Ergebnis führen, aber ebenso offensichtlich ist es, dass die Östlindsche Formel für die Periode n zu einem zu grossen Ergebnis führen würde. Die Genauigkeit kann durch Verkürzung der Messungsperiode erhöht werden.

In Teil b. ist die Wachstumskurve während der ganzen Periodendauer nach der gleichen Seite gewölbt. Nach dem Abgang hat die Wölbung nur noch zugenommen. Hierbei bekommt man bei Verwendung der Östlindschen Formel und der Gesamtperiode n ganz offensichtlich ein genaueres Ergebnis als in Beispiel a.

Wenn der Zuwachs des Messungsjahres möglichst exakt bestimmt ist, erhält man das Zuwachsprozent dadurch, dass man den jährlichen Zuwachs mit dem entsprechenden Anfangswert der wachsenden Grösse in ein prozentuales Verhältnis bringt.

4. Zuwachsberechnung des Holzvorrates im Normalwald.

I. allg. setzt sich der Holzvorrat, wieder eine neue Ganzheit, aus Beständen verschiedenen Alters und verschiedener Entwicklungsstufen zusammen. Man kann sagen, dass es im Walde einen jährlichen Abgang gibt. Unter waldwirtschaftlich gesehen anomalen Verhältnissen kann sich der Holzvorrat aus untereinander annähernd gleichaltrigen Beständen zusammensetzen. Holzvorräte dieser Art werden umso seltener je grösser die Areale sind. Der Holzvorrat kann auch sehr unternormal sein, sodass man die Einschläge längere Zeit hinausschiebt. Diese Fälle kann man als Ausnahmen gelten lassen, die in dem Masse seltener werden, als die Waldgebiete immer mehr in den Bereich der geordneten Wirtschaft einbezogen werden.

Im Allgemeinfall kann man den Zuwachs des Holzvorrates nicht unter der Voraussetzung, dass während der Periode kein Abgang stattfindet, durch Periodenmessung klarlegen. Bei Untersuchung des Zuwachses des Gesamtvorrates muss der Zuwachs des Abganges oder der Einfluss, der durch den Abgang auf den Zuwachs des bleibenden Vorrates ausgeübt wird, beachtet werden, falls man bestrebt ist Ergebnisse zu erlangen, die der Wirklichkeit entsprechen.

Die Begriffe und Methoden, die mit der Zuwachsberechnung des Holzvorrates im Zusammenhang stehen, sind am natürlichsten im Rahmen des Normalwaldes zu klären. Hierbei treten auch die die Entwicklung des Holzvorrates beherschenden Gesetzmässigkeiten vereinfacht und klar zu Tage. Hiernach kann man die Anwendbarkeit der Zuwachsberechnungsmethoden, die in Verbindung mit dem Normalwald behandelt wurden, im Wirtschaftswald prüfen.

Zu Beginn sollen jedoch kurz die nordischen Auffassungen über die Entwicklung des Jahreszuwachses des bleibenden Vorrates erörtert werden.

41. Die nordischen Auffassungen über die Entwicklung des Jahreszuwachses des bleibenden Vorrates in der Literatur der Zuwachsberechnung.

In der Zuwachsberechnung des Waldes, die sich auf Periodenmessung gründet, kommt eine entscheidende Bedeutung der Voraussetzung zu, wie man sich die Entwicklung des Jahreszuwachses des bleibenden Bestandes während der Messungsperiode vorstellt. Seitdem J o n s o n (1928) seine Zuwachsberechnungsmethode veröffentlichte, hat diese Frage dauernd die nordischen Forscher beschäftigt. Wie früher schon betont wurde, setzt Jonsons Methode voraus, dass der Jahreszuwachs der Kreisfläche (unter Eliminierung der zufälligen Schwankungen) annähernd unverändert ist und dass der durchschnittliche Zuwachs dem Zuwachs des Messungsjahres gleichgestellt werden kann. Obwohl gegen diese lange Zeit vorherrschende Auffassung Einwände erhoben wurden, hat die Frage keine überzeugende und allgemein anerkannte Entscheidung erfahren. Hierfür gibt es viele Gründe:

1. Thesen und Antithesen werden von Material gestützt, das nicht vergleichbar ist, z.B. Natur- und Wirtschaftsbeständen.
2. Die Entwicklung des Jahreszuwachses des einzelnen Baumes und der Bestände werden miteinander verwechselt.
3. Der Begriff bleibender Vorrat und sein Verhältnis zum Gesamt- und abgehenden Vorrat ist manchen Forschern unklar.
4. Man kann gleichzeitig von dem Zuwachs des Radius, der Kreisfläche und des Masseninhaltes sprechen hören, ohne Berücksichtigung des Abhängigkeitsverhältnisses dieser Grössen untereinander.

Wie früher dargestellt wurde, gründet sich Jonsons Methode auf die Zuwachswerte *naturnormaler* und schwach niederdurchforsteter Bestände. Unter diesen ist die verallgemeinerte Voraussetzung laut J o n s o n hauptsächlich in alten Beständen und solchen mittleren Alters gegeben.

Von gründlichen Untersuchungen des Zuwachses in naturnormalen Beständen unseres Landes seien in diesem Zusammenhang die Arbeiten von I l v e s s a l o (1916, 1920 a und b sowie 1937) und M i k o l a (1950 und 1952) erwähnt. Diesen Arbeiten nach scheint, junge Bestände Süd-Finnlands unter ca. 25 Jahren ausgenommen, der Radialzuwachs der einzelnen Bäume von Jahr zu Jahr abnehmend und der Kreisflächenzuwachs annähernd unverändert zu sein.

Bei Verwendung der Jonsonschen Methode zur Zuwachsberechnung muss ferner noch beachtet werden, dass die Diskontprozente als Rabattprozente des zukünftigen Zuwachses benutzt werden. Hierbei setzt man voraus, dass auch der Masseninhalt des Baumes sich annähernd als arithmetische Reihe entwickelt. So schreibt I l v e s s a l o (1937, S. 82) über den 10-jährigen durchschnittlichen Massenzuwachs als Zuwachs des Messungsjahres in naturnormalen Beständen:

»Dieses war also als Durchschnittswert der Zuwachsbeträge der 10 letzten Jahre bestimmt worden und bezog sich eigentlich auf die Mitte der vergangenen 10 Jahresperiode. Da jedoch der Massenzuwachs des Baumes, absolut genommen, bei zunehmendem Alter, sich sehr langsam verändert, kann man den so erhaltenen Jahreszuwachs als noch ziemlich genau sogar am Ende der 10 Jahresperiode, d.h. den Zuwachs des Messungsjahres angebend, betrachten.»

Hier muss hervorgehoben werden, dass P e t r i n i (1948, S. 206) deutlich den Widerspruch gezeigt hat, der entsteht, wenn man den Jahreszuwachs sowohl der Kreisfläche als auch des Masseninhaltes gleichzeitig als unveränderlich betrachtet. Die gleichgrossen Kreisflächenzunahmen haben eine Steigerung der Masseninhaltszunahme zur Folge. (Dennoch muss vorausgesetzt werden, dass eine gleichzeitige Formverschlechterung dieses geometrische Abhängigkeitsverhältnis nicht ausser Kraft setzt.)

Wenngleich der Jahreszuwachs entweder der Kreisfläche oder des Masseninhaltes des einzelnen Baumes in naturnormalen Beständen und während der wichtigsten Lebensabschnitte des Baumes auch unverändert wäre, gibt dieses noch keine Garantie dafür, dass der Jahreszuwachs des bleibenden Vorrates, aus zahlreichen verschieden alten Naturbeständen zusammengesetzt, unverändert wäre.

In der Hauptsache ist jedoch die Methode, die sich auf die Zuwachsgesetze der naturnormalen Bestände gründet, zur Zuwachsabschätzung der gehauenen *Wirtschaftswälder* benutzt. So war es bei der Reichswaldabschätzung in Finnland, Schweden und Norwegen sowie aller Wahrscheinlichkeit nach in den meisten Zuwachsberechnungen der nordischen Länder. Man hat vorausgesetzt, dass die Kreisflächenentwicklung des Baumes in Wirtschaftswäldern so genau der arithmetischen Reihe entspricht, wie es die Praxis erfordert. I l v e s s a l o (1942, S. 45) schreibt über die Diskontprozentformel:

»Diese Formel baut auf die Annahme, dass die Jahresringe der untersuchten Zeit gleichgrosse Flächen aufweisen, was natürlich nicht zutrifft. Der hieraus folgende Fehler hat sich jedoch in der Hauptsache als nur theoretisch erwiesen.»

Die Bilanzberechnungen von Zuwachs und Abgang und die Zuwachsprognose im Zusammenhang mit der Hiebsberechnung zeigen, dass man angenommen hat, dass sich auch die Massenentwicklung als arithmetische Reihe vollzieht und die Diskontprozente der rückwirkend vorgenommenen Messungen sind als Rabattprozente für die zukünftige Periode verwandt worden.

Diese merkwürdige Gleichsetzung der Zuwachsgesetze für Natur- und Wirtschaftswälder fällt in eine Zeit, zu der der Holzverbrauch von Naturvorräten zu Wirtschaftsvorräten überwechselte. Die für die Zuwachsberechnungsmethoden sich hieraus ergebenden Folgen scheinen zum grössten Teil unbeachtet geblieben zu sein. Als Grund hierfür muss vor allem die Einfachheit der Jonsonschen Formel angesehen werden. Die Praxis verzichtet nicht gerne auf einfache und elastische und bereits allgemein in Gebrauch genommene Methoden, nicht einmal immer dann, wenn die Kritik, die sich gegen sie richtet, berechtigt ist.

Ferner, es ist garnicht so leicht an Hand von Messungsergebnissen die wahre Sachlage dann darzustellen, wenn es sich um grosse Holzvorräte handelt. Bezeichnend für die Sachlage ist S k i n n e m o e n s (1937—39, S. 602) Feststellung hinsichtlich des jährlichen Radialzuwachses:

»Om årringsbreddene i våre nuvaerende skoger stiger eller faller med tiltagende alder hos traerne, kan man neppe si generelt. Det eneste sikre er at man vil finne reaksjon og stagnasjon i broket blandning. I en skog kan reaksjonen ha overtaket og årringsbredden stort sett stige, i en annen skog kan det vaere omvendt.»

J o n s o n selbst hat die Frage, ob der Jahreszuwachs des bleibenden Vorrates in Wirtschaftswäldern veränderlich oder unveränderlich ist, nicht in ihrem ganzen Umfang behandelt. In Einzelfällen hat er es für nötig befunden, die systematische Veränderung des jährlichen Zuwachses in Betracht zu ziehen (S. 76, vergl. auch I l v e s s a l o 1948).

Jonsons Methode ist zuerst in Norwegen kritisiert worden. Bereits B a r t h (1926) hat die Auffassung kundgetan, dass der jährliche Kreisflächenzuwachs der Bäume in plenterartigen Beständen ansteigend ist. V i g e r u s t (1928 a und b) schreibt, dass das durch Abschätzung der norwegischen Wälder erhaltene Material zeigt, dass der Radialzuwachs umso grösser ist, je dicker der Baum ist. Der jährliche Kreisflächenzuwachs ist also ansteigend. Diese Beobachtungen beziehen sich gerade auf den bleibenden Vorrat, obwohl sie nicht als solche dargestellt werden.

Die neueste skandinavische Denkart wird von P e t r i n i (1926 a, b und c, 1928, 1946, 1948, 1950 a und b sowie 1951), L a n g s a e t e r (1944) und von der Publikation »Vid andra riksskogstaxeringen . . .» (1947) vertreten. Besonders P e t r i n i hat die Auffassung folgerichtig entwickelt und bestärkt nach der mindestens der jährliche Massenzuwachs der Bäume in Wirtschaftswäldern bis zu einem verhältnismässig hohen Alter hin zunehmend ist. Der Hauptteil seiner Schriften behandelt die Zuwachsprognose im Zusammenhang mit den Hiebsberechnungen, aber die Grundprinzipien der rechten Zuwachsprognose sind die gleichen wie die der rechten Zuwachsberechnung.

Laut P e t r i n i (1948, S. 108) ist die Auffassung, dass die an Hand der Periodenmessung, die zwecks Zuwachsprognose vorgenommen wurde, erhaltenen Diskontprozente als Rabattprozente für die kommende Periode eingesetzt werden könnten, eine wahre Illusion. In Wirklichkeit bedeutet dieses die Behauptung, dass der jährliche Zuwachs des bleibenden Bestandes zunehmend ist.

Laut L a n g s a e t e r (1944) kann der Zuwachs des zum Messungszeitpunkt im Wald vorhandenen Holzvorrates während der rückwärtsgerichteten Zeitperiode gemessen und errechnet werden. Weiter schreibt er:

»Tilveksten i tiden framover og »tilveksten no» kan derimot *aldri* finnes bare ved måling og beregning, i disse tilfelle må man dessuten føre inn i kalkylen visse *forutsetninger* f.eks.om tilvekstens forløp. Resultatets brukbarhet står og faller selvsagt da med arten av de forutsetninger man benytter, hvor virkelighetstro disse forutsetninger er.»

In Übereinstimmung mit dem oben gesagten wird in den Ergebnissen der schwedischen Reichswaldabschätzungen der durchschnittliche Zuwachs des zum Messungszeitpunkt im Walde vorhandenen, d.h. bleibenden Vorrates während der Messungsperiode dargestellt und betont, dass in den Werten nicht der Zuwachs des Abganges enthalten ist.

Auf Grund der zunehmenden Intensität der Waldwirtschaft und durch die im Zusammenhang mit den Wirtschaftsplänen aus den zu Beginn und am Ende der Wirtschaftsperiode vorgenommenen aufeinanderfolgenden Vorratsaufnahmen erhaltenen Ergebnisse hat man auch hinsichtlich der Genauigkeit der Zuwachsberechnungsergebnisse Schlüsse ziehen können. Ausgehend von dieser Kontrollmöglichkeit schreibt S c h i n n e s (1948), dass die Revisionen oft gezeigt haben, dass der Holzvorrat grösser ist, als der berechnete Zuwachs vorausgesetzt hätte. Laut S c h i n n e s kann dieses nicht durch Klimaveränderungen verursacht worden sein, auch nicht durch den Fortschritt des Waldbaues, sondern durch falsche Abschätzung.

Da die Zuwachsberechnungsmethoden sich auf die Voraussetzung gründen, dass der jährliche Kreisflächenzuwachs, oft auch der jährliche Massenzuwachs, unverändert ist, bestärken die Beobachtungen von Schinnes die Annahme, die sich auf die Zunahme des Jahreszuwachses bezieht.

In den finnischen Untersuchungen sind mit wenigen Ausnahmen die wichtigsten Prinzipien der Jonsonschen Methode gutgeheissen. Dennoch hat Lönnroth bereits in den Jahren 1919—20 in seinen Anweisungen für Forsteinrichtung betont, dass der durchschnittliche Bestandeszuwachs korrigiert werden muss abhängig von Richtung und Stärke der Jahreszuwachsveränderung, falls der durchschnittliche Zuwachs als Zuwachswert des vom Zentrum der Periode abweichenden Zeitpunktes verwendet wird.

Selbständige Ausnahmen von den herrschenden Grundgedanken bilden in der jüngsten finnischen Literatur die Artikel von Kallio (1951 a und b). Kallio beschränkt sich auf die Zuwachsprognose des einzelnen Bestandes und behandelt, allerdings mit vielen Ungenauigkeiten, Fehlermöglichkeiten, die vorhanden sind, falls man einer evtl. Veränderung des jährlichen Zuwachses keine Aufmerksamkeit schenkt.

In der Diskussion, die sich der Veröffentlichung von Kallios Arbeit anschloss (Nyyssönen 1951, Kuusela 1951 b und Nisula 1951) zeigt Mikola (1952) als Ergebnis der die Zuwachsentwicklung der naturnormalen Bestände erläuternden Untersuchungen, dass sich die Zuwachsberechnung auf die Voraussetzung gründen müsste, nach der der jährliche Kreisflächenzuwachs der Bäume, die älter sind als ca. 25 Jahre, annähernd unverändert ist. Dennoch, nach Ansicht Verfassers, scheint es schon prinzipiell kritiklos zu sein eine Methode auf die Gesetzmässigkeiten der Naturbestände zu beziehen, die auf allerlei, ihrer Dichte nach verschiedene Wirtschaftsbestände angewandt wird.

Die empirischen Kenntnisse über den Kreisflächenzuwachs und über das Abnehmen der Diskontprozentreihen, die als Funktion des Alters und Durchmessers dargestellt sind (Ilvessalo 1942 und 1948), stützen nicht mit Sicherheit die Auffassung, dass der Zuwachs der Kreisfläche oder der Massenzuwachs unverändert wäre. An Hand dieser kann man auch nicht mit Gewissheit sagen, wie es sich in dieser Hinsicht mit dem Jahreszuwachs des bleibenden Vorrates verhält.

Die letzten einheimischen Untersuchungen, die sich auf Wirtschaftsbestände beziehen (Nyyssönen 1949 und 1952, Vuokila 1950 und Kuusela 1951 a), zeigen, dass der jährliche Massenzuwachs der im Bestand zurückbleibenden Bäume bis zu einem verhältnismässig hohen Alter zunimmt. Schlussfolgerungen die sich auf die Zuwachsberechnungsmethoden beziehen, sind jedoch in besagten Untersuchungen nicht gemacht worden.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass Jonsons Methode unter Verhältnissen, bei denen man es mit einer grossen Anzahl von naturnormalen Beständen zu tun hat, typisch ist. Viele Beobachtungen deuten darauf hin, dass der Jahreszuwachs des bleibenden Vorrates in Wirtschaftswäldern während der Messungsperiode zunehmend wäre. Die Verwendung einer Methode, die sich auf die Unveränderlichkeit des Zuwachses gründet, fusst in Wirklichkeit auf die Hypothese, dass der Einfluss von Durchforstungen und Durchlichtungen auf den bleibenden Vorrat so gering ist, dass er auf die Wahl der Berechnungsmethode keinen Einfluss ausübt. Dieses ist wohl kaum möglich und es hat ja auch den Anschein, dass die Methode, die sich auf die Gesetze für naturnormale Bestände gründet, für Wirtschaftswälder nicht die geeignete ist.

42. Der Normalwald und die konstanten Grössen seines Holzvorrates.

Laut Lönnroth (1930) ist der Normalwald eine waldwirtschaftliche Ganzheit, für die ein regelmässiger und statistischer Idealzustand bezeichnend ist. Seine Eigenschaften sind:

1. Normale Altersklassenverteilung
2. Normaler Zuwachs
3. Normaler Hiebsabgang
4. Normale Struktur

Diese z.T. voneinander abhängigen Gesetzmässigkeiten haben einen *Normalvorrat* zur Folge. Keltikangas (1949, S. 72) hat als primärste Voraussetzung für den Normalwald einen 100 prozentigen Verjüngungszustand der Waldbodenoberfläche, Unveränderlichkeit der Standortsbonität und reine Bestände angegeben.

Erst muss der Messungszeitpunkt genau festgestellt werden. Im Zusammenhang mit dem Einzelnen Baum wurde bestimmt, dass er zwischen die Wachstumszeiten gelegt würde. Wenn vom Walde die Rede ist, kann man das Jahr in eine Wachstums- und eine Abgangszeit teilen. Unter nordeuropäischen Verhältnissen wächst der Holzvorrat während der Sommermonate, der Wachstumszeit. Die Einschläge werden vorwiegend im Herbst und Winter, der Abgangszeit vorgenommen. In der Behandlung wird vorausgesetzt, dass im Normalwald während der Wachstumszeit kein Abgang zu verzeichnen ist. Der Messungszeitpunkt liegt zwischen Abgangs- und Wachstumszeit, am Anfang der Wachstumszeit.

Der Gesamtvorrat B ist die wachsende Grösse zum Messungszeitpunkt. Sie ist von einem Jahr zum anderen unverändert. *Der Anfangswert des Gesamtvorrates* B_0 ist ebenso gross wie die jährlichen Anfangswerte und der Endwert der Messungsperiode:

$$B_0 = B_1 = B_2 = \cdots = B_n = B \cdot$$

Der jährliche Zuwachs des Gesamtvorrates z_B ist der Betrag, um den der Gesamtvorrat sich während der Wachstumszeit vergrössert. Im Normalwald ist dieser in jedem Jahr gleichgross:

$$z_{B1} = z_{B2} = \cdots = z_{Bn} = z_B \cdot$$

Der periodische Zuwachs des Gesamtvorrates $n\,z_B$ kann auch als Summe der jährlichen Zuwachswerte $\Sigma\, z_B$ dargestellt werden.

Der jährliche Abgang a. Die wachsende Grösse des Normalwaldes ist am Ende der Wachstumszeit $B + z_B$. Während der auf die Wachstumszeit folgenden Abgangszeit wird der jährliche Abgang a gehauen. Dieser verkleinert die wachsende Grösse um den jährlichen Zuwachs, sodass die wachsende Grösse am Ende der Abgangszeit ebensogross ist wie zu Beginn der Wachstumszeit. Folgende Gleichungen gelten dann:

$$z_B = a;\; B + z_B - a = B \cdot$$

Ferner sind die jährlichen Abgangsbeträge gleichgross:

$$a_1 = a_2 = \cdots = a_n = a \cdot$$

Der periodische Abgang $n\,a$ oder $\Sigma\, a$ gibt die Holzmenge an, die der Wald während der Messungsperiode der Wirtschaft zur Verfügung stellt. Der periodische Abgang ist ebenso gross wie der periodische Zuwachs:

$$n\,a = n\,z_B \cdot$$

43. Veränderliche Grössen des Normalvorrates und die Zunahme des Jahreszuwachses des bleibenden Vorrates als eine mathematische Notwendigkeit.

Wenn man den Normalvorrat auf die Messungsperiode überträgt, treten ausser den klassischen, *konstanten* Grössen auch *veränderliche* Grössen auf. Wenn die Theorie der Zuwachsberechnung diesen früher Aufmerksamkeit

geschenkt hätte, wären viele begriffliche Verwirrungen und fehlerhafte Methoden verhältnismässig leicht vermieden worden.

Der Gesamtvorrat zerfällt in *einen bleibenden* und *einen abgehenden Vorrat.* Der bleibende Vorrat entwickelt sich von seinem Anfangswert der Periode zum Gesamtvorrat am Ende der Periode und gleichzeitig verschwindet der abgehende Vorrat in Form von jährlichen Abgängen.

Der bleibende Vorrat E. Der bleibende Vorrat zu Beginn der Periode ist E_0. Der Zuwachs desselben während des ersten Jahres ist z_{E1}. Die Summe des Anfangswertes und des Zuwachses bildet den Anfangswert des folgenden Jahres:

$$E_0 + z_{E1} = E_1 \cdot$$

Der entsprechende Anfangswert des dritten Jahres ist:

$$E_1 + z_{E2} = E_2, \text{ usw.}$$

Der bleibende Vorrat entwickelt sich während der Periode aus dem Anfangswert E_0 zum Endwert E_n. Folgende verschiedene Grössen gelten:

$$E_0 < E_1 < E_2 < \cdots < E_n \cdot$$

Die Differenz zwischen Anfangs- und Endwert ist *der periodische Zuwachs des bleibenden Vorrates* und gleichzeitig die Summe der jährlichen Zuwachswerte:

$$E_n - E_0 = \Sigma\, z_E \cdot$$

Da der Endwert des bleibenden Vorrates den Gesamtvorrat bildet, so ist:

$$E_n = B \cdot$$

Der abgehende Vorrat A. Der Anfangswert des Gesamtvorrates zerfällt in den Anfangswert des bleibenden Vorrates E_0 und den Anfangswert des während der Periode aus dem Walde abgehenden Vorrates A_0:

$$E_0 + A_0 = B \cdot$$

Der Anfangswert des abgehenden Vorrates nimmt während der ersten Wachstumszeit mit dem jährlichen Zuwachs von z_{A1} zu. Während der ersten

Abgangszeit wird der jährliche Abgang a geschlagen. Der Anfangswert des zweiten Jahres A_1 ist somit:

$$A_0 + z_{A1} - a = A_1 \cdot$$

Zu Beginn der Wachstumszeit des zweiten Jahres gilt die Gleichung und die verschiedenen Grössen:

$$E_1 + A_1 = B\,;\ E_0 < E_1\,;\ A_0 > A_1 \cdot$$

Der dritte Anfangswert des abgehenden Vorrates A_2 entsteht:

$$A_1 + z_{A2} - a = A_2 \cdot$$

Folgende gleichgrossen und verschiedenen Grössen gelten:

$$E_2 + A_2 = B\,;\ E_0 < E_1 < E_2\,;\ A_0 > A_1 > A_2 \cdot$$

So entwickeln sich die Reihen der veränderlichen Grössen bis am Ende der Periode:

$$\begin{aligned} &A_{n-1} + z_{An} - a = A_n = 0\,; \\ &A_{n-1} + z_{An} = a\,; \\ &E_n + A_n = B\,; \\ &E_n = B \cdot \end{aligned}$$

Im letzten Jahre der Periode deckt sich der Abgang mit dem abgehenden Vorrat, so dass dessen Endwert also 0 ist. Der abgehende Vorrat bildet eine Entwicklungsreihe der wachsenden Grösse besonderer Art, die von Jahr zu Jahr kleiner wird und mit 0 endet:

$$A_0 > A_1 > A_2 > \cdots > A_n\,,$$

wobei $A_n = 0$.

Den periodischen Zuwachs des abgehenden Vorrates Σz_A erhält man:

$$\Sigma z_A = na - A_0 \cdot$$

Aufstellung Nr. 3.
Entwicklung des Notmalvorrates während der Messungsperiode.

	Bleibender Vorrat		Abgehender Vorrat		Gesamtvorrat
Wachsende Grössen zu Anfang der Periode	E_0	+	A_0	=	B
Zuwachs des 1. Jahres	z_{E1}	+	z_{A1}	=	$z_B(=a)$
Abgang —»—		—	a	=	— a
Wachsende Grössen zu Anfang des 2. Jahres	E_1	+	A_1	=	B
Zuwachs des 2. Jahres	z_{E2}	+	z_{A2}	=	z_B
Abgang —»—		—	a	=	— a
.					
.					
.					
Wachsende Grössen zu Anfang des n. Jahres	E_{n-1}	+	A_{n-1}	=	B
Zuwachs des n. Jahres	z_{En}	+	z_{An}	=	z_B
Abgang —»—		—	a	=	— a
Wachsende Grössen am Ende der Periode	$E_n\ (=B)$	+	$A_n\ (=0)$	=	B

Die Grössen des Normalvorrates können in der Aufstellung Nr. 3 zusammengefasst werden, in der auch ihre Entwicklung während der Messungsperiode enthalten ist. Aus der Aufstellung erhalten wir die schon früher dargestellten Reihen der verschiedenen Grössen:

$$\begin{aligned} &E_0 < E_1 < E_2 < \cdots < E_n\,; \\ &A_0 > A_1 > A_2 > \cdots > A_n \cdot \end{aligned}$$

Der Abgehende Vorrat nimmt schnell ab und $A_n = 0$. Die Zusammensetzung des abgehenden Vorrates ändert sich insofern, als er von Jahr zu Jahr aus sich immer mehr der Hiebsreife nähernden Bäumen zusammengesetzt wird und in dem Werte A_{n-1} sind ausschliesslich im gleichen Jahr zu schlagende Bäume enthalten. Da die wachsende Grösse und offensichtlich ihr Zuwachsprozent von Jahr zu Jahr abnimmt, erhalten wir folgende verschiedene Grössen:

$$z_{A1} > z_{A2} > \cdots > z_{An} \cdot$$

Aus obigem und der Aufstellung Nr. 3 folgt:

$$z_{E1} < z_{E2} < \cdots < z_{En} \cdot$$

Die letzt angeführte Serie der verschiedenen Grössen zeigt, dass die jährlichen Zuwachsbeträge des bleibenden Vorrates während der Messungsperiode zunehmen. Dieses bedeutet, dass in jedem Wirklichkeitswald, dessen Holzvorrat während der Messungsperiode gehauen wird, die jährlichen Zuwachswerte des bleibenden Vorrates entweder zunehmen, oder, falls sie z.B. gleichgross bleiben, der Zuwachs des Gesamtvorrates während der Periodenzeit um einen Betrag abnimmt, der dem Zuwachs der abgehenden Bäume entspricht. Dieses bezieht sich auf den jährlichen Zuwachs des Kreisflächenradius, der Kreisfläche und des Masseninhaltes des bleibenden Vorrates.

44. Berechnung des durchschnittlichen Zuwachses und des Zuwachsprozentes.

Zur Berechnung des durchschnittlichen Zuwachses des Normalwaldes an Hand der Periodenmessung muss vorerst der durchschnittliche Zuwachs des bleibenden und abgehenden Vorrates bestimmt werden. Deren Summe gibt den Zuwachs des Gesamtvorrates.

Die durch Periodenmessung erhaltenen Werte sind E_0 und E_n, sowie A_0 und A_n. Der durchschnittliche Zuwachs des bleibenden Vorrates Z_{Ed} ist gewöhnlich:

$$Z_{Ed} = \frac{E_n - E_0}{n}. \tag{56}$$

Der durchschnittliche Zuwachs des abgehenden Vorrates kann nicht ausschliesslich aus den Werten A_0 und A_n, von denen $A_n = 0$, errechnet werden. Ausser diesen muss der periodische Abgang na bekannt sein. Der durchschnittliche Zuwachs Z_{Ad} ist:

$$Z_{Ad} = \frac{na - A_0}{n} = a - \frac{A_0}{n}. \tag{57}$$

Der durchschnittliche Zuwachs des Gesamtvorrates ist also:

$$Z_{Bd} = Z_{Ed} + Z_{Ad} = \frac{E_n - E_0 + na - A_0}{n} = \frac{na}{n} = a, \tag{58}$$

denn

$$E_n = B = E_0 + A_0.$$

Die Berechnung des durchschnittlichen Zuwachsprozentes des bleibenden Vorrates p_{Ed} wird ebenso vorgenommen wie für den Bestand (S. 90). Wenn es als korrigiertes Schubertsches Prozent berechnet wird, muss man zur Erlangung der Vergleichsgrösse auch die wachsende Grösse für die Periodenmitte $E_{n/2}$ kennen.

Das durchschnittliche Zuwachsprozent des abgehenden Vorrates p_{Ad} ist laut Definition der Petrinischen Formel:

$$p_{Ad} = 100 \cdot \frac{\sum_{1}^{n} z_A}{\sum_{0}^{n-1} A}. \tag{59}$$

Zur Errechnung des Näherungswertes desselben ist der durchschnittliche Zuwachs Z_{Ad} (57), sowie eine geeignete Vergleichsgrösse erforderlich. Dessen ungeachtet, dass der Endwert $A_n = 0$, bekommt man die Näherungswerte in üblicher Weise an Hand der Formeln von Kunze, Pressler, und falls der Mittenwert $A_{n/2}$ bekannt ist, auch durch die Schubertsche Formel. Das Zinseszinsprozent passt offensichtlich nicht, da ja der Endwert 0 ist. Der exakteste Näherungswert ist Schuberts korrigiertes Prozent, dessen Vergleichsgrösse (vergl. S. 60) ist:

$$\frac{\frac{(n+1)A_0 + (n-1)A_n}{n}}{A_0 + A_n} \cdot \frac{A_0 + 4A_{n/2} + A_n}{6}.$$

Durch Einsetzen von $A_n = 0$ erhalten wir:

$$\frac{\frac{(n+1)A_0}{n}}{A_0} \cdot \frac{A_0 + 4A_{n/2}}{6}. \tag{60}$$

Der Näherungswert des durchschnittlichen Zuwachsprozentes erhält die Form:

$$p_{Ad} = 100 \cdot \frac{\frac{na - A_0}{n}}{\frac{\frac{(n+1)A_0}{n}}{A_0} \cdot \frac{A_0 + 4A_{n/2}}{6}} = \frac{600}{n+1} \cdot \frac{na - A_0}{A_0 + 4A_{n/2}}. \tag{61}$$

Wenn die durchschnittlichen Zuwachsprozente der bleibenden und abgehenden Vorräte berechnet sind, erhalten wir aus diesen das durchschnittliche Zuwachsprozent des Gesamtvorrates ebenso wie für den Bestand (S. 92):

$$p_{Bd} = \frac{100}{n} \cdot \frac{(E_n - E_0) + (na - A_0)}{k\,Sch_E + k\,Sch_A} = 100 \cdot \frac{Z_{Ed} + Z_{Ad}}{k\,Sch_E + k\,Sch_A} \cdot \qquad (62)$$

Die Vergleichsgrösse k Sch_E + k Sch_A ist der Näherungswert des Gesamtvorrates B, so dass

$$p_{Bd} = 100 \cdot \frac{Z_{Ed} + Z_{Ad}}{B} = 100 \cdot \frac{Z_{Bd}}{B} \cdot \qquad (63)$$

45. Das mathematische Verhältnis zwischen den Prozenten von Kunze, Pressler, Petrini und Schubert im Normalwald. Vereinigung der durchschnittlichen Zuwachsprozente des bleibenden und abgehenden Vorrates zum Zuwachsprozent des Gesamtvorrates.

Wie im Zusammenhang mit dem einzelnen Baum dargestellt wurde, gründet sich das korrigierte Schubertsche Prozent auf die Gleichung:

$$\frac{\text{Kunzes p}}{\text{Presslers p}} = \frac{\text{Petrinis p}}{\text{Schuberts p}} \cdot$$

Die Gleichung gilt auch unter den Prozenten der bleibenden und abgehenden Vorräte des Normalwaldes, jedoch so, dass Presslers Prozent für den abgehenden Vorrat berechnet grösser ist als Kunzes Prozent; ebenso ist Schuberts Prozent grösser als Petrinis Prozent. Dieses tritt unmittelbar bei der Betrachtung der Vergleichsgrösse z.B. der Presslerschen Formel hervor:

$$\frac{A_0 + A_n}{2} = \frac{A_0}{2},$$

denn $A_n = 0$. Dieser Wert ist zu klein und richtiger ist

$$\frac{A_0 + A_{n-1}}{2}.$$

Wenn man die durchschnittlichen Zuwachsprozente des bleibenden und abgehenden Vorrates an Hand der Formeln von Kunze, Pressler und Schubert und deren Durchschnittswert gewogen an den entsprechenden

Vergleichsgrössen der Formeln als durchschnittliches Zuwachsprozent des Gesamtvorrates berechnet, gelangt man zu einem interessanten Ergebnis. Unter Verwendung z.B. der Formel von Pressler bekommen wir als durchschnittliches Prozent des Gesamtvorrates (vergl. S. 119):

$$p_{Bd} = 100 \cdot \frac{Z_{Ed} + Z_{Ad}}{\frac{E_0 + E_n}{2} + \frac{A_0 + 0}{2}} = 100 \cdot \frac{Z_{Bd}}{\frac{(E_0 + A_0) + E_n}{2}} = 100 \cdot \frac{Z_{Bd}}{B} \cdot \qquad (64)$$

Presslers Formel liefert für den Gesamtvorrat ein exakt richtiges Prozent. Obgleich das an Hand von Presslers Formel errechnete durchschnittliche Zuwachsprozent des bleibenden Vorrates zu klein ist, ist andererseits das an Hand der gleichen Formel berechnete durchschnittliche Zuwachsprozent des abgehenden Vorrates zu gross. Bei Berechnung des gewogenen Durchschnittes sind die Gewichtswerte auch »fehlerhaft» und zwar so, dass der gewogene Durchschnittswert exakt richtig wird.

Wenn oben von dem gewogenen Durchschnittswert der Prozente die Rede war, geht man von der Vorstellung aus, wonach man die durchschnittlichen Zuwachsprozente des bleibenden und abgehenden Vorrates kennt und an Hand dieser das durchschnittliche Zuwachsprozent des Gesamtvorrates errechnet. Rechnerisch gesehen bedeutet dieses das gleiche, wie wenn man die Summe der durchschnittlichen Zuwachsbeträge des bleibenden und abgehenden Vorrates in ein prozentuales Verhältnis mit der Summe bringt, deren Glieder die arithmetischen Mittel der Anfangswerte der wachsenden Grössen oder deren Näherungswerte sind.

46. Berechnung des Zuwachses und des Zuwachsprozentes des Messungsjahres.

Den durchschnittlichen Zuwachs des bleibenden Vorrates als Zuwachs des Messungsjahres zu setzen, führt zu Unterbewertung, denn der Jahreszuwachs des bleibenden Vorrates nimmt im Verlaufe der Periode zu (S. 105).

Die Stärkeveränderung des Jahreszuwachses kann mit Hilfe der Formel von Östlind (S. 67) geprüft werden, falls man für den bleibenden Vorrat die Werte E_0, $E_{n/2}$ und E_n kennt. Zur Errechnung des Zuwachses des Messungsjahres muss von Östlinds Formeln die verwandt werden, die den Jahreszuwachs für das erste auf die Periode folgende Jahr angibt (35). Falls das Ergebnis richtig ist, muss es im Normalwald dem durchschnittlichen Zuwachs des Gesamtvorrates entsprechen.

Das Zuwachsprozent des Messungsjahres erhält man, wenn man den wahrscheinlichen Zuwachs des ersten auf die Periode folgenden Jahres mit dem Endwert des bleibenden Bestandes in ein prozentuales Verhältnis bringt. Falls das Ergebnis richtig ist, entspricht es im Normalwald genau dem durchschnittlichen Zuwachsprozent des Gesamtvorrates.

47. Ein Zahlenbeispiel aus der Zuwachsberechnung des Normalvorrates.

Zur Veranschaulichung der Zuwachsberechnung des Waldvorrates wird im folgenden dargestellt, wie sie an Hand der Periodenmessung im Normalwald vorgenommen wird. Gleichzeitig werden auch die bei der Entwicklung des Vorrates sich zeigenden Gesetzmässigkeiten deutlich.

471. *Aufbau der Normalwaldkonstruktion.*

Der Normalwald bietet ausserordentliche Möglichkeiten theoretische Probleme in vereinfachter Form zu untersuchen. Unter anderem hat Langsaeter (1944) ihn bei der Zuwachsberechnung verwendet, indem er die Grösse eines durch das Zuwachsprozent verursachten Fehlers mit dem Zuwachs des abgehenden Vorrates verglichen hat. Die sich an Wirtschaftspläne anschliessenden Zuwachsberechnungen stellen meistens Zwischenstadien zwischen Normalwaldkonstruktion und Wirklichkeit dar.

Bei den Konstruktionen, die die Vorratsentwicklung vereinfachen, ist der Abgang meistens so gewählt, dass er sich auf den Mittelpunkt der zu untersuchenden Zeitspanne konzentriert. Hierbei würde der abgehende Vorrat von seinem Anfangswert bis zur Periodenmitte zum Gesamtabgang der Periode anwachsen. Diese Vereinfachung lässt jedoch die wirkliche Entwicklung des abgehenden Vorrates verschwinden, sowie auch den Einfluss des Abganges auf den Zuwachs des bleibenden Vorrates. Aus diesem Grunde muss der abgehende Vorrat in zu den einzelnen Jahren der Periode *abgehende Teilvorräte* geteilt werden von denen die Entwicklung eines jeden als gesondertes Phänomen zu untersuchen ist.

Als Wert für den Gesamtvorrat wird 10 000 gewählt und als Zuwachs des Gesamtvorrates 400, was genau dem Jahresabgang entspricht. Hierbei ist das Zuwachsprozent 4. Dieses entspricht seiner Grössenklasse nach dem Massenzuwachsprozent der südfinnischen Wälder. Das Problem ist das gleiche unabhängig davon, ob man als wachsende Grösse die Kreisfläche oder den Masseninhalt ansetzt. Die Länge der Messungsperiode beträgt 10 Jahre.

Die Normalwaldkonstruktion baut sich leicht auf, wenn ihre Aufstellung mit den abgehenden Teilvorräten begonnen wird. Vorerst ist zu entscheiden, wie ihr Zuwachs festzulegen ist.

Laut Ilvessalo (1942, S. 216) beträgt das Zuwachsprozent des Abgangs $^3/_4$ des Zuwachsprozentes des Gesamtvorrates unserer Wälder. Die diesbezüglichen Untersuchungen von Lihtonen (1943, S. 94) zeigen, dass das entsprechende in Prozenten ausgedrückte Verhältnis je nach der Struktur und Qualität des abgehenden Vorrates zwischen 56 % und 93 % schwankt. Die besagten Verhältnisse fussen auf den Differenzen der Diskontprozente, die mit 5 oder 10 Jahre langen Perioden erhalten worden sind.

In der Normalwaldkonstruktion ist angenommen, dass vom jährlichen Abgang 2 % Zuwachs des der Hauung vorangegangenen Jahres sind, d.h. dass das Diskontprozent des letzten Jahreszuwachses 2 ist. Mit dem Zuwachsprozent des Gesamtvorrates (4 %) verglichen ist es kleiner als durchschnittlich in Wirtschaftswäldern. Einen Unterschied in dieser Richtung könnte man wohl für möglich halten weil im Normalwald der Abgang nur waldbaulich zu durchforstende Bäume und solche, die schon Hiebsreife erreicht haben, enthält, deren Zuwachsprozente offensichtlich kleiner sind als die der aus unseren Wirtschaftswäldern wirklich abgehenden Bäume. Aber wenngleich das Zuwachsprozent des Abganges grösser wäre, beeinflusst dieses nicht die prinzipielle Prüfung des Normalwaldes.

Hiernach muss noch entschieden werden, wie sich die Zuwachsprozente der während eines jeden Jahres abgehenden Teilvorräte während der Zeit verändern, zu der sie der Messungsperiode angehören. Prüfen wir anfangs den Abgang des letzten Jahres der Periode. In dem der Hauung vorangegangenen Jahre ist das Diskontprozent seines Zuwachses 2. In Richtung auf den Beginn der Periode steigt das jährliche Diskontprozent, denn die Abnahme des Zuwachsprozentes bei zunehmendem Alter des Baumes kann man als allgemeingültige Regel betrachten. Hier wird angenommen, dass die jährlichen Diskontprozente vom Ende bis zum Anfang der Periode eine Reihe folgender Art bilden:

Jahr der Periode	10.	9.	8.	7.	6.	5.	4.	3.	2.	1.
Diskontprozent	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9

Man kann natürlich bezweifeln, ob sich das Zuwachsprozent des Abganges wirklich so schnell verändert, denn i.allg. nehmen die Diskontprozente mit zunehmendem Alter langsamer ab (z.B. Ilvessalo 1948). An Hand der zur Verfügung stehenden Diskontprozentreihen kann man jedoch nicht exakt entscheiden, wie sich das Zuwachsprozent der abgehenden Bäume in den letzten Jahren vor dem Abgangsmoment entwickelt. Ausserdem beeinflusst ein langsameres oder schnelleres Abnehmen der betreffenden Prozente die Beurteilung des Endergebnisses nicht.

Wenn man den Abgang des letzten Jahres der Periode und seine jährlichen Diskontprozente kennt, so kann man die Entwicklung dieses Teilvorrates von Jahr zu Jahr vom Ende der Periode bis zu ihrem Anfang errechnen. Dieses ist in der Aufstellung Nr. 4 geschehen.

Aufstellung Nr. 4. Berechnung der Teilvorratsentwicklung.

Periodenjahr	Diskont p des jährlichen Zuwachses	Abgehender Teilvorrat am Jahresende	Jährlicher Zuwachs	Abgehender Teilvorrat zu Jahresanfang
10.	2.0	400	$\frac{2.0 \times 400}{100} = 8$	400−8 = 392
9.	2.1	392	$\frac{2.1 \times 392}{100} = 8$	392−8 = 384
8.	2.2	384	$\frac{2.2 \times 384}{100} = 8$	384−8 = 376
7.	2.3	376	$\frac{2.3 \times 376}{100} = 9$	376−9 = 367
6.	2.4	367	$\frac{2.4 \times 367}{100} = 9$	367−9 = 358
5.	2.5	358	$\frac{2.5 \times 358}{100} = 9$	358−9 = 349
4.	2.6	349	$\frac{2.6 \times 349}{100} = 9$	349−9 = 340
3.	2.7	340	$\frac{2.7 \times 340}{100} = 9$	340−9 = 331
2.	2.8	331	$\frac{2.8 \times 331}{100} = 9$	331−9 = 322
1.	2.9	322	$\frac{2.9 \times 322}{100} = 9$	322−9 = 313

Durch Unterbrechung der in der Aufstellung Nr. 4 dargestellten Reihe erhalten wir die Entwicklung des zu jedem Jahre der Periode abgehenden Teilvorrates während der Zeit, in der er in der Messungsperiode enthalten ist. So sind z.B. die Werte des während des 5. Jahres abgehenden Teilvorrates:

Jahr der Periode	5.	4.	3.	2.	1.
Abgehender Teilvorrat	400	392	384	376	367

Aus der Aufstellung Nr. 5 sieht man, wie sich die Teilabgänge während der Periode entwickeln. Die Summe der Anfangswerte der Teilabgänge eines jeden Jahres ist der Anfangswert des abgehenden Vorrates A. So ist z.B. der Anfangswert des abgehenden Vorrates des 5. Jahres A_4 die Summe: $392 + 384 + 376 + 367 + 358 + 349 = 2\,226$.

In entsprechender Weise stellt man die jährlichen Zuwachswerte des abgehenden Vorrates zusammen. Die Summe des Anfangswertes des abgehenden Vorrates und seines Zuwachses nimmt während jeden Jahres um den Betrag des Abganges ab.

Wenn die Entwicklung des abgehenden Vorrates errechnet ist, so bekommt man die Anfangswerte des bleibenden Vorrates an Hand der Formel: $E = B - A$, und die jährlichen Zuwachsbeträge des bleibenden Vorrates: $z_E = z_B - z_A$. Da der Gesamtvorrat $B = 10\,000$ und sein jährlicher Zuwachs $z_B = 400$, so ist z.B. der Anfangswert des bleibenden Vorrates und sein Zuwachs des 5. Jahres:

$$E_4 = B - A_4 = 10\,000 - 2\,226 = 7\,774;\ z_{E5} = z_{B5} - z_{A5} = 400 - 51 = 349\,.$$

Die Entwicklung des Normalvorrates kommt in der Aufstellung Nr. 5 zu den Endwerten der Periode, in denen der abgehende Vorrat verschwunden und der bleibende Vorrat zu einem Gesamtvorrat herangewachsen ist. Am Ende der Aufstellung finden wir eine Zusammenstellung der Periodenwerte. Die Konstruktionswerte sind zu ganzen Zahlen aufgerundet, so dass die Regelmässigkeit der Konstruktion mathematisch nicht vollständig ist. Dieses dürfte jedoch die Aufgabe der Aufstellung, die Theorie zu veranschaulichen, nicht wesentlich stören.

Aus der Aufstellung Nr. 5 kann man einige aus der Struktur des Normalvorrates sich ergebende Gleichungen feststellen. Die wichtigste von diesen ist die Gleichung, die sich aus dem periodischen Zuwachs des bleibenden Vorrates und dem Anfangswert des abgehenden Vorrates ergibt:

$$E_n - E_0 = A_0\,.$$

Ferner sind die Summanden, die die Summe A_0 ergeben ebenso gross wie die jährlichen Zuwachswerte des bleibenden Vorrates.

Weiterhin finden wir, dass die jährlichen Zuwachsbeträge des bleibenden Vorrates eine ansteigende Reihe bilden. Dessen ungeachtet nimmt das jährliche Zuwachsprozent des bleibenden Vorrates mit zunehmendem Alter

Aufstellung Nr. 5. Entwicklung des Normalvorrates während der Messungesperiode (n = 10 J.).

		Abgehender Teilvorrat des 1. Jahres	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Abgehender Vorrat der Periode	Bleibender Vorrat der Periode	Gesamtvorrat der Periode
Anfangswert der Periode		392	384	376	367	358	349	340	331	322	313	A_0 3532	E_0 6468	B 10000
Zuwachs	des 1.	+8	+8	+8	+9	+9	+9	+9	+9	+9	+9	+87	+313	+400
Abgang	Jahres	−400										−400		−400
Anfangswert	des 2.		392	384	376	367	358	349	340	331	322	A_1 3219	E_1 6781	B 10000
Zuwachs	Jahres		+8	+8	+8	+9	+9	+9	+9	+9	+9	+78	+322	+400
Abgang			−400									−400		−400
—»—	des 3.			392	384	376	367	358	349	340	331	A_2 2897	E_2 7103	B 10000
	Jahres			+8	+8	+8	+9	+9	+9	+9	+9	+69	+331	+400
				−400								−400		−400
—»—	des 4.				392	384	376	367	358	349	340	A_3 2566	E_3 7434	B 10000
	Jahres				+8	+8	+8	+9	+9	+9	+9	+60	+340	+400
					−400									−400
—»—	des 5.					392	384	376	367	358	349	A_4 2226	E_4 7774	B 10000
	Jahres					+8	+8	+8	+9	+9	+9	+51	+349	+400
						−400						−400		−400
—»—	des 6.						392	384	376	367	358	A_5 1877	E_5 8123	B 10000
	Jahres						+8	+8	+8	+9	+9	+42	+358	+400
							−400					−400		−400
—»—	des 7.							392	384	376	367	A_6 1519	E_6 8481	B 10000
	Jahres							+8	+8	+8	+9	+33	+367	+400
								−400				−400		−400
—»—	des 8.								392	384	376	A_7 1152	E_7 8848	B 10000
	Jahres								+8	+8	+8	+24	+376	+400
									−400			−400		−400
—»—	des 9.									392	384	A_8 776	E_8 9224	B 10000
	Jahres									+8	+8	+16	+384	+400
										−400		−400		−400
—»—	des 10.										392	A_9 392	E_9 9608	B 10000
	Jahres										+8	+8	+392	+400
											−400	−400		−400
Endwert der Periode		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	A_{10} 0	E_{10} 10000	B 10000
Anfangswert der Periode		392	384	376	367	358	349	340	331	322	313	3532	6468	10000
periodischer Zuwachs		+8	+16	+24	+33	+42	+51	+60	+69	+78	+87	+468	+3532	+4000
—»— Abgang		−400	−400	−400	−400	−400	−400	−400	−400	−400	−400	−4000		−4000
Endwert der Periode		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10000	10000

Aufstellung Nr. 6.
Zuwachsprozentreihen des Normalvorrates während der Messungsperiode.

Jahr	Gesamt-vorrat	Bleibender Vorrat	Abgehender Vorrat
1.	4.0	4.8	2.5
2.	4.0	4.7	2.4
3.	4.0	4.7	2.4
4.	4.0	4.6	2.3
5.	4.0	4.5	2.3
6.	4.0	4.4	2.3
7.	4.0	4.3	2.2
8.	4.0	4.2	2.1
9.	4.0	4.2	2.1
10.	4.0	4.1	2.0

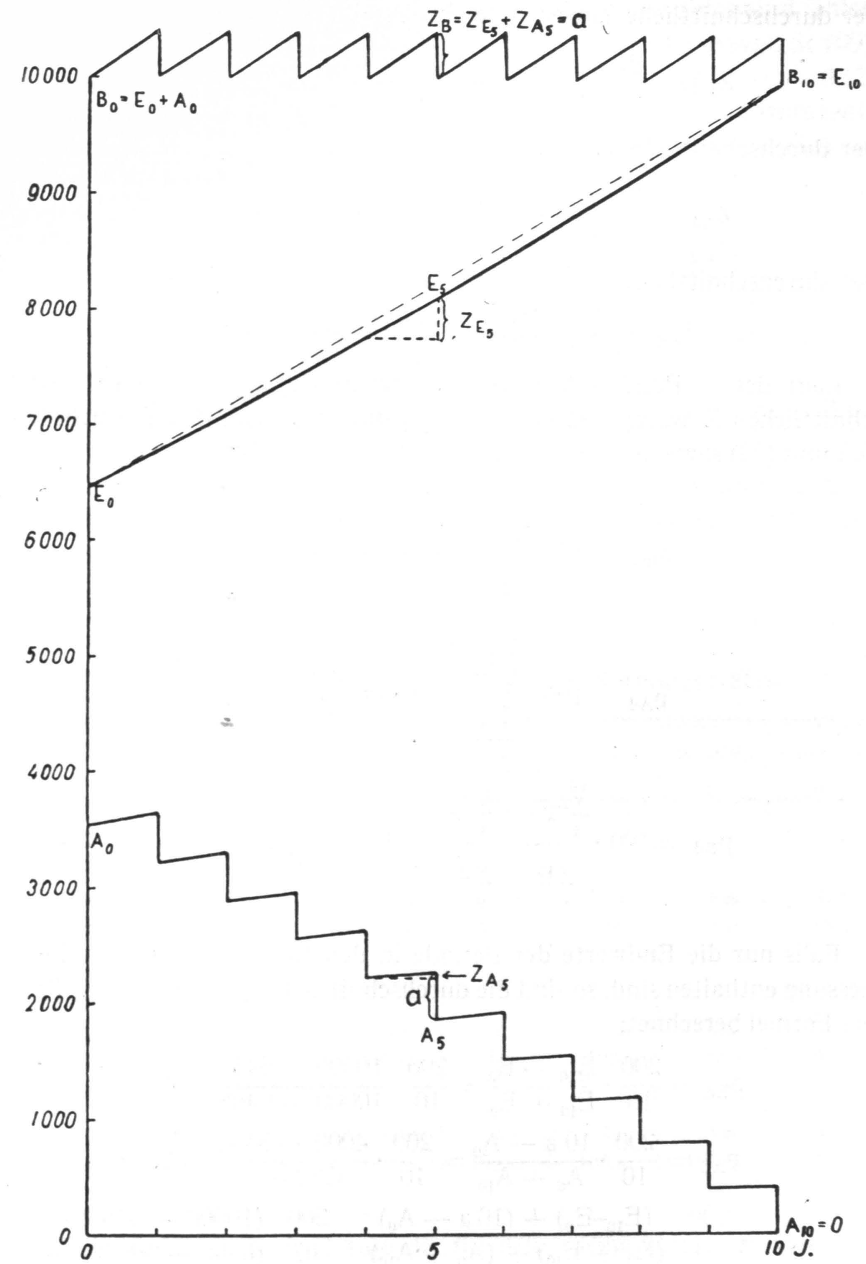
ab wie aus der Aufstellung Nr. 6, in der die jährlichen Zuwachsprozente der wachsenden Grössen dargestellt sind, ersichtlich ist. Obwohl die jährlichen Zuwachsprozente sowohl des bleibenden als auch des abgehenden Vorrates abnehmen, ergeben sie doch bei der Zusammenstellung zum Zuwachsprozent des Gesamtvorrates eine unveränderliche Grösse. Die Erklärung hierfür ist die, dass das Zuwachsprozent des Gesamtvorrates das gewogene Mittel seiner Komponenten ist und die Gewichtswerte sich von einem Jahr zum anderen so verändern, dass das Mittel unverändert bleibt.

Die Entwicklung des Normalvorrates ist auch in der Zeichnung Nr. 14 dargestellt. Aus der Zunahme des jährlichen Zuwachses des bleibenden Vorrates folgt, dass die Entwicklungskurve des bleibenden Vorrates nach unten hin gewölbt ist.

472. *Berechnung des durchschnittlichen Zuwachses und des Zuwachsprozentes.*

Zur Berechnung des durchschnittlichen Zuwachses auf Grund der Periodenmessung kennen wir die Werte (vergl. Aufstellung Nr. 5 S. 114):

$$E_0 = 6\,468 \qquad E_{10} = 10\,000$$
$$A_0 = 3\,532 \qquad 10a = 4\,000$$



Zeichnung Nr. 14. Entwicklung des Normalvorrates während der Messungsperiode (n = 10 J.).

Der durchschnittliche Zuwachs des bleibenden Vorrates Z_{Ed} ist:

$$Z_{Ed} = \frac{E_{10} - E_0}{10} = \frac{10000 - 6468}{10} = 353.2 \cdot$$

Der durchschnittliche Zuwachs des abgehenden Vorrates Z_{Ad} ist:

$$Z_{Ad} = \frac{10\,a - A_0}{10} = \frac{4000 - 3532}{10} = 46.8 \cdot$$

Der durchschnittliche Zuwachs des Gesamtvorrates Z_{Bd} ist:

$$Z_{Bd} = Z_{Ed} + Z_{Ad} = 353.2 + 46.8 = 400.0 \cdot$$

Laut der in Petrinis Formel enthaltenen Definition sind die durchschnittlichen Zuwachsprozente p_{Ed}, p_{Ad} und p_{Bd} nach den Formeln (51), (52) und (53) sowie nach der Aufstellung Nr. 5 berechnet:

$$p_{Ed} = 100 \cdot \frac{\sum_{1}^{10} z_E}{\sum_{0}^{9} E} = 100 \cdot \frac{3532}{79844} = 4.42\ ;$$

$$p_{Ad} = 100 \cdot \frac{\sum_{1}^{10} z_A}{\sum_{0}^{9} A} = 100 \cdot \frac{468}{20156} = 2.32\ ;$$

$$p_{Bd} = 100 \cdot \frac{\sum_{1}^{10} z_E + \sum_{1}^{10} z_A}{\sum_{0}^{9} E + \sum_{0}^{9} A} = 100 \cdot \frac{4000}{100000} = 4.00 \cdot$$

Falls nur die Endwerte der Periode in den Ergebnissen der Periodenmessung enthalten sind, so sind die durchschnittlichen Prozente nach Presslers Formel berechnet:

$$p_{Ed} = \frac{200}{10} \cdot \frac{E_{10} - E_0}{E_{10} + E_0} = \frac{200}{10} \cdot \frac{10000 - 6468}{10000 + 6468} = 4.29 \cdot$$

$$p_{Ad} = \frac{200}{10} \cdot \frac{10\,a - A_0}{A_0 + A_{10}} = \frac{200}{10} \cdot \frac{4000 - 3532}{3532 + 0} = 2.65\ ;$$

$$p_{Bd} = \frac{200}{10} \cdot \frac{(E_{10} - E_0) + (10\,a - A_0)}{(E_0 + E_{10}) + (A_0 + A_{10})} = \frac{200}{10} \cdot \frac{(10000 - 6468) + (4000 - 3532)}{(6468 + 10000) + (3532 + 0)} = 4.00 \cdot$$

Die Zuwachsprozente des bleibenden und abgehenden Vorrates sind fehlerhaft, aber das Prozent des Gesamtvorrates ist exakt richtig (vergl. S. 109).

Wenn man ausser den Endwerten der Periode die Mittenwerte $E_5 = 8\,123$ und $A_5 = 1\,877$ kennt, kann man die durschschnittlichen Zuwachsprozente an Hand der korrigierten Schubertschen Formeln (50), (61) und (62) berechnen:

$$p_{Ed} = \frac{100}{10} \cdot \frac{E_{10} - E_0}{k\,Sch} = \frac{100}{10} \cdot \frac{10000 - 6468}{7985.4} = 4.42\ ;$$

$$p_{Ad} = \frac{600}{11} \cdot \frac{10\,a - A_0}{A_0 + 4\,A_5} = \frac{600}{11} \cdot \frac{4000 - 3532}{3532 + 4 \cdot 1877} = 2.31\ ;$$

$$p_{Bd} = 100 \cdot \frac{Z_{Ed} + Z_{Ad}}{k\,Sch_E + k\,Sch_A} = 100 \cdot \frac{353.2 + 46.8}{7985.4 + 2024.0} = 4.00\ (= 3.996)$$

Die korrigierten Schubertschen Prozente sind verhältnismässig genaue Näherungswerte des Petrinischen Prozentes für alle wachsenden Grössen des Normalvorrates.

Aufstellung Nr. 7.

Durchschnittliche Zuwachsprozente des Normalvorrates.

	Petrinis p	Schuberts korrigiertes p	Kunzes p	Presslers p	Schuberts p
Bleibender Vorrat E					
Zuwachsprozent	4.42	4.42	4.38	4.29	4.33
Relativer Wert	100.00	100.00	99.1	97.1	98.0
Abgehender Vorrat A					
Zuwachsprozent	2.32	2.31	2.41	2.65	2.54
Relativer Wert	100.00	99.6	103.9	114.2	109.5
Gesamtvorrat B					
Zuwachsprozent	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00
Relativer Wert	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

In der Aufstellung Nr. 7 sind die für den Normalvorrat an Hand der Formel von Petrini, Kunze, Pressler, Schubert und an Hand der korrigierten Formel von Schubert berechneten durchschnittlichen Zuwachsprozente und diese als relative Werte so dargestellt, dass Petrinis Prozent gleich 100 gesetzt wird.

Das korrigierte Schubertsche Prozent trifft für den bleibenden Vorrat mit einer Genauigkeit von 2. Dezimalen zu und das Prozent des abgehenden Vorrates wird in der zweiten Dezimale ungenau. Das Prozent des Gesamtvorrates ist exakt. Die an Hand von Kunzes, Presslers und Schuberts Formeln errechneten, deutlich fehlerhaften durchschnittlichen Zuwachsprozente des bleibenden und abgehenden Vorrates vereinigen sich als gewogene Durchschnittswerte zu richtigen Prozenten des Gesamtvorrates.

Die Normalwaldkonstruktion zeigt, wie Kunzes, Presslers, Petrinis und Schuberts Formeln zur Errechnung des durchschnittlichen Zuwachsprozentes eine mathematische, schöne Ganzheit bilden und welche Möglichkeiten sich bei Beherrschung ihrer Anwendung zur Lösung der Zuwachsberechnungsprobleme bieten.

473. *Berechnung des Zuwachses und des Zuwachsprozentes des Messungsjahres.*

Zur Berechnung des Zuwachses des Messungsjahres sind die Werte E_0, E_5 und E_{10} des bleibenden Vorrats zu verwenden. An Hand dieser kann man in üblicher Weise die durchschnittlichen Zuwachswerte der 10 und 5 Jahresperioden, die dem Messungszeitpunkt vorausgingen, berechnen. Diese als Zuwachs des Messungsjahres und die entsprechenden Zuwachsprozente finden sich in Aufstellung Nr. 8.

Wenn man die Grössen E_0, E_5 und E_{10} in Östlinds Formel (35) einsetzt, bekommt man:

$$E_{11} - E_{10} = \frac{E_{10} - E_5}{5} + \frac{E+1}{2} \cdot \frac{(E_{10} - E_5) - (E_5 - E_0)}{5^2} =$$

$$\frac{10000 - 8123}{5} + \frac{5+1}{2} \cdot \frac{(10000 - 8123) - (8123 - 6468)}{25} = 402$$

Das Ergebnis und das entsprechende Zuwachsprozent finden sich in der Aufstellung Nr. 8. Dort sind auch der wahre jährliche Zuwachs und das Zuwachsprozent enthalten, die ebenfalls in 100 angegeben sind und andere Werte, die auf 100 bezogen sind.

Aufstellung Nr. 8.

Zuwachs und Zuwachsprozent des Messungsjahres für den Normalvorrat.

Wirklicher Zuwachs	400
Wirkliches Zuwachsprozent	*4.00*
Relativer Wert	100.00
Jährlicher Zuwachs nach Östlinds Formel	402
Entsprechendes Zuwachsprozent	*4.02*
Relativer Wert	100.5
Durchschnittlicher Zuwachs von 5 Jahren	375
Diskontprozent von 5 Jahren	*3.75*
Durchschnittlicher Wert	93.7
Durchschnittlicher Zuwachs von 10 Jahren	353
Diskontprozent von 10 Jahren	*3.53*
Relativer Wert	88.2

Wie aus der Aufstellung ersichtlich, ist das Ergebnis, das Östlinds Formel liefert, annähernd richtig. Der durchschnittliche Zuwachs von 10 Jahren beträgt 88.2 % und der von 5 Jahren 93.7 % des wahren Zuwachses des Messungsjahres. Dieser Grössenklasse würden die Unterbewertungen angehören, wenn man für den obigen Normalvorrat das Zuwachsprozent des Messungsjahres als Diskonttypus des einfachen Zinsfusses bestimmen würde. Die Unterbewertungen nehmen zu, wenn das Zuwachsprozent des abgehenden Vorrates verhältnismässig grösser als in der Berechnung vorausgesetzt ist. Ein Beweis hierfür sind die Werte, die bei der Normalwaldkonstruktion erhalten wurden:

Das durchschnittliche Zuwachsprozent des abgehenden Vorrates in Prozenten des Zuwachsprozentes des Gesamtvorrates	100	73	58
Der durchschnittliche Zuwachs von 5 Jahren in Prozenten des wahren Zuwachses	89	92	94
Der durchschnittliche Zuwachs von 10 Jahren in Prozenten des wahren Zuwachses	81	86	88

In diesem Zusammenhang ist es am Platz auf die Auffassung hinzuweisen, die Ilvessalo (1927, S. 33) für die Jonsonschen und Presslerschen Prozente des bleibenden Vorrates vorgelegt hat. Laut Ilvessalo ist Presslers Prozent als Zuwachsprozent des Messungsjahres für den Holzvorrat eines grossen Waldgebietes zu gross und Jonsons Prozent, falls es vom wahren abweicht, zu klein. Aus der Normalwaldkonstruktion erhalten wir für das Diskontprozent von 10 Jahren 3.53 und für dieselbe Zeitspanne berechnet, Presslers Prozent 4.29. Das wahre Prozent des Messungsjahres beträgt 4.00.

Wenn von den Diskontprozenten des bleibenden Vorrates, das für die 5 Jahresperiode grösser ist als das für die 10 Jahresperiode berechnete, bedeutet dieses, dass die jährlichen Zuwachsbeträge des bleibenden Vorrates während der Messungsperiode eine ansteigende Reihe bilden. Zum Beweis für die Annahme, dass der Sachverhalt in unseren Wirtschaftswäldern ein solcher ist, kann man eine Zahlenreihe betrachten, die aus den Ergebnissen der 2. Abschätzung unserer Wälder errechnet wurde. Laut dieser sind die für 1 342 auf produktivem Waldboden gewachsenen Bäume berechneten 5-jährigen Diskontprozente entweder gleichgross oder 0.1—0.2 grösser als die 10-jährigen Prozente (I l v e s s a l o 1942, S. 47). Diese Schlussfolgerung ist aus den betreffenden Werten jedoch nicht gezogen worden. Die Differenzen der Prozente können auch durch Witterungsschwankungen hervorgerufen worden sein, aber welcher Art die Gründe auch sein mögen, zeigen sie, dass die jährlichen Zuwachsbeträge in der späteren Periodenhälfte grösser gewesen sind als in der ersteren.

5. Einige Gesichtspunkte zur Zuwachsberechnung bei einem grossen Waldgebiet.

Der Holzvorrat eines grossen Waldgebietes ist gewöhnlich aus Beständen zusammengesetzt die ihrem Alter und ihrer Struktur nach wechselnd sind. Sein Zuwachs ist auf drei Wegen bestimmbar:

1. Von dem Holzvorrat wird am Anfang und am Ende der Messungsperiode eine Inventur gemacht. Der Vorratsdifferenz wird der Abgang der Periode hinzugefügt.
2. Der durchschnittliche Zuwachs des bleibenden Vorrates wird durch eine rückwärts gerichtete Messung geklärt und dem Ergebnis der Zuwachs des abgegangenen Vorrates hinzugefügt.
3. An Hand der durchschnittlichen Zuwachsbeträge des bleibenden Vorrates versucht man den wahrscheinlichen Zuwachs des Messungsjahres zu klären.

Als Beispiel der erstgenannten Methode sei die Zuwachsberechnung der Kontrollmethode genannt (B i o l l e y 1922 und K n u c h e l 1950). Laut K n u c h e l berechnet man den durchschnittlichen Zuwachs z der n Jahre langen Periode nach der Formel

$$z = \frac{V_2 + N - V_1}{n},$$

wobei V_1 = Vorrat zu Beginn der Messungsperiode, V_2 = Vorrat am Ende der Periode und N = Abgang (Nutzungen) während der Periode. Die Formel ist die gleiche wie (49) Seite 90. Der relative Zuwachs p wird an Hand der Formel

$$p = 100 \cdot \frac{z}{V_1},$$

also als Rabattprozent des einfachen Zinsfusses gefunden.

Der in der Kontrollmethode auszurechnende Zuwachs ist jedoch nicht der gleiche wie der Zuwachs des Gesamtvorrates. Dieser gibt nur den

Zuwachs der Bäume, die zu Beginn der Periode die Messschwelle überschritten haben. Falls z.B. der Brusthöhendurchmesser 18 cm als Messschwelle gilt, so sind die Bäume, die diese Schwelle nicht erreicht haben von der Vorratsaufnahme ausgeschlossen.

Die in der Kontrollmethode verwandte Zuwachsberechnung gilt nur unter gewissen, ihre Verwendbarkeit ausserordentlich begrenzenden Bedingungen. Erstens müssen die zur Inventur gehörenden Bäume einzeln aufgeführt werden. Dieses ist nur bei intensivster Waldwirtschaft möglich.

Eine weitere Voraussetzung für die Vorratsaufnahme ist, dass sich die Höhe und Form des Mittelstammes einer jeden Durchmesserklasse im Verlauf der Periode nicht verändert, d.h. dass die Masse als reine Funktion des Brusthöhendurchmessers definiert werden kann. Laut Knuchel ist diese Voraussetzung nur im Plenterwald erfüllt.

Die Methode erfordert, dass der Abgang in den gleichen Masseinheiten angegeben wird wie die Vorratsaufnahmen.

Die bei der Kontrollmethode anzuwendende Zuwachsberechnungsmethode ist in den nordischen Ländern wegen der von ihr geforderten grossen Zahl an Messungen und besonders wegen der in den Vorratsaufnahmen enthaltenen Fehlermöglichkeiten kritisiert worden. Wenn man den Zuwachs als Differenz des zu zwei Zeitpunkten gemessenen Vorrates errechnet, betreffen die Fehler der Vorratsmessungen gerade den Zuwachs.[1]

Es ist auch offenbar, dass das jetzige Stadium der waldwirtschaftlichen Intensität in unserem Lande keine Vorratsaufnahmen durch Zählung der einzelnen Bäume gestattet. Auch die annähernd gleichaltrigen Bestände kann man nicht allein auf Grund der Kreisfläche so genau kubieren wie dieses für die Zuwachsberechnung erforderlich wäre. Die durch die Besonderheit der Verhältnisse hervorgerufene berechtigte Kritik hat jedoch den Kern der Zuwachsberechnung der Kontrollmethode nicht berücksichtigt. Danach gründet sich die Zuwachsberechnung nicht auf 2 sondern auf eine fortlaufende Reihe aufeinanderfolgender Vorratsaufnahmen. Hierbei gleichen die bei den Einzelmessungen auftretenden Fehler einander aus und, falls der Abgang fortlaufend gemessen wird, gewinnt man früher oder später Einblick in die Menge des auf einem bestimmten Gebiete gewachsenen Holzes.

Die zweite Möglichkeit, den Zuwachs des Holzvorrates zu bestimmen, ist die Rückwärtsuntersuchung mit der Absicht, den durchschnittlichen Zuwachs der Periode festzustellen. Hinsichtlich des bleibenden Vorrates besteht die Aufgabe darin, den Anfangswert der Periode festzustellen. Die frühere Kreisfläche der Mittelstämme ist verhältnismässig leicht zu bestimmen, wogegen die Bestimmung der Höhe und besonders die der Form bedeutend grössere Schwierigkeiten mit sich bringt.

[1] Falls $V_1 = 400$ und $V_2 = 500$ sowie der evtl. Fehler beider $\pm 2\,\%$, so beträgt der evtl. Fehler der Vorratsdifferenz $\pm \sqrt{10^2 + 8^2} = 12.8$. Dieses macht 12.8 % des Zuwachses aus.

Die Einteilung des Holzvorrates in Alters- und Durchmesserklassen unterliegt gewöhnlich fortlaufenden Veränderungen. Hierbei taugen Höhe und Form der Mittelstämme der jetzigen Durchmesserklassen nicht für die Mittelstämme der Durchmesserklassen des Periodenbeginnes (z.B. Langsaeter 1928 und 1944, Skinnemoen 1924, Bye 1928 und Prodan 1951). Besonders in stark und plenterartig durchforsteten, gleichaltrigen Beständen ist die Formveränderung auch für kleine Zeitspannen eine rasche. In solchen Beständen führt eine auf Formkonstanz fussende Zuwachsberechnung leicht zu fehlerhaften Ergebnissen (z.B. Nyyssönen 1952). In wieweit der Kreisflächen- und Höhenzuwachs, sowie die Formveränderung am Massenzuwachs beteiligt sind, ist ein Problem, das nicht in den Rahmen dieser Untersuchung gehört. Es sei nur darauf hingewiesen, dass seine Klärung eine der zentralsten Aufgaben der Zuwachsberechnung ausmacht, der bei uns bislang wenig Aufmerksamkeit zuteil geworden ist (Keltikangas 1952 und Kuusela 1952).

Wenn wir den durchschnittlichen Zuwachs des Gesamtvorrates erstreben, muss zum Zuwachs des bleibenden Vorrates der Zuwachs des abgehenden Vorrates hinzugezählt werden. Die Schätzung des letzteren bereitet grosse Schwierigkeiten in Gebieten in denen man hinsichtlich des Abganges keine genauen Angaben hat. Wenn man den Abgang kennt, kann sein Zuwachs an Hand von vergleichenden Zuwachsuntersuchungen abgeschätzt werden (Lihtonen 1943).

Es scheint zweckmässig, den Zuwachs des Gesamtbestandes so festzustellen, dass die einzelnen Teile des Gesamtbestandes von Jahr zu Jahr zu einer aufbauenden Konstruktion in einer im Zusammenhang mit dem Normalwald näher dargestellten Weise gesammelt werden. Dabei bekommen wir von den einzelnen Abschnitten der Zuwachsberechnung eine Ganzheit und die Bedeutung der Teilaufgaben und ihre gegenseitige Nivellierung sind leicht festzustellen. Ebenfalls sind die Fehler und Mängel der Berechnung kontrollierbar.

Eine dritte Möglichkeit haben wir in der Bestimmung des wahrscheinlichen Zuwachses des Messungsjahres. Wenn der bleibende Vorrat sich als arithmetische Reihe entwickeln würde, so könnte man den durchschnittlichen Zuwachs des bleibenden Vorrats als Zuwachs des Messungsjahres setzen. Für Wirtschaftswälder gilt jedoch diese Voraussetzung, von einigen Ausnahmen abgesehen, nicht.

Um ein richtiges Ergebnis zu erhalten, müssen Richtung und Stärke der Jahreszuwachsveränderung des bleibenden Vorrates beachtet werden. Wenn diese Veränderung ebenso regelmässig wäre wie in der früher dargestellten Normalwaldkonstruktion, so würde die Aufgabe keine rechnerischen Schwierigkeiten bieten. Man könnte ja dann den Zuwachs des Messungsjahres verhältnismässig exakt an Hand der Östlindschen Formel berechnen, falls der Zuwachs zweier Teilperioden bekannt ist.

Die wahre Entwicklungskurve des bleibenden Vorrats soll jedoch ihrer Form nach unbestimmten Schwankungen unterworfen sein. Obwohl ihre Hauptform nach unten gewölbt ist (die Zeichnung Nr. 14 S. 117), schwankt sie auf Grund der periodischen Wechsel von Klima und Hauungen um ihre Hauptform herum. Hierbei ist die Genauigkeit des an Hand von Östlinds Formel gewonnenen Ergebnisses davon abhängig, inwieweit die Wachstumskurve an eine Parabel 2. Grades erinnert.

Den Einfluss, den die Wachstumsschwankungen auf das von Östlinds Formel gelieferte Ergebnis ausüben, kann man prüfen, wenn man sich der oben angeführten Normalwaldkonstruktion bedient. Die Zuwachsbeträge der Teilperioden, die der bleibende Vorrat in der Normalwaldkonstruktion aufweist, werden als Norm betrachtet und mit dem Index 100 bezeichnet. Wenn sich die normalen Zuwachsbeträge der Teilperioden so verändern, dass ihre Indices um 1, 5, 10, 15 oder 20 von einander abweichen, so verursacht dieses auf den absoluten Zuwachs des Messungsjahres bezogen, einen annähernd 1, 5, 10, 15 oder 20 % betragenden Fehler. Hierbei bringen bereits die Klimaschwankungen, wenn sie in Wirtschaftswäldern ebenso stark auftreten wie in Naturwäldern, schon erhebliche Fehlermöglichkeiten mit sich. Je genauer man die Wachstumskurve kennt, um so exakter lässt sich der Zuwachs des Messungsjahres berechnen. Dieses erreicht man z.B. durch Untersuchung eines Teiles der Zuwachsprobestämme unter Verwendung verschiedener Teilperioden.

Obwohl die Abschätzung des Zuwachses des Messungsjahres Schwierigkeiten bereitet und obwohl sie Fehlermöglichkeiten birgt, bietet sie die einzige Möglichkeit für einen Versuch, den Zuwachs des Gesamtvorrates unter Verhältnissen, bei denen der Abgang unbekannt ist, rechnerisch festzustellen. Das Ergebnis kann natürlich dadurch justiert werden, dass zum durchschnittlichen Zuwachs des bleibenden Vorrates der durchschnittliche Zuwachs des abgehenden Vorrates als summarischer Ausgleichswert hinzugefügt wird.

Die Klarstellung des Zuwachses des Gesamtvorrates nur an Hand des Zuwachses des bleibenden Vorrates ist für eine verhältnismässig extensive Waldwirtschaft eine wesentliche Methode. Wenn einem erst einmal über den Abgang zuverlässige Angaben zur Verfügung stehen, hat es den Anschein, als ob in der Praxis Methoden angestrebt werden, in denen der durchschnittliche Zuwachs der Messungsperiode errechnet wird.

6. Schlussbetrachtungen.

Gegenstand der Untersuchung sind zunächst zwei Probleme gewesen. Wie berechnet man für Baum, Bestand und Holzvorrat an Hand der Periodenmessung

1. den durchschnittlichen Zuwachs und das Zuwachsprozent der Messungsperiode, sowie
2. den wahrscheinlichen Zuwachs und das Zuwachsprozent des Periodenendes, d.h. des Messungsjahres.

Die Prüfung der Methoden im einzelnen ist im Zusammenhang mit der Zuwachsberechnung des einzelnen Baumes vorgenommen worden. Hierbei ist der durchschnittliche Zuwachs als arithmetisches Mittel der Jahreszuwachsbeträge bestimmt worden. Die von Petrini vorgelegte Formel des durchschnittlichen Zuwachsprozentes enthält das Prinzip, nach dem das durchschnittliche Zuwachsprozent das prozentuale Verhältnis vom durchschnittlichen Zuwachs zum arithmetischen Mittel der jährlichen Anfangswerte der wachsenden Grösse der Periode darstellt.

Wenn man bei der wachsenden Grösse Anfangs- und Endwert der Periode kennt, kann man Petrinis Prozent für zwei Spezialfälle berechnen.

1. Wenn sich die wachsende Grösse in arithmetischer Reihe entwickelt, sind die Formeln von Kunze und Petrini zur Errechnung des durchschnittlichen Zuwachsprozentes die gleichen.
2. Wenn sich die wachsende Grösse in geometrischer Reihe entwickelt, sind die Zinseszinsprozentformel und Petrinis Formel zur Errechnung des durchschnittlichen Zuwachsprozentes die gleichen.

Die jeweils zu benutzende Näherungswertformel muss man versuchen so zu wählen, dass sie der Entwicklung des zu prüfenden Zuwachses am besten entspricht. In Wirtschaftswäldern scheinen die jährlichen Zuwachsbeträge bis zu einem verhältnismässig hohen Alter eine ansteigende Reihe zu bilden so, dass als durchschnittliches Zuwachsprozent des einzelnen Baumes das Zinseszinsprozent am geeignetsten zu sein scheint. Dieses ist auch rechnerisch am einfachsten, falls geeignete Tabellen zur Verfügung stehen.

Wenn man die Messungsperiode in zwei Teile teilt, geben die Zuwachsbeträge der Teilperioden Richtung und Stärke der systematischen Veränderungen des Jahreszuwachses während der Periode an. Wenn die Zuwachsbeträge der Teilperioden bekannt sind, kann man den Näherungswert für Petrinis durchschnittliches Zuwachsprozent entweder an Hand von Schuberts ursprünglicher oder exakter an Hand seiner korrigierten Formel berechnen. Schuberts Formel gründet sich auf die Voraussetzung, dass die Entwicklungskurve der wachsenden Grösse während der Periode annähernd eine Parabel 2. Grades ist. Die Korrigierung der Formel wird vorgenommen, indem man von der Gleichung ausgeht, in der das Verhältnis von Kunzes Prozent zu Presslers Prozent wie auch das Verhältnis von Petrinis Prozent zu dem ursprünglichen Schubertschen Prozent annähernd gleich gross ist.

Der wahrscheinliche Zuwachs des Messungsjahres ist als Grösse definiert, bei der die wachsende Grösse während eines Jahres in unmittelbarer Nähe des Messungszeitpunktes zunimmt. Seine Berechnung wird an Hand der aus der Periodenmessung erhaltenen Werte vorgenommen. Je nach der zur Berechnung benutzten Formel ist er der wahrscheinliche Zuwachs des letzten Jahres der Messungsperiode oder des ersten Jahres nach der Periode oder das Mittel dieser Werte.

Oft meint man, dass man bei der Zuwachsberechnung den durchschnittlichen Zuwachs der Periode als Zuwachs des Messungsjahres darstellen kann und dass die Fehler hierbei unbedeutend bleiben. Falls der jährliche Zuwachs systematisch zu oder abnimmt, bekommt man bei diesem Verfahren entsprechend entweder zu kleine oder zu grosse Zuwachswerte. Die hieraus hervorgehenden Fehler können besonders in Wirtschaftswäldern äusserst bedeutungsvoll sein.

Richtung und Stärke der Veränderungen des Jahreszuwachses kann man durch Teilung der Messungsperiode in Teilperioden näher untersuchen. Wenn man die Entwicklung der wachsenden Grösse annähernd als Parabel 2. Grades voraussetzt und falls der Zuwachs zweier Teilperioden gemessen ist, kann man den Zuwachs des Messungsjahres an Hand der Östlindschen Formel berechnen. Die nicht vorherzusagende Schwankung der Wachstumskurve verursacht jedoch, dass die Zuwachswerte, die diese Methode liefert in Einzelfällen nicht sehr genau sind.

Die Zuwachsberechnung des Bestandes und des Holzvorrates setzt voraus, dass Gesamtbestand und -vorrat während der Messungsperiode so in bleibenden und abgehenden Bestand und Vorrat geteilt werden, wie Lönnroth dieses im Hinblick auf den Bestand vorgenommen hat. Falls während der Messungsperiode kein Abgang zu verzeichnen ist, wird der Gesamtbestand von dem bleibenden Bestand allein gebildet.

Der bleibende und der abgehende Bestand und Vorrat können als wachsende Grössen behandelt werden und zur Errechnung des Zuwachses derselben können die gleichen Formeln Verwendung finden, wie sie im Zusammenhang mit dem einzelnen Baum schon besprochen wurden. Der durchschnittliche Zuwachs des Gesamtbestandes und -vorrates ist die Summe der durchschnittlichen Zuwachswerte von bleibendem und abgehendem Bestand und Vorrat.

Kennt man die durchschnittlichen Zuwachsprozente des bleibenden und abgehenden Bestandes und Vorrates, so ist das durchschnittliche Zuwachsprozent des Gesamtbestandes und -vorrates das gewogene Mittel dieser so, dass die Vergleichsgrösse des entsprechenden Prozentes den Gewichtswert einer jeden ausmacht. Das durchschnittliche Zuwachsprozent des Gesamtbestandes und -vorrates ist also das prozentuale Verhältnis des durchschnittlichen Zuwachses des Gesamtbestandes und -vorrates zum durchschnittlichen Anfangswerte der wachsenden Grössen.

Der wahrscheinliche Zuwachs des Messungsjahres wird durch Untersuchung des bleibenden Bestandes und Vorrates und unter Befolgung gleicher Prinzipien, wie sie im Zusammenhang mit dem einzelnen Baum dargelegt wurden, geklärt.

An Hand der für den Normalwald zutreffenden Eigenschaften ist gezeigt worden, dass der Jahreszuwachs des bleibenden Vorrates während der Messungsperiode zunimmt. Dieses bedeutet, dass, falls nicht der Zuwachs des Gesamtvorrates während der Messungsperiode mindestens um den Zuwachs des abgehenden Vorrates abnimmt, der Jahreszuwachs des bleibenden Vorrats zunehmend ist. Falls man den durchschnittlichen Zuwachs des bleibenden Vorrats als Zuwachs des Messungsjahres setzt kommt man zu einer Unterbewertung des Zuwachses. Im Normalwald ist der Fehler ebensogross wie der durchschnittliche Zuwachs des abgehenden Vorrates.

Wenn man den durchschnittlichen Zuwachs des bleibenden Vorrates während mehrerer Jahre, z.B. während der Hiebs- und Zuwachsbilanzberechnungsperiode als Zuwachs des Gesamtvorrates darstellt, ist der Fehler mit der Zahl der Jahre zu multiplizieren. Dieser Fehler ist in einer Methode enthalten, bei der der zukünftige Zuwachs vorausgesagt wird indem das Diskontprozent des durchschnittlichen Zuwachses des bleibenden Vorrates als Rabattprozent verwandt wird.

Literaturverzeichnis.

Andersson, Ernst. 1912. Metod och tabeller för utrönandet af massa- och värdetillväxtprocenten hos stående träd. Skogsvårdsf. Tidskrift. Stockholm.

Baader, Gustav. 1945. Forsteinrichtung als nachhaltige Betriebsführung und Betriebsplanung. Zweite Auflage. Frankfurt a.M.

Baekken, A. O. 1932. Om beregning av massetilveksten i granskog. *Resume:* Über Berechnung des Massenzuwachses im Fichtenwald. MNS 14—15.

Barth, Agnar. 1926. Vort skogbruks fremtidslinjer. Tidsskrift for Skogbruk 34. aargang. Oslo.

Baule. 1906. Vom Zuwachsprozent. FC 28. Jahrgang.

Baur, Frans. 1891. Die Holzmesskunde. Vierte Auflage. Berlin.

Biolley, H. E. 1922. Die Forsteinrichtung auf der Grundlage der Erfahrung und insbesondere das Kontrollverfahren. Deutsch von Oberförster Eberbach. Karlsruhe.

Blomqvist, A. G. 1872. Tabeller framställande utvecklingen af jemårige och slutna skogsbestånd af tall, gran och björk. Helsingfors.

Borggreve, Bernard. 1888. Die Forstabschätzung. Berlin.

Breymann, Carl. 1868. Anleitung zur Holzmesskunst, Waldertragsbestimmung und Waldwerthberechnung. Wien.

Bruce, Donald and Schumacher, Francis X. 1935. Forest Mensuration. First Edition. New York and London.

Burjatschek, G. D. 1927. Tabeller för bestämmande av tillväxtprocenten på stående träd. Erläuterung in der Publikation ST.

Bye, Einar. 1928. Tilvekstbestemmelse. Skogbrukeren 3. aargang. Oslo.

Cajander, A. K. 1909. Ueber Waldtypen. AFF 1.

Cajander (Kalela), Erkki K. 1933. Tutkimuksia Etelä-Suomen viljelyskuusikoiden kehityksestä. *Referat:* Untersuchungen über die Entwicklung der Kulturfichtenbestände in Süd-Finnland. MTJ 19.

Cajanus, Werner. 1914. Ueber die Entwicklung gleichaltriger Waldbestände. Eine statistische Studie. I. AFF 3.

Chapman, Herman H. and Demeritt, Dwight B. 1932. Elements of Forest Mensuration. Albany, New York.

Chapman, Herman H. and Meyer, Walter H. 1949. Forest Mensuration. First Edition. New York, Toronto, London.

Clapp, Earle H. 1917. The correlation of American Forest Research. JF Volume XV.

Eide, Erling og Langsaeter, A. 1940—41. Produksjonsundersøkelser i granskog. Produktionsuntersuchungen von Fichtenwald. MNS 24—26.

Eklund, Bo. 1944. Ett försök att numeriskt fastställa klimatets inflytande på tallens och granens radietillväxt vid de båda finska riksskogstaxeringarna. Norrlands Skogsvårdsförbunds Tidskrift. Stockholm.

Fricke. 1890. Zuwachsuntersuchungen. ZFJ 22. Jahrgang.

Gevorkiantz, S. R. 1927. A New Growth Per Cent Formula. JF Volume XXV.

Hanzlik, E. J. 1927. More about Growth Per Cent. JF Volume XXV.

Hartig, Georg Ludwig. 1819. Neue Instructionen für die Königlich-Preussischen Forst-Geometer und Forst-Taxatoren. Berlin.

Heikkilä, T. 1914. Tuotantotaulut pääpuulajeillemme: männylle, kuuselle ja koivulle. A. G. Blomqvistin aineiston perusteella. Suomen Metsänhoitoyhdistyksen julkaisuja. Erikoistutkimuksia 2. (Veröffentlichungen des Finnischen Forstvereins. Spezialuntersuchungen 2.) Helsinki.

Heyer, Gustav. 1852. Über die Ermittlung der Masse, des Alters und Zuwachses der Holzbestände. Dessau.

Ilvessalo, Yrjö. 1916. Mäntymetsikköjen valtapuitten kasvusta mustikka- ja kanervatyyppien kankailla Salmin kruununpuistossa. *Referat.* AFF 6.

—»— 1920 a. Tutkimuksia metsätyyppien taksatoorisesta merkityksestä, nojautuen etupäässä kotimaiseen kasvutaulujen laatimistyöhön. *Referat:* Untersuchungen über die taxatorische Bedeutung der Waldtypen, hauptsächlich auf den Arbeiten für die Aufstellung der neuen Ertragstafeln Finnlands fussend. AFF 15.

—»— 1920 b. Kasvu- ja tuottotaulut Suomen eteläpuoliskon mänty-, kuusi- ja koivumetsille. *Referat:* Ertragstafeln für die Kiefern-, Fichten- und Birkenbestände in der Südhälfte von Finnland. AFF 15.

—»— 1923. Tutkimuksia yksityismetsien tilasta Hämeen läänin keskiosissa. *Referat:* Untersuchungen über den Zustand der Privatwälder in den mittleren Teilen des Läns Tavastehus. AFF 26.

—»— 1927. Suomen metsät. Tulokset vuosina 1921—1924 suoritetusta valtakunnan metsien arvioimisesta. *Summary:* The forests of Suomi (Finland). Results of the general survey of the forests of the country carried out during the years 1921—1924. MTJ 11.

—»— 1930. Metsikön mittaus. Maa ja metsä, metsätalous 3. Porvoo.

—»— 1932. The establishment and measurement of permanent sample plots in Suomi (Finland). *Selostus:* Pysyvien koealojen perustaminen ja mittaus Suomessa. MTJ 17.

—»— 1937. Perä-Pohjolan luonnonnormaalien metsiköiden kasvu ja kehitys. *Summary:* Growth of natural normal stands in central North-Suomi (Finland). MTJ 24.

—»— 1939. Metsikön kasvun arvioiminen. SF 52.

—»— 1942. Suomen metsävarat ja metsien tila. II valtakunnan metsien arviointi. *Referat:* Die Waldvorräte und der Zustand der Wälder Finnlands. II Reichswaldabschätzung. *Summary:* The forest resources and the condition of the forests of Finland. The second National Forest Survey. MTJ 30.

—»— 1947. Pystypuiden kuutiomistaulukot. *Summary:* Volume tables for standing trees. MTJ 34.

—»— 1948. Pystypuiden kuutiomis- ja kasvunlaskentataulukot. Helsinki.

Jonson, Tor. 1912. Afsmalnings- och tillväxttabeller för träduppskattning. Stockholm.

—»— 1918. Massatabeller för träduppskattning. 4. större upplagan. Stockholm.

—»— 1928. Några nya metoder för beräkning av stamvolym och tillväxt hos stående träd. *Summary:* Some new methods for calculating volume and increment of standing timber. ST.

—»— 1929. Massatabeller för träduppskattning. Femte reviderade och utökade upplagan. Stockholm.

Kalk, Richard. 1889. Der Zuwachs an Baumquerfläche, Baummasse und Bestandesmasse. Berlin.

Kallio, M. J. 1951 a. Puuston kasvun laskemisesta. *Summary:* On the estimation of volume growth of stands. MAL.

—»— 1951 b. Loppuväitös puuston kasvun laskemisessa. MAL.

Keltikangas, Valter. 1945. Ojitettujen soitten viljavuus eli puuntuottokyky metsätyyppiteorian valossa. *Summary:* The fertility of drained bogs as shown by their tree producting capacity, considered in relation to the theory of forest types. AFF 53.

—»— 1952. Näkökohtia kasvunlaskennasta sekä runkomuodon muuttumisen huomioon ottamisesta kasvunlaskennassa. Some aspects of tree growth calculation, with special attention on changes in tree form. MAL.

Knuchel, Hermann. 1950. Planung und Kontrolle im Forstbetrieb. Aarau.

Koivisto, Pentti. 1950. Harmaalepän vaikutuksesta mäntymetsikön kehitykseen ja kasvuun. Maschinenschrift. Helsinki.

Krauch, Hermann. 1937. Growth and Yield of Cut-over Stands of Ponderosa Pine in Arizona under Different Methods of Cutting. JF Volume 35.

Kuusela, Kullervo. 1951 a. Talouskoivikoiden rakenteesta ja kehityksestä. Maschinenschrift. Helsinki.

—»— 1951 b. Eräistä kasvunlaskennan periaatteista. MAL.

—»— 1952. Mahdollisuus erotusmenetelmän käyttämiseksi kasvunlaskennassa. *Summary:* The possible use of the differential method in growth calculation. MAL.

Kunze, Max. 1873. Lehrbuch der Holzmesskunde. Berlin.

König, G. 1854. Die Forst-Mathematik in den Grenzen wirtschaftlicher Anwendung nebst Hülfstafeln für die Forstschätzung und den täglichen Forstdienst. Vierte Ausgabe. Gotha.

Langsaeter, A. 1928. Massekurvemetodene eller differensemetodene. Skogbrukeren 3. aargang. Oslo.

—»— 1944. Om tilvekstberegning. Skogbrukeren 19. årgang. Oslo.

Lappi-Seppälä, M. 1925. Metsän kasvun likimääräisistä laskemistavoista. MAK.

—»— 1930. Untersuchungen über die Entwicklung gleichaltriger Mischbestände aus Kiefer und Birke basiert auf Material aus der Südhälfte von Suomi (Finnland). *Selostus:* Tutkimuksia tasaikäisen mänty-koivu-sekametsikön kehityksestä. MTJ 15.

Lehto, Jaakko. 1948. Tutkimus mäntysiemenpuiden kehityksestä. Maschinenschrift. Helsinki.

Levaković, A. 1923. Ueber einige Probleme in der Zuwachsprozentlehre. CF 49. Jahrgang.

Lihtonen, V. 1943. Tutkimuksia metsän puuston muodostumisesta. Tuottohakkauslaskelma. *Referat:* Untersuchungen über die Bildung des Holzvorrates des Waldes. Ertragshiebsberechnung. AFF 51.
—»— 1944. Piirteitä metsätalouden järjestelyn rakennemuodoista Suomessa. *Referat:* Über die Strukturformen der Forsteinrichtung in Finnland. AFF 52.
Lönnroth, Erik. 1919—1920. Ohjeita metsätalouden järjestelyssä. I. II. Helsinki.
—»— 1925. Untersuchungen über die innere Struktur und Entwicklung gleichaltriger naturnormaler Kiefernbestände, basiert auf Material aus der Südhälfte Finnlands. AFF 30.
—»— 1929. Theoretisches über den Volumzuwachs und -abgang des Waldbestandes. AFF 34.
—»— 1930. Normaalimetsä. Maa ja metsä, metsätalous 3. Porvoo.
Magnusson, Ralf. 1943. Logaritmprocenten såsom grundval för tillväxtberäkning. ST.
Merker, Gustav. 1911. Ableitung einer neuen Massenzuwachsprozentformel. CF 37. Jahrgang.
Miettinen, Leevi. 1932. Tutkimuksia harmaalepiköiden kasvusta. *Referat:* Untersuchungen über den Zuwachs der Weisserlenbestände. MTJ 18.
Mikola, Peitsa. 1950. Puiden kasvun vaihteluista ja niiden merkityksestä kasvututkimuksissa. *Summary:* On variations in tree growth and their significance to growth studies. MTJ 38.
—»— 1952. Puun kasvun luonnollinen kehitys. *Summary:* The natural course of tree growth. MAL.
Morey, H. F. 1932. What is the Growth Per Cent of American Forests? JF Volume XXX.
Müller, Udo. 1923. Lehrbuch der Holzmesskunde. Dritte Auflage. Berlin.
Møller, Carl Mar. 1951. Traemålings- og tilvaekstlaere. København.
Nisula, Pentti. 1951. Vieläkin kasvun laskemisesta. MAL.
Nyyssönen, Aarne. 1949. Männiköiden rakenteesta ja kehityksestä eri tavoilla käsitellyissä metsissä. Maschinenschrift. Helsinki.
—»— 1951 a. Havaintoja metsikön kasvun arvioimistavoista. *Summary:* Observations on the methods of estimating the growth of a stand. MAL.
—»— 1951 b. »Puuston kasvun laskemisesta.» MAL.
—»— 1952. Puiden kasvusta ja sen määrittämisestä harsintamänniköissä. *Summary:* On tree growth and its ascertainment in selectively cut scots pine stands. MTJ 40.
Näslund, Manfred. 1944. Den gamla norrländska granskogens reaktionsförmåga efter genomhuggning. *Referat:* Die Reaktionsfähigkeit des alten norrländischen Fichtenwaldes nach Durchhauung. MS 33.
Ording, A. 1940—41. Årringsanalyser på gran og furu. *Summary:* Annual ringanalyses of spruce and pine. MNS 24—26.
Petrini, Sven. 1926 a. Tillväxtprocentens beräknande. The calculation of the increment percent with the method of compound interest. MS 22.
—»— 1926 b. Medeltillväxtprocenten. Beräkning för en period, inom vilken avverkningar ägt rum. Skogsvårdsf. Tidskrift. Stockholm.
—»— 1926 c. Ueber einige Probleme der Zuwachsprozentlehre. CF 52. Jahrgang.
—»— 1928. Exploateringsprocenten. *Summary:* Percentage of exploitation. ST.
—»— 1946. Kritisk granskning av metoder för beräkning av skogens massatillväxt.

Resumè: Exposè et critique des mèthodes pour calculer le taux d'accroissement des forêts. ST.
Petrini, Sven. 1948. Skogsuppskattning och skogsindelning. Stockholm.
—»— 1949 a. Räkneproblem med tillväxtprocenter vid avverkningsberäkning. ST.
—»— 1949 b. Tillväxtprognoser vid skogsindelning. Två problem. Prognosis of increment for calculation of cutting. Simplified deduction of some statistical formulae. Kung. Skogshögskolans Skrifter Nr. 2—3. Stockholm.
—»— 1951. Avverkningsberäkning och därmed sammanhängande tillväxtberäkning. Skogbrukeren 26. årgang. Oslo.
Pressler, Rob. 1868. Zur Forstzuwachskunde. Dresden.
Prodan, M. 1949. Die Bestimmung des Massenzuwachses von Beständen mit Hilfe des Massenzuwachsprozentes. FC 68. Jahrgang.
—»— 1951. Messung der Waldbestände. Frankfurt a.M.
Recknagel, A. B. 1922. Growth of Spruce and Balsam in the Adirondacks. JF Volume XX.
—»— 1937. Growth of Spruce and Fir in Northern New Hamshire. JF Volume 35.
Rudolf, Paul O. 1930. A Comparison of Several of the Growth Per Cent Methods of Predicting Growth. JF Volume XXVIII.
Saari, Eino. 1940. »Kasvun arvo» ja »tuottokuutiometri.» MAL.
Schiffel, A. 1910. Über Zuwachsprozente. CF 36. Jahrgang.
Schinnes, Chr. 1948. Tilvekstberegning — Et forslag. Skogbrukeren 23. årgang. Oslo.
Schneider. 1853. Eine einfache Formel zur Berechnung des jährlichen Zuwachsprozentes an haubarem oder fast haubarem Holze. Jahrbuch zum Forst- und Jagdkalender für Preussen. Berlin.
Schubert. 1888. Zur Berechnung des Massenzuwachses nach Prozenten. ZFJ 20 Jahrgang.
Schwappach. 1888. Ueber Zuwachsprozente. ZFJ 20. Jahrgang.
Sirén, Gustaf. 1952. Vapauttavan hakkuun vaikutuksesta kuusipuun rakenteeseen korpimailla. *Summary:* On the effect of releasing cutting upon the structure of spruce-wood on peat-moor. AFF 40.
Skinnemoen, K. 1924. Differensmetoden. En beskrivelse og analyse. Tidskrift for Skogbruk 32. aargang. Oslo.
—»— 1937—39. Studier over alder og tilvekstprocent i granskoger på Østlandet. *Zusammenfassung:* Studier über Alter und Zuwachsprozent in den Fichtenwaldung Ost-Norwegens. MNS 20—30.
Speidel, G. 1949. Die Schneidersche Konstante. FC 68. Jahrgang.
Taxering av Norges skoger utført av Landskogstaxeringen. 1932. 1939 und 1941. Oslo.
Thorell, Erik. 1926. Riksskogstaxeringen, dess förhistoria samt organisation och arbetsmetoder. Stockholm.
Tiihonen, Paavo. 1951. Tutkimuksia siemenpuiksi jätettyjen mäntyjen kasvusta ja kehityksestä. Maschinenschrift. Helsinki.
Tischendorf, Wilhelm. 1927. Lehrbuch der Holzmassenermittlung. Berlin.
Wagner, Christof. 1928. Lehrbuch der theoretischen Forsteinrichtung. Berlin.
Vanselow, Karl. 1941. Einführung in die Forstliche Zuwachs- und Ertragslehre. Frankfurt a.M.

V i d a n d r a r i k s s k o g s t a x e r i n g e n av Norrland åren 1938—42 använd metodik och härom vunna erfarenheter. Redogörelse avgiven av 1937 års Riksskogstaxeringsnämnd. 1947. Stockholm.

V i g e r u s t, Å s m u n d. 1928 a. Treets grunnflatetilvekst. Skogbrukeren 3. aargang. Oslo.

—»— 1928 b. Tilvekstberegning. Skogbrukeren 3. aargang. Oslo.

V u o k i l a, Y r j ö. 1950. Kuusikoiden rakenteesta ja kehityksestä metsänhoidollisen tilansa puolesta erilaisissa metsissä. Maschinenschrift. Helsinki.

Ö s t l i n d, J o s e f. 1929. Trädets grundytetillväxt. ST.

Verwendete Abkürzungen.

AFF = Acta Forestalia Fennica. Helsinki.
CF = Centralblatt für das gesamte Forstwesen. Wien-Leipzig.
FC = Forstwissenschaftliches Centralblatt. Berlin.
JF = Journal of Forestry. Washington.
MAK = Metsätaloudellinen Aikakauskirja. Helsinki.
MAL = Metsätaloudellinen Aikakauslehti. Helsinki.
MKJ = Metsätieteellisen Koelaitoksen Julkaisuja (Meddelanden från Forstvetenskapliga Försöksanstalten). Helsinki.
MNS = Meddelelser fra det Norske Skogforsøksvesen. Oslo.
MS = Meddelanden från Statens Skogsförsöksanstalt. Stockholm.
MTJ = Metsätieteellisen Tutkimuslaitoksen Julkaisuja (Communicationes Instituti Forestalis Fenniae). Helsinki.
SF = Silfa Fennica. Helsinki.
ST = Svenska Skogsvårdsföreningens Tidskrift. Stockholm.
ZFJ = Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen. Berlin.